

810.511
К 44
А. КИСЕЛЕВ

АРИФМЕТИКА

НЕБЫДСА ШӖРӖТ
ДА ШӖРӖТ ШКОЛА ПОНДА
ВЕЛӖТЧАН КНИГА

КОМИПЕРМГИЗ
Кудымкар 1942



А. П. КИСЕЛЕВ

511
К44

АРИФМЕТИКА

НЕБЫДСА ШӨРӨТ
ДА ШӨРӨТ ШКОЛА 5 КЛАСС ПОНДА
ВЕЛӨТЧАН КНИГА

Переработка
проф. А. Я. ХИНЧИНЛОН

Утвердитіс
РСФСР Наркомпрос
Вуджётмсё утвердитіс
Коми-пермяцкой
Окроно



КОМИПЕРМГИЗ 1942 КУДЫМКАР

ПЕРЕРАБОТКА АВТОРЛОН ПРЕДИСЛОВИЕ.

Быдколь събкыт вопросез, кѡдна сувѣны быд учебник составитель одзын, асланыс удовлетворительной разрешеннѣ понда медодз корѡны единой принципиальной установка. А. П. Киселѣвльс арифметика курсѡ перерабатывайтѡм дырни ме исходиті сія принципсы, что быд учебник, кѡтъ бы эта вѡлі шѡрѡт школа 5-ѡт класе понда учебник, должен аснас представляйтны единой логически систематизированной целѡй. Этѡ принципѡ чудѡтѡмыс должен вѡлі сетны и сія сетіс материал бѡрйѡм да расположитѡм вылѡ решающей влияннѣ.

Материалѡ бѡрйнкѡ ме эг лыдды коланаѡн ограничитчыны только сі-йѡн, мый вермас и мый колѡ тѡчны 5-ѡт класісѣ быд велѡтчислѡ. Логической цельность требуйтѡмыс тшѡктіс пыртны учебникас материалысліс кы-тшѡмкѡ тор, кѡда (материалыс), кызд правило, вермас лоны бытшѡма усвоитѡм велѡтчислѡ только старшѡй класісѣ, курс повторитѡм. Выдѡс сѣ-тшѡм материалыс печатайтѡма поснит шрифѡтѡн, и учебниклѡн построениѣс сѣтшѡм, что быдѡс поснит шрифѡтѡн печатайтѡмѡ позыѡ пропуститны и эта оз понды мешайтны одзланѣя материалѡ вѡжѡртѡмлѡ. Ме ог сѣт совет велѡтислѡ думайттѡг колыны быдѡс поснит шрифѡтѡн печатайтѡмѡ; эстѡн колѡ дифференцированной подход класе развитие уровенѣсѣны зависимостьны, и оз туй огульнѡ нѡйтны резкой чертасѡ сы коласын, мый 5-ѡт класісѣ велѡтчислѡ доступной, и сы коласын, мый сылѡ недоступной.

Мѡд ладорѣянь, предметной да логической единствѡсѡ требуйтѡмыс тшѡк-тіс унаѡн сократитны, а мѡкѡд кадас и быдѡсн мѡкѡд разделлѡсѡ не пыртны-кѡднѡ традиция сѡрті обычно включайтѡны арифметика учебниккѡсѡ; этѡ. относитѡны тройной правило вылѡ, смешеннѣ да сплаввез вылѡ и с. одз. за-дѣяэзлѡн теоретической трактовка. Элементарной арифметикаыс—рациональ-ной числоэз вылын действеэз йылісѣ ученѣ. Шѡрѡт школѡн специфичес-кой требованнѣэз этѡ определеннѣсѡ тшѡктѡны вѡжѡртны пасѣкыта и ариф-метика курсѡ пыртны величинаэз меряйтѡм йылісѣ да пропорциональной ве-личинаэз йылісѣ ученнѣэз. Эта мымдакѡ нарушайтѡ курсісѣ цельностьсѡ, но существенной дефектѡсѡ оз вайѡт сіѡн, что арифметика дынѡ просто ѡбла-сѡны кынымакѡ закончитѡм дополнительной главаэз. Но сѣтшѡм курсѡ тор-ря, практикаын пантасѣлана задача типпез пыртѡмыс, кѡдна абу ѡтлаѡтѡмѡсѣ решеннѣ приёмезлѡн некытѡм ѡбщей теоретической основаѡн, вѡлі бы науч-ной руководство дынѣянь лѣдѣисѣны „рабочей книга“ дынѡ. Сѣтшѡм зада-чаэз понда местаыс должен лоны задачникын, а не теоретической руковод-ствоын.

Основной принципѡсѡ пыртѡмыс мымдакѡ пондѣс тѡчыны и материал рас-п о л о ж и т ѡ м ы н. Сідз, величинаэз меряйтѡм йылісѣ ученнѣ, мераэз да ни-ма числоэз йылісѣ понятие естественной адзисѣ аслыс местасѡ особѡй ѡтделѡн быдѣс числоэз йылісѣ ученнѣ коласын да дроббес йылісѣ ученнѣ коласын ру-беж вылын. Эта, конечно, оз бант сы йылісѣ, что живой педагогической про-цессын метрресѡ да килограммесѡ первуисѣ колѡ кастыныны только быдѣс

числоэз йылісь, ётлаын делимость теория йылісь ученнёсё кончитём бёрын. Колё висьтавыны, что быдса числоэз вылын уджалікё ни велётчиссез долженёсь тёдсасьны основнóй мераэзён; оз ло нем умóльыс, ежели быдса числоэз научайтікó ни велётчиссез лыддьотасё кытшóм-нибудь параграф сія разделісь, кóдаын гижóма мераэз да меряйтóммеэ йылісь; но учебникыс кызь цельнóй да систематическóй руководство оз вермы и не должен точностын воспроизводитны живóй педагогическóй процессó.

Идеяэз эта жó порядокын ме лыдди колаваён чапкыны учебникыс проценттэз йылісь особóй раздел. Эта дырни ме исходиті убежденнёсь, что эта разделыс, кóда включайтис математическóя неёткодь задачаэз, кóдна ётлаётёмсё только практической обстановка общностьён, вóлі „комплекснóй“ метод пережитокён и что именно сылён эта характерыс и создавайтис ыджыт-коль специфическóй трудносттез процентнóй вычисленнёэз областын прочнóй навыккез создайтóмын. Велётчиссезлён, естественно, шогмыс представленнё, бытётó процентнóй вычисленнёэс лóбны мыйóнкó принципиально вильён дробнóй числоэз вылын обычнóй действиеэз съёрті, и эта затрудняйтис применитны получитём значеннёсё сэтшóм задачаэз дынó, кóдна пёртóмсё только виль формаё, но существоыс съёрті вильыс нылён абу нем. Но велётісьчён, кóдалó бы вóлі охота процентнóй вычисленнёсё велётны особóй разделён, эм полнóй возможность керны этійó и эта учебник съёрті. Эта понда колó только книга IV да V отделлэзлісь торйётны быдсё параграффесё, кытён байтсё проценттэз йылісь, и сія жó порядокын расположитны нійó книга концеас особóй отделён.

Киселёв учебниклён быдсё текстыс бура переработайтём, керём научнóя чёткóйжыкён да изложеннёыс съёрті доступнóйжыкён. Уналаын вайётём примеррес вежомóсь виллэзён и асьныс примеррес сетóмсё унажык. Но колó висьтавыны, что книгалён строеннёыс да стильыс основнóйын вóлісё предопределитóмсё сы первоначальнóй текстён; переработкалён автор эз вермы сувтётны аслыс цельён гижны виль учебник.

Меням уджын меным ыджыт отёст сетіс шóрёт школа Центральнóй институтісь математика группалён быдсё коллективыс; уна ценнóй советтэз ме получитьі и московскóй велётиссезсянь; быдсё зна ёрттэзлó ме съёлóмсянь висьтала спасибо.

А. Хинчин

1. БЫДСА ЧИСЛОЭЗ, НЫЛӨН НАИМЕНОВАННЁ ДА ОБОЗНАЧЕННЁ.

1. Быдса число йылсь понятие. Өтік предмет да эшө өтік предмет—лоас кык предмет; кык предмет да эшө өтік предмет—лоас куим предмет; куим предмет да эшө өтік предмет—лоас нель предмет да сідз одз. Өтік, кык, куим, нель да сідз одз. шусьоны быдса числоэзөн.

Число өтік мөднөж шусьө эшө единица өн. Число кык позьө видзөтны кызз кык единицалісь өтлаасьөм, число куим—кызз куим единицалісь өтлаасьөм да сідз одз. Сідзкө, көть кытшөм быдса числоыс лоө либо единица, либо кынымкө единицалөн өтлаасьөм.

Быдса числоэзся, арифметикаыс изучайтө и мөдік числоэз. Ныкөт мийө төдсаям одзлань.

2. **Натуральной ряд.** Единица дынө өтлаавны кө эшө единица, лоөм числоыс дынө эшө единица, сыббрын эшө единица да сідз одзлань, сәк петас натуральной ряд числоэзлөн: өтік, кык, куим, нель, вит, квать, сизим да сідз одз.

Эта рядын медучөт числоыс—единица; медыджыт числоыс абу, сийөн мыла көть кытшөм число дынө, мый ыжда бы сія эз вөв, позьө өтлаавны эшө единица и получитны эшө ыджытжык число; сідзкө, натуральной рядсө позьө нюжөтны конечтөг; сийөн и шуоны, что натуральной рядыс конечтөм.

Число куим учөтжык, нежели число вит, көда натуральной рядас сулалө куимыся ылынжыка; действительно, медбы получитны число вит, колө ния куим единицаыс дынө, көднаись составитөма число куим, өтлаавны эшө кык единица. Вообще, кык неөткодь числоись учөтжыкнас пыр лоас сія, көда натуральной рядас сулалө одзжык; действительно, медбы эта числоись получитны мөдікө, көда натуральной рядас сулалө ылынжык, колө одзаа числоыс дынө содтыны эшө өтік либо кынымкө единица, мөднөж кө шуны—ыждөтны сийө; вот сысянь мөд числоыс и ыджытжык одзавыся.

Кык числоись учөтжык лоас сія, көда натуральной рядас пантасьө одзжык, и ыджытжык сія, көда натуральной рядас пантасьө сөрөнжык.

3. **Лыддьөм.** Медбы төдны, кыныма классын пызаннэз нетө кыныма садын пуэз, мяннлө колө нийө лыддьыны. Лыддикас предметтәсө янсөтөны сьөрна өтамөд дынсянь (сбылись ли-

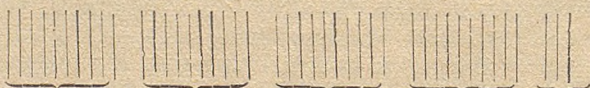
бо тѣдвылын) и шуоны, кыным предмет янсѣтѣмѣсь ни. Шуам, классѣсь пызаннѣсѣ лыддикѣ, мийѣ тѣдвылын ѣтѣк пызан янсѣтам мѣдик дынѣсь и байтам: ѣтѣк, кык, куим, нѣль да сѣдз одз. Медбѣрья пызансѣ янсѣтѣкѣ мийѣ шуим кѣ, например, кыкъямыс, ѣта лѣѣ, что классас кыкъямыс пызан; число кыкъямыс ѣта случайын лѣѣ лыддѣѣм лѣѣн результат.

Лыддѣѣм лѣѣн результатѣс лѣѣс ѣтѣкодѣ, кыдз бы ѣг лыддѣѣ предметтѣсѣ. ѣта истинаѣс миянлѣ ѣчевиднѣѣ. Пондам кѣ, например, классѣсь пызаннѣсѣ лыддыны одзѣсянѣ нетѣ бѣрсянѣ, нылѣн числоѣс лѣѣс сѣ ѣтѣк. Только важно, мед лыдди-кас ѣз кольччы лыддытѣѣг кытшѣм кѣ пызан, либо мѣдик ѣз сѣркыкысѣ.

4. Тысячаѣдз числоѣз лѣѣн названнѣѣз. Натуральнѣѣ рядѣс первой дас числоѣс шуѣѣны сѣдз:

ѣтѣк, кык, куим, нѣль, вит, кватѣ, сизим, кыкъямыс, ѣкмыс, дас (нетѣ десятѣк).

ѣна да ѣшѣ мѣдик названнѣѣзѣн позѣѣ мыччавны быдкодѣ числоѣз. Шуам, миянлѣ колѣ шуны улын сетѣм черточкаѣз лѣѣс числоѣ:



десяток десятѣк десятѣк десятѣк десятѣк куим

ѣта понда лыддыам дас черточка да янсѣтам нийѣ мукѣдыс дынѣсь; сыбѣрын лыддыам ѣшѣ дас черточка да бѣра янсѣтам нийѣ мукѣдыс дынѣсь. Сѣдз дас черточкаѣн пондам лыддыны сѣтѣѣдз, кытѣѣдз черточкаѣс либо совсем оз кольччѣ, либо ния кольччасѣ дасѣ ѣтшажык. ѣнѣ лыддыам десятѣккесѣ да кольччѣм черточкаѣсѣ (нетѣ единицаѣсѣ); сѣдз кыдз десятѣккес лѣѣсѣ нѣль, а кольччѣм черточкаѣс куим, то быдѣс черточкаѣс лѣѣс числоѣ мийѣ вермам шуны сѣдз:

нѣль десятѣк куим единица.

Кѣр числоас лѣѣс дас десятѣкѣс унажык, сѣк керѣны сѣдз: лыддѣѣны дас десятѣк, сыбѣрын ѣшѣ дас десятѣк да бѣра дас десятѣк и сѣдз одз.—сѣтѣѣдз, кытѣѣдз туѣс. Быд дас десятѣкѣс шуѣѣны ѣтѣк кылѣн: *сто*, нетѣ *сотня*. Шуам, кытшѣм-нибудѣ числоын петѣс: сотняѣс—куим, вольччѣм десятѣккес—вит да кольччѣм единицаѣс—сизим; сѣтшѣм числоѣс позѣѣ шуны сѣдз:

куим сотня вит десятѣк сизим единица.

Числоас сотняѣс лѣѣсѣ кѣ дасѣ унажык, то ѣнѣ сотняѣсѣ лыддѣѣны тожѣ десятѣккесѣн. Быд дас сотняѣс шуѣѣны ѣтѣк кылѣн *тысяча*.

5. Тысячаѣдз числоѣз обозначаѣйтѣм. Первой ѣкмыс числоѣсѣ обозначаѣйтѣны особѣѣй знакеѣѣн нетѣ *цифраѣзѣн*:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Эна ѳкмыс цифраѳн да дасѳт цифра нульѳн (0) позьѳ мыччавны кѳтъ кытшѳм число.

Цифра 0 мыччалѳ, что предметтѳс с о в с е м абуѳсь, цифра 1,—что ѳм только ѳтѳк предмет да сѳдз одз.

Медбы числосѳ мыччавны цифраѳзѳн баитчисѳ гижны: простѳй единицаѳсѳ—веськытланьсянь первѳй местаынь, десятокке-сѳ—веськытланьсянь мѳдѳк местаынь, сотняѳсѳ—куимѳт местаынь; например:

число	нѳльдас	кык	гижсьѳ		42
„	нѳльдас		„		40
„	куимсто	нѳльдас	вит	„	 345
„	куимсто	нѳльдас		„	 340
„	куимсто	сизим		„	 307
„	куимсто			„	 300

Быдѳс цифраѳз, нулься, шусьѳны *значащѳй* цифраѳзѳн.

Сетѳм примеррес мыччалѳны, что нульсѳ колѳ пыртны. Шум, куимсто нѳльдас (340) гижикѳ нульсѳ чапкыны оз туй, мыля 34-ыс лѳѳ куимдас нѳль. А нуллесѳ, кѳдна сулалѳны первѳй значащѳй цифра дынсянь шульгаланяс, позьѳ не гижны, и нѳйѳ почти некѳр озѳ гижѳ; 045 лѳѳ сѳя жѳ, мый и 45; 007—просто 7. ѳта условие дырни число, кѳда гижѳма ѳтѳк цифраѳн, шусьѳ *ѳтѳкзнакаѳн*, кык цифраѳн—*кыкзнакаѳн*, куим цифраѳн—*куимзнакаѳн* и сѳдз одз.

6. Тысячася ыджытжык числоѳзлѳн названнѳез. Кѳр лыддян предметтѳс тысячася унажык, сѳк ныись лѳсьѳтѳны сыным тысяча, кынымѳ позьѳ; сыбѳрын лыддѳны тысячаѳсѳ да кольчѳм единицаѳсѳ и шуѳны ѳтныслѳсь и мѳдныслѳсь числосѳ; например: кыксто нѳльдас тысяча витсто кватьдас кык единица.

Тысяча тысячаньсѳ лѳѳ *миллион*, тысяча миллионѳсь—*миллиард* (нето *биллион*), тысяча миллиардѳсь—*триллион* да сѳдз одз.¹

7. Тысячася ыджытжык числоѳз обозначайтѳм. Ась колѳ гижны число: куимдас вит *миллиард* кыкьямыссто квать *миллион* сизим *тысяча* кватьдас куим *единица*. Сѳйѳ позьѳ гижны цифраѳзѳн да кыввезѳн то кыдз:

35 миллиард 806 миллион 7 тысяча 63 единица.

Медбы позис керсьыны совсем кыввестѳг, баитчисѳ: ѳткѳ, миллиарддѳзлѳсь, миллионнѳзлѳсь, тысячаѳзлѳсь да простѳй единицаѳзлѳсь числоѳсѳ гижны рядѳн, ѳтѳк стрѳчкаѳ, шульгаланьсянь веськытланьѳ и, мѳдкѳ, быдѳс эна числоѳзлѳсь гижны пыр к у и м цифраѳн, мѳднѳж кѳ шуны 63 единица туйѳ гижны 063, 7 тысяча туйѳ гижны 007 да сѳдз одз. Сѳк мяян числоыс лоас гижѳма то кыдз:

035 806 007 063.

¹ Сыбѳрын мунѳны названнѳез: *квадриллион* (тысяча триллион), *квинтиллион* (тысяча квадриллион), *секстиллион* (тысяча квинтиллион) да сѳдз одз.

Но шульгаланьсянь нуллесö озö гижö; мöднөж шуны мян-
лись числосö гижасö то кыз:

35 806 007 063.

Сэсся, этö жö числосö часто гижöны и колассэзтöг:

35806007063.

Эта дырни видзöны тöдвылын, что веськытланьсянь первöй
куим цифраыс мыччалöны единицаэзлись число, шульгаланься
мöдк куим цифраыс —тысячаэзлись число, ны бöрись куим циф-
раыс—миллионнэзлись число да сідз одз.

Например:

567002301 лö . . . 567 миллион 2 тысяча 301 единица
15000026 „ . . . 15 миллион 26 единица
2008001020 „ . . . 2 миллиард 8 миллион 1 тысяча 20
единица.

**8. Кыз лыздöтны число, кöда гижöма цифраэзись кузь
рядöн.** Медбы кокнитжык вöл лыздöтны число, кöда гижöма
цифраэзись кузь рядöн, шуам сэтшöмö: 5183000567029, колö тöд-
вылын янсöтны (шуам, цифраэс вевдöрö тэчны запятöйес) весь-
кытланьсянь куим цифраöн сэтчöдз, кытчöдз позяс:

5'183'000'567'029.

Веськытланьсянь первöй запятöйыс лö „тысяча“ кыв туйö,
мöдыс—„миллион“ кыв туйö, куимöтыс—„миллиард“ кыв туйö,
нөльöтыс—„триллион“ кыв туйö. Сідзкö, мянлись числосö ко-
лас лыздöтны сідз:

5 триллион 183 миллиард 567 тысяча 29.

Медбöрья число бöрсянь „единица“ кывсö озö шуö.

Кызди сиз жö числоыс гижöма сідз, что быд куим цифра
бöрсянь, веськытланьсянь лыздöмöн, кольöма колас:

5 183 000 567 029,

сэк сійö кокнит лoас лыздöтны и запятöйесö сувтöттöг.

9. Цифраэзöн занимайтaн местаэзлöн значеннө. Числосö
этшöм способöн гижикö быд месталöн, кöда вылын сулалö
цифраыс, эм аслас значеннө, а именно:

веськытланьсянь	1-öй	местаын	сулалöны	простöй	единицаэз
„	2-ик	„	„	десятоккес	
„	3-өт	„	„	сотняэз	
„	4-өт	„	„	тысячаэзлöн	едини-
				цаэз	
„	5-өт	„	„	тысячаэзлöн	деся-
				токкес	
„	6-өт	„	„	тысячаэзлöн	сотня-
				эз	
„	7-өт	„	„	миллионнэзлöн	еди-
				ницаэз	

„	8-өт	„	„	миллионнээлөн де- сятоккез
„	9-өт	„	„	миллионнээлөн сот- няэз
„	10-өт	„	„	миллиарддээлөн еди- ницаэз да сідз одз.

Сідзкө, мийö адззам, что обозначеннè системаас пырöны только дас цифра, көдналö сетсö кык значеннè: öтыс—цифра начертаннè сьöртi, мöдыс—места сьöртi, көда вылын сулалö цифраыс; а именно:

ордчөн гижöм кык цифраыс шультга цифраыс обозначайтö единицаэз, көдна 10-ись ыджытжыкось веськытланьын сулалан цифрася.

10. Единицаэзлөн разряддэз. Единицаэсö, десятоккесö, сотняэсö, тысячаэсö да сідз одз. мукöд пырсяс буржык шуны мөднөж, а именно:

единицаэз шусьöны 1-öй разрядись единицаэзөн (нето простöй единицаэзөн),

десятоккез	„	2-ик разрядись единицаэзөн		
сотняэз	„	3-өт	„	да сідз одз.

Быдöс единицаэс, простöй единицаэзся (1-öй разрядись единицаэзся), шусьöны составнöй единицаэзөн. Сідз, десяток, сотня, тысяча—составнöй единицаэз.

Быд составнöй единица мөдик единица сьöртi, көда сысся учөтжык, шусьö *вышöй разрядись* единицаөн, а единица сьöртi, көда сысся ыджытжык, шусьö *низшöй разрядись* единицаөн; сідз, сотня лöб вышöй разрядись единицаөн—десяток сьöртi, и низшöй разрядись единицаөн—тысяча сьöртi.

Быд составнöй единицаын 10 единица сьöбрся низшöй разрядись; например, тысячаэз сотняын тысячаэзлөн 10 десяток, тысячаэз десятокын—10 тысяча да сідз одз.

11. Единицаэзлөн классэз. Единицаэзлись разряддэсö группирүйтöны эшö *классэзö*; 1-öй классö пырöны первöй куйм разрядыс: сотняэз, десятоккез да единицаэз; 2-ик классö пырöны одзланись куйм разрядыс: тысячаэз, тысячаэзлөн десятоккез да тысячаэзлөн сотняэз и сідз одз. 1-öй класс лöб *единицаэзлөн класс* (сэтчö пырöны единицаэзлөн сотняэз, десятоккез да единицаэз); 2-ик класс—*тысячаэзлөн класс* (сэтчö пырöны тысячаэзлөн сотняэз, десятоккез да единицаэз) да сідз одз.

12. Кыдз тöдны, уна я числоас сетöм разрядись быдöс единицаэс. Ась колö тöдны, кыныма быдöс сотняэс число 56284-ын, мөднөж кө шуны, кыным сотня эта числоись тысячаэз десятоккезын, тысячаэзын да сотняэзын öтлаын.

Простöй сотняэз сулалöны веськытланьсянь куймöt местаын; эта числоын куймöt местаас сулалö цифра 2; сідзкө, числоас эмöсь кык простöй сотня. Шультгаланяс одзланись цифраыс—6 мыччалö тысячаэз, но быд тысячаын 10 сотня; сідзкө, 6 тысячаас сотняэс лoасö 60. Шультгаланяс одзланись цифраыс—5 мыччалö

тысячаазлїсь десятоккес, но тысячааз быд десятокын 10 тысяча и, сїдзкѡ, 100 сотня; сїдзкѡ, тысячааз 5 десятокын лоас 500 сотня. Петѡ, что эта числоын сотняас быдѡсыс лоасѡ 500 да эшѡ 60 да эшѡ 2, мѡднѣж кѡ шуны 562.

Сїдз жѡ вермам тѡдны, что эта числоын десятоккес быдѡсыс 5628.

Правило. Медбы тѡдны, уна я числоас сетѡм разрядїсь быдѡс единицаас, колѡ чапкныны быдѡс цифразсѡ, кѡдна обозначайтѡны низшѡй разряддзсїсь единицазсѡ да лыддѡтны числосѡ, кѡда мыччалѡма кольччѡм цифразнас.

II. СЧИСЛЕННѢ БЫДКОДЬ СИСТЕМАЭЗ. РИМСКѡЙ ЦИФРАЗЗ.

13. СчисленнѢ системааз йылїсь понятие. Числоаз наименованнѣлѡн да обозначеннѣлѡн быдкодѡм общѡй способыс шусѡ *счисленнѢ системабн*, либо *нумерацийѡн*. Мянн счисленнѢ системамыс шусѡ *десятичнойѡн* (либо *десятеричнойѡн*), сїйѡн что эта система сѡбртї ѡтїк разрядїсь 10 единица составляйтѡны мѡдїк вышѡй разрядїсь ѡтїк единица. Сїйѡн число 10-сѡ шубны счисленнѢ десятичной системамыс *основаннѣлѡн*. Кѡтѡ кытшѡм число N эта система сѡбртї лоѡ торїѡтѡм простѡй единицааз вылѡ, десятоккес вылѡ, сотняаз вылѡ, тысячааз вылѡ да сїдз одз., эта дырни быд разрядїсь единицазсѡлѡн числомыс 10-ся етшажык. Шуам, что N числоын простѡй единицаас *a*, десятоккес—*b*, сотняас—*c*, тысячаас—*d* да сїдз одз., то эта числомыс лоас сумма:

$$N = a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + \dots$$

Позѡ вообразитны аслыт мѡдїк системааз, кѡднаын основаннѣс туйѡ босѣтѡма кытшѡм-нибудѡ мѡдїк число. Шуам, основаннѣс туйѡ босѣтны кѡ число 5, то лоас счисленнѣлѡн *пятеричной* система, кѡда сѡбртї ѡтїк разрядїсь 5 единица долженѡс составитны ѡтїк единица мѡдїк вышѡй разрядїсь. Сїдзкѡ, пятеричной система сѡбртї 2-їк разрядїсь единицаѡн должен лоны пятѣрка, 3-ѡт разрядїсь единицаѡн—5 пятѣрка, нетѡ 5², 4-ѡт разрядїсь единицаѡн—5-їсѡ 5 пятѣркаѡн, нетѡ 5³ да сїдз одз. Эта система сѡбртї N числомыс гїжесн бы сїдз:

$$N = a + b \cdot 5 + c \cdot 5^2 + d \cdot 5^3 + e \cdot 5^4 + \dots$$

кытѡн быдыс *a, b, c, d, e...* числозсїсь вѡлї бы 5-ся учѡтжык.

14. Кыным цифра колѡны сетѡм система сѡбртї числозсѡ обозначайтѡм понда. Десятичной система сѡбртї числозсѡ гїжѡмѡн обозначайтѡм понда колѡны 10 быдкодѡм знак. Мѡдїк система дырни пондїсѡ бы ковны не сымда. Например, пятеричной система понда тырмѡмын лоасѡ быт цифра: 1, 2, 3, 4, 0. Действительно, число 5 эта система сѡбртї сетїе бы 2-їк разрядїсь 1 единица и вѡлї бы гїжѡма сїдз: 10. Число 6 сетїе бы 2-їк разрядїсь 1 единица (пятѣрка) да первѡй разрядїсь ѡтїк единица и гїжесн бы сїдз: 11. 10-ся ыднїтжык основаннѣа система сѡбртї числозсѡ изображайтѡм понда мянн цифразсѡ эзѡ бы тырмѡ. Например, двенадцатеричной система понда ковсїс бы думайтны особѡй знакез числоз 10 да 11 понда, сїйѡн мыля ана числозсѡлѡн мянн обозначеннѣс сѡж мыччалїсѡ бы мѡдїк числозсѡ: 10-мыс вѡлї бы 2 разрядїсь 1-їк единица, мѡднѣж шуны дюжина, а 11-мыс вѡлї бы 2 разрядїсь 1 единица да первѡй разрядїсь 1 единица, мѡднѣж шуны 13.

15. Десятичной система сѡбртї гїжѡм число гїжны мѡдїк система сѡбртї. Пример понда шуам, что число 1766 колѡ гїжны пятеричной система сѡбртї вїт знакѡн: 0, 1, 2, 3, 4. Эта понда перво тѡдам, уна я лоасѡ 1766-ын 2 разрядїсь единицазсѡ, мѡднѣж шуны пятѣрказсѡ. Нїя лоасѡ 353, эта дырни кольччас первѡй разрядїсь 1 единица. Онї тѡдам, уна я 353 пятѣркаас лоасѡ 3-ѡт разрядїсь единицазсѡ. Сїдз кыдз 3-ѡт разрядїсь единицазын 2 разрядїсь 5 единица, то 353-сѡ колѡ юкны 5 вылѡ. Юкѡм бѡрын тѡдам, что 353 пятѣркаас 3-ѡт разрядїсь 70 единица и 2 разрядїсь 3 единица. 3-ѡт разрядїсь 70 единицазсѡ пѡртам 4-ѡт разрядїсь единицазсѡ; нїѡ—5-ѡт разрядїсь единицазсѡ да сїдз одз.

$$\begin{array}{r|l}
 1766 & 5 \\
 \hline
 26 & 353 & 5 \\
 \hline
 16 & 3 & 70 & 5 \\
 \hline
 1 & 20 & 14 & 5 \\
 \hline
 & 0 & 4 & 2
 \end{array}$$

Сідз адзім, што 1766-ас 5-ѳт разрядісь 2 единица, 4-ѳт разрядісь 4 единица, 2-ік разрядісь 3 единица да 1-ѳй разрядісь 1 единица; сідзко, число 1766- пятеричной система сѳрті гижас сідз: 24031.

Ась эшѳ колѳ число 121380 гижны двенадцатеричной система сѳрті:

$$\begin{array}{r|l}
 121380 & 12 \\
 \hline
 12 & 10115 & 12 \\
 \hline
 18 & 51 & 842 & 12 \\
 \hline
 60 & 35 & 2 & 70 & 12 \\
 \hline
 0 & 11 & 10 & 5
 \end{array}$$

Обозначитам 10-сѳ а-ѳн, а 11-сѳ в-ѳн, сѳк мян числомс лоас гижѳма сідз: 5a260.

16. Кытѳм-нибудѳ счисленнѳ система сѳрті гижѳм число гижны десятичной система сѳрті. Например, число 5623, кѳда гижѳма восьмеричной система сѳрті, колѳ вуджѳтны десятичной система вылѳ. Эѳѳ позѳѳ керны, лыддыны кѳ сумма:

$$N = 3 + 2 \cdot 8 + 6 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^3 = 3 + 16 + 384 + 2560 = 2963.$$

Но кѳкнитжык керны сідз: 4-ѳт разрядісь 5 единицасѳ посьнѳѳтам 3-ѳт разрядісь единицазѳѳ, эѳѳ понда 5 бѳсьтам 8 вылѳ (сѳйѳн мылѳ восьмеричной система сѳрті 4-ѳт разрядісь единицаас лоас 3-ѳт разрядісь 8 единица); лоѳм число дынѳ содтам 3-ѳт разрядісь 6 единица, кѳдна эмѳсь эѳѳ числомн. 3-ѳт разрядісь единицазѳѳ посьнѳѳтам 2-ік разрядісь единицазѳѳ; лоѳм число дынѳ содтам 2-ік разрядісь 2 единица, кѳдна эмѳсь эѳѳ числомн. 2-ік разрядісь единицазѳѳ посьнѳѳтам 1-ѳй разрядісь единицазѳѳ; лоѳм число дынѳ содтам 1-ѳй разрядісь 3 единица, кѳдна эмѳсь эѳѳ числомн. Мян лоас 2963.

5623

· 8

40

+ 6

46

· 8

368

+ 2

370

· 8

2960

+ 3

2963.

Замечаннѳз. 1) Счисленнѳ десятичной системанас пользуйтѳѳны почти омѳн. Мукѳдыс эталѳ причинанас пунктѳны сѳйѳ, что мортѳс учѳѳсян велалѳ лыддыны кыкнан кѳсѳс дас чунѳ сѳрті. Но десятичной системамс абу медудѳбной. Например, мукѳд пырсѳс буржык вѳлі бы двенадцатеричной система, кѳда дырни озѳ колѳ числозѳѳ обозначайтѳм понда уна цифразѳ и кѳдалѳн эм важной свойство: основаннѳс сѳлѳн колянѳѳг юксѳѳ 2 вылѳ, 3 вылѳ, 4 вылѳ да 6 вылѳ, а мян системалѳн основаннѳс юксѳѳ только 2 вылѳ да 5 вылѳ. Эѳѳа причиназѳѳ понда жѳ, видно, древней Вавилонны вѳлі шестидесятеричной система. Теоретическѳй исследованнѳз понда целесообразнойжыкѳн лоѳ двоичной система, но кѳда практикѳн совсем неудобной, сідз кыдз эѳѳа система сѳрті нелькѳ нейджыт число обозначайтѳны цифразѳзѳс кузь рядѳн (например, число 70 гижсѳѳ сідз:

1000110).

2) Цифразѳѳ и системасѳ, кѳднийѳн мийѳ ѳні пользуйтѳѳамѳ, европеецѳз бѳсьѳѳмасъ арабѳзѳлісь (XII век гѳгѳр). Вот мылѳ цифразѳс эѳѳа шусѳѳны арабскѳй езѳн. Но эм основаннѳ думайтѳны, что арабѳс асьныс эѳѳ системасѳ бѳсьѳѳсѳ индуссѳзлісь.

17. Римскѳй цифразѳс. Римскѳй цифразѳѳн мукѳд пора пользуйтѳѳны и ѳні числозѳѳ обозначайтѳм понда, сѳйѳн полезно лоас тѳдѳсѳсны и ныкѳт. Числѳзѳѳ обозначайтѳм понда римляна пользуйтѳѳмасъ только сѳзѳн знакѳн:

$$I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.$$

Нылѳн числѳзѳ гижѳн способѳс вѳлі не мянѳкѳдѳ. Мян цифразѳѳлѳн значеннѳс вѳжсѳѳ местѳзѳнысѳ вѳжѳмѳсянѳ, а римскѳй нумерациянѳ цифразѳѳлѳн

значеннёе пыр 6тік, кытшом местаын бы ния ээо сулалё. Көр ордчөн гижомсь кынымкё римской цифра, то числое лоас быдое числое сумма ыжда, кёдна обозначитомсь быд цифранас; например, XXV лоо сумма $10 + 10 + 5$, мёднёж шуны 25; CLXV лоас сумма $100 + 50 + 10 + 5$, мёднёж шуны 165, да сідз одз. Эта правилоо оз пыро только то кытшом 6 число:

$$4 = IV, 9 = IX, 40 = XL, 90 = XC, 400 = CD, 900 = CM.$$

Эна изображеннёезын шульга цифранслён значеннёе чынтсьо веськыт цифра значеннёе.

Эта бёрын лоасё вежёртанаёсь числоэзлён сэтшом изображеннёез:

$$\begin{aligned} I &= 1, II = 2, III = 3, IV = 4, V = 5, VI = 6, VII = 7, \\ VIII &= 8, IX = 9, X = 10, XI = 11, XII = 12, XIV = 14, XVIII = 18, \\ XIX &= 19, XX = 20, XXIX = 29, XLII = 42, LXXXIV = 84, \\ XCV &= 95, CCC = 300, MCMXXXVII = 1937. \end{aligned}$$

Тысячаэзлісь числоо обозначаитоны сідз жё, кызд и единицаэзлісь число, только веськытланьясь, улё гижоны буква m (mille—тысяча); например: CLXXX_{III} CCCLXIV = 180 364.

III. ӨТЛААЛӨМ.

18. Мый сэтшом өтлаалөм. Нийё единицаэсё, кёднаись составитомсь кынымкё число, туйо керны өтлао. Сія числое, кёда лоас быдое единицаэсё лыддьом бёрын, шусьё *суммаын*, а ния числое, кёднө өтлаалөны, шусьоны *содтаннэзөн*. Сідз, 5 спича, 7 спича да 2 спича позьё өтлаавны, петас 14 спича. Число 14 эм сумма куим содтанлөн: 5, 7 да 2. Содтаннэс вермасё лоны 2, 3 и унажык.

Содтаннэсё позьё видзөтны кызд суммасылсь торрез.

Кынымкё сетом число сьёрти өтік виль число адзёоме шусьё *арифметической действиеын* (дженыта мийё пондам шуны просто *действиеын*).

Сія действиеыс, көр лоо кынымкё числолөн сумма, шусьё эна числоэз өтлаалөмөн.

Өтлаалөмлөн знакыс + (плюс); сідз, гижөма кө: $5 + 7 + 2$, то эта лоо 5, 7 да 2 числоэзлөн сумма.

Өтлаалан действиесё позьё керны көть көр (көть кытшом числоэз вермасё лоны өтлаалөмөсь) и пыр петө өтік результат.

19. Суммалөн основнөй свойствоэз. 1) Содтаннэзлісь порядок вежөмсянь суммасыс оз вежсьы.

Сідз, $5 + 7 + 2$ суммасыс пыр лоас 14, кытшом порядокөн бы мийё эг керө өтлаалөмсё:

$$5 + 7 + 2 = 2 + 7 + 5 = 7 + 5 + 2 = 14.$$

Этө свойствоё шуоны *өтлаалөмын места вежан* (переместительнөй) *законөн*, сідз кызд содтаннэзлісь местаэзнысё позьё вежлавны, суммасё вежтөг.

Куим содтан понда этө свойствоё общөй видөн позьё гижны сідз:

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + c + b = b + a + c = b + c + a = c + a + b = \\ &= c + b + a, \end{aligned}$$

кытөн букваэс туйё вермасё лоны любөй числоэз.

2) Суммаыс оз вежсы, кынымкө содтанлыс группа вежам кө ны суммаон.

Например, $5 + 7 + 2$ суммаыс оз вежсы, 7 да 2 содтаннэсө вежам кө ны суммаон:

$$5 + 7 + 2 = 5 + 9 = 14.$$

Эта свойствоыс шусьö *отлааломын сочетательной законон*, сідз кызд содтаннэсө позьö сочетайтны (отлаавны) отік числоö (отік группаö).

Куим содтан понда этö свойствосö общөй видон позьö гижны сідз:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c),$$

кытөн скобкаэзнас мыччалом, кытшөм порядокон колө керны отлааломсө перво отлаавны скобкаэз пытшкись числоэсө, а сыбөрын скобкаэз сайись.

20. Кызд содтыны сумма да кызд содтыны сумма дынө. Суммаыс основнөй свойствоэзись позьö петкөтны кык правило:

1) Медбы кытшөм-нибудь число дынө содтыны кынымкө числоэзлись сумма, туйө содтыны эта число дынө отамөд бөрсянь быд содтансө.

Сідз:

$$100 + (20 + 7 + 3) = 100 + 20 + 7 + 3^1.$$

Сідз и лоө, 2) свойство сыөрти (§ 19) гижөм равенстволөн веськытланись торыс оз вежсы сылись 20, 7 да 3 содтаннэсө мийө отлаалам кө отік группаö; но этö керөм бөрын миян лоас гижөм равенстволөн шульгаланись торыс.

2) Медбы кытшөм-нибудь число содтыны сумма дынө, туйө этö числосö содтыны кытшөм-нибудь отік содтан дынө, а мөддэсө кольны вежтөг.

Сідз:

$$(35 + 15 + 20) + 10 = (35 + 10) + 15 + 20 = 35 + (15 + 10) + 20 = \dots$$

Быдөс эна суммаэс равнөйөсь $35 + 15 + 20 + 10$ суммалө, только мукөдас ны коласись содтаннэс сулалөны мөдік местаэзын и мукөд содтаннэс отлаөтөмөсь отік группаö. Сийөн 1) да 2) свойствоэз сыөрти (§ 19) быдөс эна суммаэс равнөйөсь $35 + 15 + 20 + 10$ суммалө и, сідзкө, равнөйөсь асколасанись.

21. Кык отікзнака числоэз отлаалом. Медбы адззыны кык отікзнака числоэзлись сумма, колө отыс бердө лыддыны мөдыслись быдөс единицаэсө. Лыддыам кө 7 дынө число 5-лись быдөс единицаэсө адззам сумма 12.

Медбы кужны перыта отлаавны быдкөдь числоэз, колө т ө д ны (видны төдвылын) быдөс суммаэз, көдна лоөны кык отікзнака числоэз отлаалөмсянь.

Замечаннө. Сідз кызд нуль мыччалө, что единицаэз абуөсь, то $5 + 0 = 5$ (вит дынө нем кө не содтыны, то 5 и кольччас) и

¹ Скобкаэз () эстөн и одзлань мыччалөны, что действиеэсө, көдна сулалөны скобкаэз пытшкын, колө керны методз; скобкаэз употребляйтөм йылись подробнөйжыка гижөма 40 §-ын.

$0 + 5 = 5$ (единицаэс кō ээō вōлō, а сыбōрын содтисō 5 единица, то 5 единица и лоас). Вообщє, кōть кытшōм число нулькōт ѳтлаалікō либо нульсō кōть кытшōм числокōт ѳтлаалікō пыр лō сія жō числосє.

22. Уназнака число ѳтікзнака числокōт ѳтлаалōм. Ась колō ѳтлаавны 37 да 8. ѳта понда 37 дынісь торйōтам 7 единица да ѳтлаалам нійō 8-кōт; лоас 15. Энō 15 единицасō содтам 30 дынō; но 15 сія жō, мый 10 да 5. 30 дынō 10 содтікō лоас 40; 40 дынō эшō 5 содтікō лоас 45.

Туйō керны и сідз. Мийō тōдам, медбы получитны 40, колō 37 дынō содтыны 3, сійōн 8 единица дынісь торйōтам 3 единица да ѳтлаалам нійō 37 дынō; сәк лоас 40 да эшō 5 единица, кōдна кольчисō 8 дынісь 3 единицасō босьтōм бōрын, мōднєж шуны лоас 45.

Колō велавны керны энō действиесō тōдвылын и керны перыта.

ѳта параграфын висьталōм кык приємыс лōбны нійō правилосō применєннєн, кōдна йылісь байтсис 20 §-ын; этō позьō казавны сәтшōм равенствоэзісь:

$$37 + 8 = (30 + 7) + 8 = 30 + (7 + 8) = 30 + 15 = 30 + (10 + 5) = (30 + 10) + 5 = 40 + 5 = 45,$$

либо:

$$37 + 8 = 37 + (3 + 5) = (37 + 3) + 5 = 40 + 5 = 45.$$

23. Уназнака числоэз ѳтлаалōм. Ась колō адззыны сумма нєль числосісь: 13653, 22409, 1608 да 346. ѳта понда перво ѳтлаалам быдōс содтаннєсісь простōй единицаэсō, сыбōрын нылісь десяткєсō, сыбōрын сотняэсō да сідз одз. Медбы эта дырни не сорлавны быдкōдь разряддэзісь единицаэсō, гижам сєтōм числоэсō ѳтамōд увтō сідз, медбы единицаэс сулалісō единицаэз увтын, десяткєс—десятоккєз увтын, сотняэс—сотняэз увтын да сідз одз.; медбōрья содтаные увтōт нубтам черта:

$$\begin{array}{r} 13653 \\ 22409 \\ + 1608 \\ 346 \\ \hline 38016 \end{array}$$

Единицаэсō ѳтлаалōмсянь получитам 26, мōднєж 2 десяток да 6 единица; 2 десяткєсō видзам тōдвылын, медбы нійō сыбōрын ѳтлаавны сєтōм числоэз десяткєзкōт, а 6 единицасō гижам черта увтас, содтаннєс единицаэз весьтō. Десяткєсō ѳтлаалōмсянь (ѳтлаын нійō кык десяткєсō, кōдна лоисō единицаэсō ѳтлаалōмсянь), лоас 11 десяток, мōднєж 1 сотня да 1 десяток; 1 сотнясō босьтам тōдвылō, медбы сійō сыбōрын ѳтлаавны сотняэзкōт, а 1 десяткєсō гижам черта увтас десяткєс весьтō. Сотняэсō ѳтлаалōмсянь петас 20 сотня, мōднєж топ 2 тысяча; энō 2 тысячасō босьтам тōдвылō, медбы нійō ѳтлаавны тысячаэс дынō, а сотняэс весьтō черта увтас гижам нуль. Пондам сідз керны действиесō одзлань.

Замечаннѣ. Кытшѣм-нибудь столбикисѣ цифразсѣ ѳтлаалікѣ (мیان примерын десятоккесѣ ѳтлаалікѣ) пантасяс кѣ цифра 0, то сы вылѣ оз видзѣтѣ, сійѣн что нуль содтѣмсянѣ числоыс оз гежсы (видзѣтѣ § 21).

24. Нуль—эта число. Мийѣ адззылім, что ѳтлаалѣмсѣ керикѣ содтаннѣз коласын вермас пантасыны нуль; одзланѣ мийѣ адззылам, что нульыскѣт колас керны и мѣдік арифметическѣй действеѣз. Сійѣн мийѣ ѣні условитчам *нульсѣ лыдѣыны числоѣн* кызд и мѣдік числоѣз; позѣ казавны, что *нульыс учѣтжык кѣтъ кытшѣм мѣдік числоѣс.*

25. Кынымкѣ единица вылѣ числосѣ ыждѣтѣм. Кытшѣм-нибудь число ыждѣтны кынымкѣ единица вылѣ—эта лѣѣ содтыны число дынѣ ѣнѣ кынымкѣ единицасѣ. Колѣ кѣ, шуам, 80 ыждѣтны 25 вылѣ, то эта лѣѣ, что 80 дынѣ колѣ содтыны 25 (лоас 105). Сідзкѣ, кынымкѣ единица вылѣ числосѣ ыждѣтѣмыс керсѣѣ ѳтлаалѣмѣн.

26. Содтаннѣз вежѣмсянѣ суммалѣн вежсыѣм. Сідз кызд суммаас овлѣ сыным единица, мымда нѣя быдѣс содтаннѣзас, то петѣ, что

кытшѣм-либо содтан дынѣ содтамѣ кѣ кынымкѣ единица (а мунѣд содтаннѣсѣ колям вежтѣг), то суммаыс ыждас сыным единица вылѣ жѣ.

Сідз, $5 + 8 = 13$; первѣй содтан дынѣ содтыны кѣ 4, то лоас: $(5 + 4) + 8 = 9 + 8 = 17$; содтыны кѣ 4-сѣ мѣд содтаныс дынѣ (а первѣй содтансѣ кольны вежтѣг), то петас:

$$5 + (8 + 4) = 5 + 12 = 17;$$

сідзкѣ, кѣда кѣ содтан дынѣ число 4 содтѣмсянѣ суммаыс ыждѣ 4 единица вылѣ (сідз кызд 17-ыс 4 единицаѣн ыджытжык 13-ся).

Кытшѣм-либо содтан дынѣсѣ босѣтам кѣ кынымкѣ единица (а мѣд содтаннѣсѣ колям вежтѣг), то суммаыс чинас сыным жѣ единица вылѣ;

кытшѣм-нибудь содтан дынѣ содтам кѣ кынымкѣ единица, а мѣдік содтанѣсѣ чинтам сыным жѣ единица, то суммаыс кольччас вежсыѣтѣг.

IV. ЧИНТѢМ.

27. Мый сѣтшѣм чинтѣм. Велѣтчисьлѣн вѣлісѣ 7 тетрадь; 3 тетрадь сѣя сѣтѣма воньслѣ; медѣы тѣдны, кыным тетрадь сылѣн кольччисѣ, колѣ 7 тетрадѣсѣ чинтны 3 тетрадь (кольччас 4 тетрадь).

Сѣтшѣм действие, кѣр ѳтѣк числоыс чинтѣны сыным единица, мымда нѣя ѣмѣсѣ мѣдік сѣтѣм числоын, шусѣѣ чинтѣмѣн.

Мیان примерын число 7-нѣсѣ колѣ чинтны число 3; лоас число 4.

Число, кѣдаисѣ чинтѣны, шусѣѣ *чинанѣн*; число, кѣдѣ чинтѣны, шусѣѣ *чинтанѣн*; число, кѣда лѣѣ чинтѣм бѣрын, шусѣѣ *разностѣѣн*. Разностѣыс ѣшѣ шусѣѣ *колянѣн*.

Миян примерын чинаные 7, чинтаные 3, разностье 4.

Чинтöмлөн знакыс—(минус); сiя гижсьö чинан (шультгалань-сянь) да чинтан (веськытланьсянь) коласын.

Сiдз: $7 - 3 = 4$.

Позьö казавны, что сетöм числось туйö чинтны быждоь число, кода сысья учöтжык нето сы ыжда жö, но некытшöм числось оз туй чинтны сятшöм число, кода сысья ыджытжык. Сiйөн чинтаные оз вермы лоны ыджытжык чинанысья.

28. Чинтöмсö öтлаалöмкöt сравнитöм. Чинтöмсö керикö öт числосö, чинансö, торйöтöны кык число выlö. Например, 9-ись 5 чинтiкö мийö тöдiм, что кольччис 4, эта лоö, что 9-сö мийö торйöтiм кык число выlö: 5 (чинтöм единицаэз) да 4 (кольччöм единицаэз). Энö кык числосö öтлаалам кө öтик числоö, получитам сiйö число 9-сö, көдiйö торйöтiм; сiдзкö, чинаные равняйтчö чинтанлö, кода дынö содтöма колян; мöднөж кө шуны, чинаные лоö сумма, а чинтаные да коляные—содтаннэз.

Öтлаалiкö содтаннэс сетсьöны, а суммасö адззам; чинтiкö сетсьöны сумма и öт содтаные, а мöд содтансö адззам.

Сiдзкö лоö, что сiя числоые, көдö öтлаалiкö адззöны, — чинтiкö сiя сетсьö, и мöднөж; сiйөн шуöны, что чинтöмыс лоö öтлаалöмлö обратнöй действе.

29. Замечаниэз. 1) Чинтöмсö туйис бы сразу определитны кызд öтлаалöмлö обратнöй действе, кодын сетöм сумма да сетöм содтан сьöртi адззöны мöд содтансö. Но арифметикасö элементарнöй велöтöмсö пондöгiкö простожык и нагляднöйжык определитны чинтöмсö кызд чинанись чинтан ыжда тор чинтöм, а сьöбрын вöлчис мычавны чинтöм да öтлаалöм коласын соотнесеннö (кызд эта керöма 28 §-ын).

2) Чинтöмсö керны туйö көгькөр, и результатис лоö пыр öтик, мед только чинтаные вöлi учöтжык чинанысья. Шуам, а-ись котö чинтны в, то мийö вермам керны этö а-сис сьöрна (последовательно) пондам кө чинтавын öтик бöрөняь мöдiк сыным единица, мында нiя в-ас. Öтик единица чинтöм бöрын колянын лоас öтик число $a-1$, кода натуральнöй рядын сулалö топ а одзын; мöдiк единица чинтöм бöрын миян бöри жö лоас только öтик число $a-1-1$, кода сулалö топ $a-1$ одзын да сiдз одз. Кызд $v < a$ -ся, то v единица чинтöм бöрын, мийö получатам натуральнöй рядись кытшöмкö (и только öтик) число, кода и лоас разностьöн; кызд $v = a$, сэк чинтöм бöрын оз кольччы некытшöм число, мöднөж шуны, коляные лоас нуль; и, медбöрын, кызд $v > a$ -ся, то чинтöмсö керны оз туй.

30. Öтикзнака число чинтöм. Медбы кужны кокнита чинтны көть кытшöм число, колö перво велавны чинтны тöдвылын öтикзнака число öтикзнакаись да кыззнакаись. Кошшан разностье кокнита адззиссьö öтлаалöмөн. Например, медбы тöдны, уна я лоас 8-тöг 15, уськöтам тöдвылö, кытшöм число 8-кöt öтлаалiкö сетö 15; 8 да 7 сетöны 15; сiдзкö, 8-тöг 15 лоас 7.

Колö велавны керны эттшöм чинтöмсö тöдвылын и перыта. *Замечаниэ.* $7 - 0 = 7$ (7 единицаись нем кө ог чинтö, то 7 единица и кольччас); вообще, көть кытшöм числось нуль чинтiкö пыр лоö сiя жö числоые.

$8 - 8 = 0$ (8 единицаись чинтны кө 8 единица, то нем оз кольччы); вообще, кык öтыжда числоэзлөн разностье пыр равняйтчö нульö.

Нулись оз туй чинтны некытшом число, сійон что быдос мѡ-
дік числоэс нулься ыджытжыкѡсь.

31. Уназнака число чинтѡм.

Пример: 60072-исъ чинтны 7345.

Действиесѡ гижам сідз жѡ, кыздз и ѡтлаалікѡ:

$$\begin{array}{r} \cdot \cdot \cdot \\ 60072 \quad \text{чинан} \\ - 7345 \quad \text{чинтан} \\ \hline 52727 \quad \text{разность.} \end{array}$$

Пондам керны действиесѡ сѣтшѡм жѡ порядокѡн, кыздз и ѡтлаалікѡ, мѡднѣж шуѡмѡн пондам чинтны единицаэсѡ едини-
цаэзісь, десятоккесѡ десятоккезісь да сідз одз. 2 единицаисъ
5 единицаэсѡ чинтны оз туй; босѣтам 7 десятокисъ 1 десяток,
сыын 10 единица, кѡднѡ ѡтлаалам чинанын сулалан 2 единица-
кѡт; лоас 12 единица; ныисъ мийѡ чинтам чинтанісь 5 единица;
колянын лоас 7 единица. Ѳні пондам чинтны десятоккесъ. 7 де-
сятокисъ, кѡдна вѡлісѡ чинанас, 1 десяток мийѡ босѣтім ни еди-
ницаэсѡ чинтѡкѡ (медбы ѣтѡ не вунѡтны мийѡ 7 десяток цифра
вевдѡрѡ сувтѡтім точка); кольчѡ 6 десяток; ныисъ мийѡ чин-
там чинтанлісь 4 десяток; колянын лѡѡ 2 десяток. Пондам чинт-
ны сотняэз. Чинанын сотняэс абубѡсь; видзѡтам тысячаэз и
адззам, что чинанас нія тожѡ абубѡсь; сійѡн мунам одзлань—
тысячаэз десятоккесъ дынѡ; нія чинанас ѣмѡсь 6; ѣна тысячаэз
6 десятокисъ ѡтѡкѡ босѣтам (цифра 6 весѣтѡ сувтѡтам точка);
сыын лоас 10 тысяча; ѡтѡкѡ ѣна тысячаэзісь мийѡ босѣтам, сы-
ын 10 сотня, кѡднаисъ мийѡ чинтам чинтанісь 3 сотня и ко-
лянын лоас 7 сотня. Миян кольччисъ ѣшѡ 9 тысяча; ныисъ мийѡ
чинтам чинтанислісь 7 тысяча, колянын лоас 2 тысяча. Медбѡ-
рын, чинанын кольчѡм тысячаэз 5 десятокисъ вуджасѡ колянас
вежсѣйтѡг, сідз кыздз ныисъ нем ѡг чинтѡ. Сідзкѡ, коляныс пе-
тіс 52727.

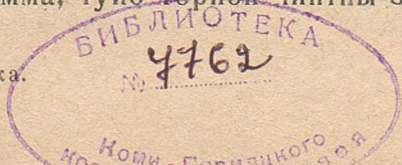
То чинтѡм вылѡ ѣшѡ примеррез:

$$\begin{array}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot \\ 6000227 \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \\ - 4320423 \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline 1679804 \quad 500000 \\ \quad \quad \quad - 17236 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad 482764 \end{array}$$

Чинтѡмсѡ буржык керны учѡтжык разряддзяснѣ ыджытжык-
кез дынѡ сійѡн, мыля сѣтшѡм порядок дырни, пондас кѡ ковны,
дак пыр вермам одзѡстны 1 единица ыджытжык разрядісь, мед-
бы поснѣѡтны сійѡ учѡтжык разрядісь единицаэсѡ.

32. Кыздз чинтны сумма да кыздз чинтны суммаисъ. Вылісь-
жык параграфын уназнака число чинтѡкѡ мийѡ чинтлімѡ еди-
ницаэсѡ единицаэзісь, десятоккесѡ десятоккезісь и сідз одз.
Ѵта дырни мийѡ пользуйтчим то кытшѡм правилоэсѡн.

1) Медбы чинтны сумма, туйѡ торѡн чинтны ѡтамѡд бѡр-
снѣ быд содтансѡ.



Сідз, медбы чинтны число 325, мѡднѣж шуѡмѡн $5 + 20 + 300$ сумма, туйѡ торйѡн чинтны быд содтансѡ: 5, 20 да 300.

Общѡй видѡн этѡ правилѡсѡ туйѡ мыччавны сѣтшѡм равенствѡн:

$$a - (b + c + d + \dots) = a - b - c - d - \dots$$

2) Медбы суммаись чинтны число, туйѡ чинтны этѡ числѡсѡ кытшѡм-нибудь ѡтѡк содтанѡсь.

Сідз:

$$(30 + 20) - 10 = 50 - 10 = 40,$$

либо

$$(30 + 20) - 10 = (30 - 10) + 20 = 20 + 20 = 40,$$

либо

$$(30 + 20) - 10 = 30 + (20 - 10) = 30 + 10 = 40.$$

Вообще:

$$(a + b + c + \dots) - m = (a - m) + b + c + \dots = a + (b - m) + c + \dots$$

Чинтансѡ видѡтны кѡ кызз сумма простѡй единицаззлѡсь, десятоккелѡсь, сотняззлѡсь да сідз одз., мийѡ чинтам торйѡн единицазсѡ, сыбѡрын десятоккесѡ, сыбѡрын сотнязсѡ да сідз одз. Медбы чинтны единицазз, мийѡ видѡтам чинансѡ кызз разряддззлѡсь сумма и чинтанлѡсь единицазсѡ чинтам эта суммаись ѡтѡк содтанѡсь, единицаззлѡсь. Кыззи керны этѡ ѡз туй, мийѡ бѡсьтам чинанлѡсь 1 десяток, поснѡтам сийѡ простѡй единицаззѡ да ѡтлаалам нийѡ чинанись единицаззкѡт и сыбѡрын чинтам чинтанлѡсь елиницазсѡ. Кыззи чинанись десятоккес ѡз лѡѡ, мийѡ бѡсьтам 1 сотня, поснѡтам сийѡ десятоккесѡ да сідз одз.

33. Ѳтлаалѡмсѡ проверитѡм. Медбы тѡдны чорыта, что действеиыс керѡма верно, сийѡ колѡ п р о в е р и т н ы. Медбы проверитны ѡтлаалѡмсѡ, частожыкесѡ ѡтлаалѡны содтаннзсѡ мѡдпыра мѡдѡк порядокын, шуам, ѡтлаалѡмсѡ керѡны у л ѡ с я н ь в ы л ѡ. Мѡдпыра содтѡкѡ суммаись петѡ кѡ сѡя жѡ, то позьѡ шуны, что ѡтлаалѡмыс керѡма верно.

Сѣсся, ѡтлаалѡмсѡ позьѡ проверитны и чинтѡмѡн; эта понда колѡ лѡѡм суммасись чинтны кѡдѡкѡ ѡт содтансѡ; разностьыс лѡас кѡ мѡд содтаннзс сумма ыжда, то позьѡ шуны, что ѡтлаалѡмыс керѡма верно.

34. Чинтѡмсѡ проверитѡм. Мийѡ одзжык баитѡм ни, что чинанись эта сумма, а чинтанись да колянись—содтаннзз, то чинтѡмсѡ проверитѡм понда тырмас чинтансѡ ѡтлаавны колянкѡт; лѡас кѡ число, ѡтыжда чинанкѡт, то позьѡ шуны, что чинтѡмыс керѡма верно.

Сѣсся, сийѡн, что чинтанись да колянись—содтаннзз, а чинанись—нылѡн сумма и сийѡн, что содтаннззлѡсь местаззнысѡ вежѡмсянѡ суммаись ѡз вежсы, то чинтѡмсѡ позьѡ проверитны и чинтѡмѡн; эта понда колѡ чинанѡсь чинтны колянсѡ; эта дырии лѡас кѡ чинтанись, то позьѡ шуны, что действеиыс керѡма верно.

35. Кынымкѡ единица вылѡ число учѡтсѡтѡм. Кытшѡм-нибудь число учѡтсѡтны кынымкѡ единица вылѡ—эта лѡѡ чинтны сѡысѡ энѡ кынымкѡ единицазсѡ. Сідз, колѡ кѡ 100 учѡтсѡтны 30 вылѡ, то эта лѡѡ, что 100-исѡ колѡ чинтны 30 (лѡас 70).

36. Кык число сравнитом. Охота кō сравнитны кык число, мийō сувтотам вопрос, кыным единица вылō от числоыс ыджытжык нето учотжык мōдыся. Медбы этō тōдны, колō ыджытжык числоыс чинтны учотжыксō. Например, медбы тōдны, мымдайн 20 учотжык 35-ся (нето мымдайн 35 ыджытжык 20-ся), колō 35-исъ чинтны 20; сэк мийō тōдам, что 20 учотжык 35-ся (нето 35 ыджытжык 20-ся) 15 единица вылō.

37. Сетом числоэз вежōмсянь разностьлōн вежсьом. Этō мийō вермам петкōтны сумма вежōмись, сийōн что чинаныс—эта сумма, а чинтаныс да разностьыс—содтаннэз. Сийōн:

чинан дынō содтам кō кынымкō единица, то разностьыс ыждас сыным жō единица вылō;

чинан дынīs чинтам кō кынымкō единица, то разностьыс чинас сыным жō единица вылō;

чинтан дынō содтам кō кынымкō единица, то разностьыс чинас сыным жō единица вылō;

чинтан дынīs чинтам кō кынымкō единица, то разностьыс ыждас сыным жō единица вылō.

Полезно лоас тōдны, что разностьыс оз вежсьы, кызди чинаксō да чинтансō тшōтш ыждōтам нето учотсьотам откодъ число вылō.

Сидз:

$$(11 + 6) - (3 + 6) = 11 - 3 = 8.$$

38. Кыдз чинтны разность. Ась колō 30-исъ чинтны разность 12 — 8. Сы туйō, медбы перво адззыны этō разностьсō (сия лоас 4) да сыбōрын чинтны сийō 30-исъ (лоас 26), мийō вермам керны сидз: ыждōтам 8 вылō чинансō (30) и чинтансō (12 — 8), сэк 30 туйō лоас 38, а разность 12 — 8 туйō лоас 12. Онi 38-исъ чинтам 12; адззам 26. Эта и лоас кошшан числоыс, сийōн что мийō чинансō и чинтансō ыждōтим отик число вылō, мийсьянь разностьыс оз вежсьы.

Туйō керны эшō и сидз: 30-сис чинтам не 8-тōг 12, а 12 (пeтac 18). Но мийō чинтим 8-ōн унажык, нежели колiс, этасянь и кольччис 8-ōн етшажык; сидзкō, 18-сō ыждōтны кō 8 вылō, то адззам колана разность—26. Сидзкō:

медбы чинтны разность, туйō содтыны чинтансō, а сыбōрын чинтны чинансō; нето чинтны чинансō¹, а сыбōрын содтыны чинтансō.

Общōй видōн этō правилосō туйō мыччавны сэтшōм равенствоэзōн:

$$a - (b - c) = a + c - b; \quad a - (b - c) = a - b + c.$$

V. ДЕЙСТВИЕЭЗЛōН ЗНАККЕЗ. РАВЕНСТВОЛōН ДА НЕРАВЕНСТВОЛōН ЗНАККЕЗ. СКОБКАЭЗ.

39. Знаккeз. Задачаэз решайтикō мукōд пора колō, действиесō кертōг, только знаккeзōн мыччавны, кытшōм действиеэз колō керны эна числоэзкōт. Шуам, колō мыччавны, что чис-

¹ Кыдзи этō туйō керны, мōднeж шуōмōн кызди чинаныс не ыджытжык сия числося, кōдансъ колō чинтны разностьсō.

лозз 10, 15 да 20 колö öтлаавны. Сэк сетöм содтаннэсö гижöны öтiк строчкаö и ны коласö сувтöтöны öтлаöтан знак: $10 + 15 + 20$.

Колö кö мыччавны, что öтiк числоиь колö чинтны мöдiк число, то чинансö да чинтансö гижöны öтiк строчкаö и ны коласö сувтöтöны знак—. Сiдз, выраженнö $10 - 8$ мыччалö, что колö 10-иь чинтны 8.

Выраженнö $10 + 15 + 20$ лыддöтсьö сiдз: 10 плюс 15 плюс 20, нето 10-лөн, 15-лөн да 20-лөн сумма. Выраженнö $10 - 8$ лыддöтсьö сiдз: 10 минус 8, нето 10-лөн да 8-лөн разность.

Эмöсь эшö знаккез: $=$, $>$ да $<$, кöднөн мийö пользуйтчими. Первöйыс шусö *равенство знаков*, и лöб „равно“ да „равняйтчö“ кыввез туйö; мöдiк кык знакыс шусöны *неравенство знаккезöн* и означайтöны: знак $>$ „ыджытжык“, а знак $<$ „учöтжык“; например, выраженнөз $7 + 8 = 15$, $7 + 8 > 10$ и $7 + 8 < 20$ лыддöтсьöны сiдз: 7 плюс 8 равно 15-лö; 7 плюс 8 ыджытжык 10-ся; 7 плюс 8 учöтжык 20-ся. Колö видзны тöд-вылын, что $>$ да $<$ знаккезлөн йыввезныс долженöсь видзöтны учöтжык числоланьö.

Пантасьлöны эшö знаккез $\neq$ (оз равняйтчы), $\leq$ (учöтжык нето равняйтчö), $\geq$ (ыджытжык нето равняйтчö).

40. Скобкаэз. Формула. Задачаэз решайтiкö öддöн полезно действиеэсö кертöдз мыччавны, кытшöм действиеэз да кытшöм порядокын колö керны эна числоэзкöt, медбы адззыны сетöм вопрос вылö ответсö. Шуам, кытшöм-нибудь задача решайтöм понда перво колö öтлаавны 35 да 20, сыбöрын этö суммасö чинтны 200-иь. Медбы этö мыччавны, гижöны сiдз:

$$200 - (35 + 20).$$

Этöн скобкаэс, кöдна сулалöны минус ($-$) знак бöрын, мыччалöны, что 200-иь колö чинтны сумма $35 + 20$, мöднөж шуöмөн 55.

Мукöд пырся скобкаэза выраженнөсö ковсьö пыртны виль скобкаэзö; сэк скобкаэсö гижöны неöткодь формаабсь, медбы ийö не соравны öтамöдныскöt¹, например, сэтшöм выраженнө:

$$100 + \{160 - [60 - (7 + 8)]\}$$

мыччалö: öтлаавны 7 да 8 (лоас 15); адззöм суммасö (15) чинтны 60-иь (лоас 45); адззöм числосö (45) чинтны 160-иь (лоас 115); лöбм числосö (115) öтлаавны 100-кöt (лоас 215). Эта дырни действиеэслөн последовательностьыс пыр сэтшöм: перво керöны медпытшыкыс скобкаэзись действиеэсö и сiдз одз.

Колö висьтаваны, что п о с л е д о в а т е л ь н ö й öтлаалöмсö да чинтöмсö мыччалiкö, мöднөж шуöмөн, кöр действиеэсö колö керны сэтшöм порядокон, кыз нiя гижöмöсь, скобкаэсö озö гижö; шуам, гижöма кö:

¹ Сэтшöм формаа скобкаэз: () шуöны простöй скобкаэзөн, сэтшöм формаабсь: [] прямöй скобкаэзөн да сэтшöм формаабсь: { } фигурнöй скобкаэзөн.

$$20 - 2 + 4 - 5,$$

то эта лоо сия жö, мый и $[(20 - 2) + 4] - 5$,
мöднëж шуöмөн, что 20-ись чинтöны 2, лоом разность дынö
содтöны 4 и эта сумманысь чинтöны 5.

*Выраженнë, кöда мыччалö, кытишöм действиез да кытишöм
порядокны колö керны сетöм числоэзкöt, медбы адззыны кош-
шан числосö, шушь формулаөн.*

В ы ч и с л и т н ы ф о р м у л а—эта лоо адззыны число, кö-
да петас формулаын мыччалом быдöе действиезö кером бöрын.

VI. БОСЬТÖМ.

Задача. *Небисö 6 линейка 85 копейкаөн öтиксö. Уна я веш-
тисö быдöс линейкаэс понда?*

Этö задачасö решайтöм понда мянлö колö адззыны 6 öтыж-
да содтанлис сумма:

$$85 + 85 + 85 + 85 + 85 + 85 = 510 (= 5 \text{ р. } 10 \text{ к.}).$$

Эта задачаын мийö этö суммасö адзам обыкновеннöй öт-
лаалöмөн. Но көр öтыжда содтаннэс уна, сэк öтлаалöмнас адззы-
ны нылис суммасö овлö дыр и сьöкыт.

А сийөн мыля öтыжда содтаннэсö öтлаавны ковсьö öддöн
часто, то арифметика вырабатывайтö способез сэтшöм сумма-
эсö перыта адзöм понда.

Көр öтлаалöны öтыжда содтаннэз, мöднëж шуöмөн, көр öтик
числоыс повторяйтчö содтанөн кынымиськö, то шуöны, чтö
числоыс умножайтчö (боссьö унаись). Көр сия повторяйтчö
6-ись, сэк шуöны, что сия боссьö 6 вылö; повторяйтчö кö 20-ись,
сэк шуöны, что сия боссьö 20 вылö, да сідз одз.

41. Мый сэтшöм босьтöм. *Босьтöмөн шушь öтыжда сод-
таннэз öтлаалöм.*

Эта дырни сия числоыс, кöда повторяйтчö кызз содтан, шу-
сьö боссянөн (сия боссьö), а число, кöда мыччалö, мымда бось-
тöны сэтшöм öтыжда содтаннэсö, шушь босьтанөн.

Число, кöда петö босьтöмсö кером бöрын, шушь *произведе-
нён*. Например, көр 85 босьтöны 6 вылö, то 85—боссян, 6—
босьтан, а число 510, кöда петис босьтöмсö кером бöрын—произ-
веденнë. Боссяныс да босьтаныс шусьöны эшö *сомножител-
лэён*.

Босьтöмсö обозначайтöны особöй знакөн. Колö кö, шуам, 85
босьтны 6 вылö, сэк гижöны сідз: $85 \cdot 6$, мöднëж шуны гижöны
боссянсö, сы дынсянь веськытланьö босьтöмлись знак (точка), а
знак дынсянь веськытланьö сувтötöны босьтансö; сэтшöм обоз-
наченнëйс гижсьö $85 + 85 + 85 + 85 + 85 + 85$ сумма туйö. Көр
произведеннëйс адзöм, сэк позьö гижны равенство: $85 \cdot 6 = 510^1$.

Этö равенствосö лыддöтны позьö неöтмоз:

сумма квать öтыжда содтанлөн, кöда коласись быдыс 85, се-
тö 510;

¹ Точкаыс туйö босьтан знакаö гижöны эшö то кызз: $\times$.

6 вылѣ босьтѣм 85 сетѣ 510;

6 вылѣ 85-лѣн произведеннѣ равняйтѣ 510.

Замечаннѣз. 1) Сидз кыз босьтѣмьс лѣб ѣтлаалѣмлѣн частнѣй случай, то сйѣ туйѣ керны кѣтъкѣр и сетѣм сомножителлѣз дырни сйа пыр сетѣ ѣтѣк результат.

2) Кѣр сомножителлѣс мыччалѣмѣс букваэзѣн, то вйѣ босьтѣмьс часто мыччаесѣ знатѣг (сомножителлѣсѣ гижѣны ордѣн). Сидз, гижѣм кѣ *ав*, то ѣта лѣб, что число *а* босьтѣны число *в* вылѣ. Сидзѣ некытѣм знак озѣ сувтѣтѣ сѣк, кѣр только ѣтѣк босьтанѣс мыччалѣма букваѣн, шуам *ба*.

3) Боссян вермас мыччавны кѣтъ кытѣм названнѣа единицаэз, например метрѣз, руббѣз, карандашѣз да сидз одз.; произведеннѣс должен означайтѣны боссянын кодѣ жѣ названнѣа единицаэз. Сидз, 7 руб босьтѣны кѣ 4 вылѣ, то нетѣ 28 руб. Босьтанлѣн, кѣда мыччалѣ, кыным ѣтыжда содтан босьтѣны, наименованнѣс абу; сйа, туйѣ 7 руб босьтѣны 4 вылѣ, но оз туй 7 рубѣс босьтѣны 4 руб вылѣ нетѣ 4 метр вылѣ.

Прикладнѣй наукаэзын (например физикаын) часто босьтѣны нима число нима жѣ число вылѣ, а произведеннѣслѣ нимсѣ гижѣны сомножителлѣс ним-меаисъ произведеннѣ.

42. Босьтѣмын мукѣд особѣй случайез. 1) Боссянын кѣ единица, то произведеннѣс босьтанѣс ыжда; сидз, $1 \cdot 5 = 5$, сйѣн что $1 + 1 + 1 + 1 + 1$ суммасы лѣб 5.

2) Боссянын кѣ нуль, то и произведеннѣс равняйтѣ нульѣ; например $0 \cdot 4 = 0$, сйѣн что $0 + 0 + 0 + 0$ суммасы, кыз мийѣ баитѣм ѣдзжык (§ 23), должен лыддиссыны нуль ыждаѣн.

3) Босьтанѣс кѣ единица, то произведеннѣс лоас боссян ыжда; например, $5 \cdot 1 = 5$ (5-сѣ босьтѣны кѣ ѣтпырисъ, 5 и лоас).

4) Босьтанѣс кѣ нуль, то произведеннѣс примитсѣ нуль ыждаѣн; например $5 \cdot 0 = 0$ (5-сѣ немымдансѣ кѣ ѣтѣ босьтѣ, то нем оз и лѣ).

43. Числѣсѣ кынымисъкѣ ыждѣтѣм. Ыждѣтѣны число 2-исъ, 3-исъ, 4-исъ да сидз одз.—ѣта лѣб составитѣны сумма кык, куим, нѣль да сидз одз. содтаннѣзлѣс, кѣдна сетѣм число ыждаѣс. Например, 10 ыждѣтѣны 5-исъ—ѣта лѣб босьтѣны 10 ыжда вит содтанлѣс сумма, мѣднѣж шуѣмѣн 10-сѣ босьтѣны 5 вылѣ. Сидз-кѣ, числѣсѣ кынымисъкѣ ыждѣтѣмьс керсѣ босьтѣмѣн (а числѣсѣ кытѣм-нибудъ число вылѣ ыждѣтѣмьс керсѣ ѣтлаалѣмѣн).

44. Сомножителлѣзлѣс местаэзнысѣ вежѣмсянъ произведеннѣс оз вежсы. Шуам, миянлѣ колѣ лыддыны улынжык мыччалѣм черточкаэсѣ:

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Первѣй строчкаас нйа 7, мѣдас да куимѣтас тожѣ 7-ѣн, сидз-кѣ, быдѣс черточкаэс лоасѣ $7 + 7 + 7$, мѣднѣж шуѣмѣн $7 \cdot 3$. Но энѣ жѣ черточкаэсѣ позѣ лыддыны вертикальнѣй столбикѣз сѣѣртѣ: первѣй столбикас нйа 3, мѣдас 3, куимѣтас 3 и сидз одз.; сидз

кыз быдос столбикес 7, то черточкаэс лосё $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$, мөднёж шуёмон $3 \cdot 7$. Но черточкаэслон числоэс оз зависит сысянь, кытшом порядокон мийё лыддям нийё; сидз-кё, $7 \cdot 3 = 3 \cdot 7$.

Этадз жё керёмон позё дожитны, что $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$; $20 \cdot 15 = 15 \cdot 20$ и сидз одз. Вообще,

боссянсё босытанис местаё, а босытансё боссяныс местаё сувтётотмсянь произведеннёйс оз вежсьы.

Эта свойствоэс шусё *босытёмын места вежан (переместительной) законён*.

Общой видон сийё позё мыччавны сэтшом равенствоён:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Замечаннё. Босытёмлөн эта свойствоэс кольччё и сэк, кёр босытанис единица нето нуль; сидз, $1 \cdot 5 = 5$ и $5 \cdot 1 = 5$; $0 \cdot 4 = 0$ и $4 \cdot 0 = 0$.

45. Босытан таблица. Мед кужны перыта керны кётъ кытшом числоэз босытём, колё запомнитны *өтікзнака* числоэзлісь быдос произведеннёсё. Эта понда составляйтёны (өтлаалёмон) сидз шусяна **б о с ь т а н т а б л и ц а** и велётёны сийё наизусть.

46. Кытшом порядокон мийё пондам изучайтны босытёмсё. Кыз керсё босытан действиеэс, мийё мыччалам сэтшом порядокын:

- 1) уазнака число өтікзнака число вылё босытём;
- 2) кётъ кытшом число сэтшом число вылё босытём, кёда гижём өтік нето кынымкё нуллеза цифра 1-өн;
- 3) кётъ кытшом число сэтшом число вылё босытём, кёда гижём өтік нето кынымкё нуллеза значащой цифраён;
- 4) уазнака число уазнака число вылё босытём;
- 5) нуллезён кончайтчан числоэз босытём.

47. Уазнака число өтікзнака число вылё босытём. Ась колё 846 босытны 5 вылё. Примитёма действиеэс гижны сидз:

$$\begin{array}{r} 846 \\ \cdot 5 \\ \hline 4230, \end{array}$$

мөднёж шуёмон гижёны боссянсё, сы увтё босытансё; босытанис увтёт нуётёны черта. Черта увтас гижёны произведеннёс-лісь сьёрна петан цифраэсё.

846 босытны 5 вылё—эта лоё өтлаавны 846 ыжда 5 число. Эта понда перво колас босытны 5-ісь 6 единицаён, сьёбёрын 5-ісь 4 десятокён и, медбёрын, 5-ісь 8 сотняён.

Быд случай дырни произведеннёсё адзам босытан таблица сьёрті.

5-ісь 6 единицаён = 30 единица, мөднёж шуёмон 3 десяток; черта увтас единицаэс местаё гижам нуль, а 3 десятоксё видзам тёдвылын.

5-ісь 4 десятокён = 20 десяток, да 3 десяток, кёднө видзим тёдвылын, лос 23 десяток, мөднёж шуёмон 2 сотня да 3 десяток; 3 десятоксё гижам черта увтас десяткокес местаё, а 2 сотнясё бёра босытам тёдвылө.

5-исъ 8 сотняѡн = 40 сотня, да 2 сотня, кѡднѡ видзим тѡд-
вылын, лоас 42 сотня; черта увтас сувтѡтам 42 сотня, мѡднѣж
шубѡмѡн 4 тысяча да 2 сотня.

Сідзкѡ, 846-лѡн 5 вылѡ произведеннѣыс лоѡ 4230.

**48. Ѳтік нето кынымкѡ нуллеза единицаѡн гижѡм число
вылѡ босѣтѡм.** Асѣ колѡ 358 босѣтны 10 вылѡ, мѡднѣж шубѡмѡн
ѡтлаавны 358 ыжда 10 число. Босѣтны кѡ 10-исѣ ѡтік единица-
ѡн, лоас 1 десяток; сідзкѡ, босѣтны кѡ 10-исѣ 358 единицаѡн,
лоас 358 десяток, ѡта лоѡ 3580 единица. Босѣтам ѡшѡ мѡдік
пример: $296 \cdot 1000$.

Ѳтік единицасѡ босѣтны кѡ содтанѡн 1000-исѣ, лоас 1 тыся-
ча; сідзкѡ, 296 единица босѣтны кѡ содтанѡн 1000-исѣ, лоас
296 тысяча, ѡта гижсѡ то кыз: $296 \ 000$.

Правило. Медбы босѣтны кѡтѣ кытшѡм число сѣтшѡм
число вылѡ, кѡда мыччалѡма нуллеза единицаѡн, колѡ бос-
сяныс дынѡ веськытланѣсянѣ гижны сыным нуль, мымда нѣя
босѣтанас.

**49. Ѳтік нето кынымкѡ нуллеза кѡтѣ кытшѡм значашѡй
цифраѡн мыччалѡм число вылѡ босѣтѡм.** Асѣ колѡ 248 босѣт-
ны 30 вылѡ, мѡднѣж шубѡмѡн ѡтлаавны 248 ыжда 30 содтан.
Думайтас аскежаным, что ѡна 30 содтаныс ѡтлаѡтѡмѡсѣ 10 ѡтыж-
да группаѡ, 3 содтанѡн быд группаас:

248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
744	744	744	744	744	744	744	744	744	744

Сідзкѡ мийѡ вермам 3-исѣ босѣтны 248-ѡн, а ѡта действиелісѣ
результатсѡ (число 744) босѣтны 10 вылѡ. Мѡднѣж шубѡмѡн, мед-
бы кытшѡм-нибудѣ число босѣтны 30 вылѡ колѡ босѣтны сійѡ 3
вылѡ да лоѡм произведеннѣсѡ босѣтны 10 вылѡ (ѡта понда весь-
кытланѣсянѣ гижны ѡтік нуль):

$$248 \cdot 3 = 744, \quad 744 \cdot 10 = 7440.$$

Босѣтам ѡшѡ мѡдік п р и м е р: $895 \cdot 400$.

Ѳта примерын колѡ ѡтлаавны 895 ыжда 400 число.

Но 400 содтансѡ туйѡ ѡтлаавны 100 группаѡ, 4 содтанѡн быд
группаас. Медбы тѡдны, кыным единица ѡтік сѣтшѡм группа-
ын, колѡ 895-сѡ босѣтны 4 вылѡ (лоас 3580); медбы сыбѡрын
тѡдны, кыным единица быдѡс группаэзас, колѡ 3580-сѡ босѣт-
ны 100 вылѡ (ѡта понда колас только число 3580 дынѡ весь-
кытланѣсянѣ гижны кык нуль).

Правило. Медбы кѡтѣ кытшѡм число босѣтны нуллеза
значашѡй цифра вылѡ, колѡ боссянсѡ босѣтны ѡта значашѡй
цифра вылѡ и лоѡм произведеннѣыс дынѡ веськытланѣсянѣ
гижны сыным нуль, мымда нѣя босѣтанас.

50. Уназнака число вылѡ босѣтѡм. Асѣ колѡ керны босѣтѡм:

$$3826 \cdot 472,$$

мѡднѣж шубѡмѡн ѡтлаавны 3826 ыжда 472 ѡткодь число. Ѳта
поеда тырмас перво ѡтлаавны 2 сѣтшѡм число, сыбѡрын ѡшѡ

70, сыбёрын эшö 400, а медбёрын быдöс лоём суммаэсö öтлаавны öтик суммаö; мöднөж шуöмөн колö число 3826 содтанөн босьтны 472-ись. Эта понда тырмас 3826-сö босьтны содтанөн 2-ись, сыбёрын 70-ись, сыбёрын 400-ись да лоём суммаэсö öтлаавны öтик суммаö; мöдик кыввезөн кö шуны, тырмас 3826-сö босьтны 2 вылö, сыбёрын 70 вылö, сыбёрын 400 вылö да лоём произведеннёэсö öтлаавны.

Действиесö гижам сідз: перво гижам боссянсö, сы увтö босьтансö, босьтан увтöттяс нуöтам черта:

3826	3826
· 472	· 472
-----	-----
7652	7652
267820	26782
1530400	15304
-----	-----
1805872	1805872

Боссянсö босьтам 2 вылö да лоём произведеннёсö гижам черта увтас; эта лоас п е р в ö й ч а с т н ö й (частичнöй) п р о и з в е д е н н ö (7652).

Боссянсö босьтам 70 вылö. Эта понда колö боссянсö босьтны 7 вылö да произведеннёис дынö гижны, веськытланьсянь öтик нуль; сійөн нульсö мийö гижам пeрвöй частнöй произведеннё единицаэс цифра увтö, а цифраэсö, кöднйя лоёны боссянсö 7 вылö босьтöмсянь, сёрна гижам пeрвöй частнöй произведеннёись десятоккез, сотняэз да мöдик разряддэз увтö. Эта лоас мöдик ч а с т н ö й п р о и з в е д е н н ö (267820).

Боссянсö босьтам 400 вылö. Эта понда колö 3826-сö босьтны 4 вылö да произведеннёис дынö веськытланьсянь гижны кык нуль. Кык нульсö гижам мöдик частнöй произведеннёис единицаэз да десятоккез увтö, а 4 вылö боссянсö босьтöмсянь лоём цифраэсö сёрна гижам мöдик частнöй произведеннёись сотняэз, тысячаэз да мöдик разряддэз увтö. Сэк получитам к у и м ö т ч а с т н ö й п р о и з в е д е н н ö (1530400).

Медбёрья частнöй произведеннёис увтöт нуöтам черта да быдöс произведеннёэсö öтлаалам; мян лоас полнöй произведеннё.

Гижöмсö джендöтöм понда оз гижö нийö нуллесö, кöдна мян гижöмöсь сьöджык прифтөн; только эта дырни оз ков вунöтны, что босьтанись десятоккез вылö боссянсö босьтöкö, мийö долженись пeрвöй лоём цифрасö гижны пeрвöй частнöй произведеннё десятоккез увтö; босьтанись сотняэз вылö боссянсö босьтöкö, пeрвöй лоём цифрасö гижам одззася частнöй произведеннёэс сотняэз увтö да сідз одз.

Замечаннёз. 1) Кыдзи босьтанись цифраэзын эм единица, то эта цифра вылö боссянсö босьтöкö оз ков вунöтны, что кöр босьтанись единица, сэк произведеннёис боссян ыжда.

2) Кöр босьтанас эмöсь нуллес, то нуллес вылö озö босьтö, а босьтöны одзланись значащöй цифра вылö. Например:

$$\begin{array}{r}
 470827 \\
 \cdot 60013 \\
 \hline
 1412481 \\
 470827 \\
 \hline
 2824962 \\
 \hline
 28255740751
 \end{array}$$

Медбөрья частной произведеннёе, кōда лоис тысячаэз 6 десяток вылō боссянсō босьткō, гижсō, конечно, сідз, медбы сылōн единицаэслōн цифраис (2) сулаліс тысячаэзіс десяток-кез разрядын.

3) Босьтанас кō цифраэс унажык, нежели боссянас, сэк босьтансō керōны боссянōн, а боссянсō—босьтанōн, мед частной произведеннёас лоисō етшажык. Например, колō кō адззыны $378 \cdot 27468$ произведеннē, сэк 27468-сō босьтōны 378 вылō.

51. Нуллезōн кончайтчан числоэз сокращеннōя босьтōм. Перво босьтам пример, кōдаын только ѓтк боссяныс кончайтчō нуллезōн:

$$2700 \cdot 15.$$

2700 босьтны 15 вылō—эта лоѓ ѓтлаавны 2700 ыжда 15 число. Пондам кō этō суммасō адззыны обыкновенной ѓтлаалōмōн:

$$\begin{array}{r}
 2700 \\
 2700 \\
 + \dots \\
 + \dots \\
 + \dots \\
 + \dots \\
 2700 \\
 \hline
 00
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2700 \\ 2700 \\ + \dots \\ + \dots \\ + \dots \\ + \dots \\ 2700 \end{array}} \right\} 15\text{-іс},$$

то содтаннэслōн нуллес лэдзчасō суммаас, и тырмас только 15-іс босьтны 27 сотняѓн. Сідзкō, 2700-сō 15 вылō босьткō колō 27 босьтны 15 вылō да произведеннёе дынō гижны кык нуль.

Действиесō буржык гижны то кызд:

$$\begin{array}{r}
 2700 \\
 \cdot 15 \\
 \hline
 135 \\
 27 \\
 \hline
 40500,
 \end{array}$$

мōднēж шуѓмōн босьтаныс гижсō сідз, медбы боссяныслōн нуллес сулалісō босьтаныс дынсянь веськытланын, сыбōрын керōны босьтōмсō боссяніс нуллес вылō видзѓттѓг, а произведеннёе дынō нійѓ гижōны веськытланыс.

Онī босьтам мōдік пример, кōдаын только босьтаныс кончайтчō нуллезōн:

$$358 \cdot 23\ 000.$$

Эта лоо, что колё отлаавны 358 ыжда 23 000 число.

Но 23 000 содтансё туйё отлаавны 1000 откодь группаё, 23 содтанён быд группаас. Медбы тодны, кыным единица лоасё отік группаын, колё 358 босытны 23 выло, а медбы сыбёрын тодны, кыным единица лоасё быдёс группаэзас, колё отік группаын единицаэслісь числосё босытны 1000 выло (эта число дыно веськытланьсянь гижны куйм нуль). Действиесё гижёны сідз:

$$\begin{array}{r} 358 \\ \cdot 23000 \\ \hline 1074 \\ 716 \\ \hline 8234000 \end{array}$$

Медбёрын видзётам сэтшём пример, кодаын кыкнан сетём числоыс кончайтчёны нуллесён:

$$57\,000 \cdot 3200.$$

57 000-сё кытшём-нибудь число выло босытікё колё 57 босытны эта число выло и произведеннёыс дыно гижны куйм нуль. Но медбы 57 босытны 3200 выло, колё 57 босытны 32 выло да произведеннёыс дыно гижны кык нуль. Сійён,

кёр боссяныс и босытаныс кончайтчёны нуллесён, босытёмсё керёны нуллес выло видзёттөг, и произведеннёыс дыно гижёны сыным нуль, мымда нія боссянас и босытанас отлаын.

Действиесё гижёны сідз:

$$\begin{array}{r} 57000 \\ \cdot 3200 \\ \hline 114 \\ 171 \\ \hline 182400000 \end{array}$$

52. Сомножителлез вежсьёмсянь произведеннёлён вежсьём.

1) Босытансё ыждётам кё кынымиськё, то и произведеннёыс ыждад сымдаись жё.

Сідз примерын:

$$15 \cdot 3 = 45$$

босытансё ыждётам кё, шуам, 4-ись, то произведеннёыс лоас $15 \cdot 12 = 180$. Виль произведеннёыс лоис 4-ись ыджытжык одззаысса. Сідз сія и должен лоны, сійён что первёй произведеннёыс эм куйм содтанлён сумма:

$$15 + 15 + 15,$$

а виль произведеннёыс—сэтшём жё 12 содтанлён сумма:

$$15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15.$$

Отлаалёмын сочетательной законён пользуйтчёмён мийё верам мёд суммаас быд куйм содтансё отлаавны отік группаё:

$$(15 + 15 + 15) + (15 + 15 + 15) + (15 + 15 + 15) + (15 + 15 + 15),$$

и сэк лоас вежѳртана, что виль произведеннѳе равняйтѳ нѳль числоисъ суммалѳ, а нѳя числоас быдѳс одза произведеннѳ ыждаѳсь, мѳднѳж шуѳмѳн виль произведеннѳе 4-исъ ыджытжык одззайсѳя.

2) Боссянсѳ ыждѳтам кѳ кынымиськѳ, то и произведеннѳе ыждас сымдаисъ жѳ.

Сѳя жѳ примерын ыждѳтам кѳ боссянсѳ, шуам, 6-исъ, то лоас $90 \cdot 3 = 270$. Виль произведеннѳе 6-исъ ыджытжык одззайсѳя. Сѳдз сѳя и должен лоны, сѳйѳн что, произведеннѳсѳ вежтѳг, боссянлѳсѳ да босѳтанлѳсѳ местаэзнысѳ позѳѳ вежны, а босѳтансѳ кынымиськѳ ыждѳтѳмсянь, кыдз мийѳ ѳнѳ адззылѳм, произведеннѳе ыждѳ сымдаисъ жѳ.

Первѳй да мѳдѳк случайзын висѳталѳмись петѳ:

3) Босѳтансѳ нето боссянсѳ учѳтсѳѳтам кѳ кынымиськѳ, то и произведеннѳе учѳтсѳялас сымдаисъ жѳ.

Например:

$$20 \cdot 2 = 40; 10 \cdot 2 = 20; 5 \cdot 2 = 10 \text{ да сѳдз одзланъ.}$$

Тшѳтш вежсѳѳны кѳ кыкнан сомножительсѳ, то произведеннѳе мукѳд пора ыждас, мукѳд пора чинас, нето кольччас вежсѳѳтѳг.

Медбы одзланъ висѳтавыны, мый лоас произведеннѳекѳт кыкнан босѳтансѳ ѳтдрук вежѳмсянь, колѳ предположитны, что перво вежѳм только боссяныс, а сыбѳрын и босѳтаныс. Например: $15 \cdot 6 = 90$ произведеннѳын боссянсѳ ыждѳтам 3-исъ, а босѳтансѳ 2-исъ:

$$15 \cdot 6 = 90; 45 \cdot 12 = ?$$

Медбы тѳдны, мый лоас произведеннѳеыскѳт, баѳтам сѳдз: боссянсѳ 3-исъ ыждѳтѳмсянь произведеннѳе ыждас 3-исъ, мѳднѳж шуѳмѳн лоас не 90, а $90 + 90 + 90$. Сыбѳрын, босѳтансѳ 2-исъ ыждѳтѳмсянь произведеннѳе ыждас эшѳ 2-исъ; сѳдзкѳ, ѳнѳ сѳя лоас:

$$(90 + 90 + 90) + (90 + 90 + 90),$$

мѳднѳж шуѳмѳн одза произведеннѳе сѳѳртѳ сѳя ыждас 6-исъ.

Сѳя примерын жѳ боссянсѳ ыждѳтам 8-исъ, а босѳтансѳ учѳтсѳѳтам 2-исъ:

$$15 \cdot 6 = 90; 120 \cdot 3 = ?$$

Боссянсѳ 8-исъ ыждѳтѳмсянь произведеннѳе ыждас 8-исъ, а сыбѳрын босѳтансѳ 2-исъ учѳтсѳѳтѳмсянь эѳа 8-исъ ыждѳтѳм произведеннѳе учѳтсѳялас 2-исъ. Сѳдзкѳ, эѳа кык вежѳмсянь произведеннѳе ыждас только 4-исъ:

$$120 \cdot 3 = 360 = 90 \cdot 4.$$

4) Ѳт сомножительсѳ ыждѳтам кѳ кынымиськѳ, а мѳдсѳ сымдаисъ жѳ учѳтсѳѳтам, то произведеннѳе оз вежсѳы,

сійон что ѳт сомножителесѳ ыждѳтѳмсянь произведеннѳе ыж-
дас, а мѳд сомножителесѳ учѳтсѳтѳмсянь сїа сымдаисѳ жѳ чи-
нас. Напримѳр:

$$15 \cdot 6 = 90; 30 \cdot 3 = 90; 5 \cdot 18 = 90.$$

53. Мукѳд случайезын босѳтѳмсѳ кокнѳтѳм. Кѳр тѳдам,
кыдз сомножителесѳ вежѳмсянь вежсѳ произведеннѳе, мийѳ
вермам мукѳд пырас босѳтѳмсѳ кокнѳтѳны. Асѳ, шуам, 438 ко-
лѳ босѳтѳны 5 ылѳ. Босѳтансѳ ыждѳтам 2-исѳ, мѳднѳж шуѳмѳн
5-ис туйѳ босѳтансѳ босѳтам 10. Сѳк произведеннѳсѳ адззам сра-
зу, сїа лоас 4380. Но, босѳтансѳ 2-исѳ ыждѳтѳкѳ, мийѳ произве-
деннѳсѳ ыждѳтѳм 2-исѳ; сїдзкѳ, кошшан произведеннѳе должѳн
лоны 2-исѳ учѳтжык 4380-сѳ, мѳднѳж шуѳмѳн сїа лоас 2190.

Сїдз жѳ, ковсѳс кѳ босѳтѳны 25 ылѳ, мийѳ вермам босѳтѳны
100 ылѳ и лѳѳм произведеннѳсѳ учѳтсѳтѳны 4-исѳ.

Мукѳд пырас босѳтѳмсѳ кокнѳтѳны эшѳ простѳйжыка. Асѳ,
шуам, колѳ 56 босѳтѳны 11 ылѳ. 56-сѳ босѳтам 10 ылѳ, лоас
560; кольчѳ содтыны сѳтчѳ эшѳ ѳтпырисѳ 56; лоас 616.

Этадз жѳ туйѳ босѳтѳны кѳтъ кытшѳм число 19 ылѳ. Эта пон-
да колѳ только босѳтѳны сїѳ 20 ылѳ и сыбѳрын чинтѳны сѳтїсѳ
босѳянсѳ.

54. Куим и унажык сомножителлѳлѳн произведеннѳ. Асѳ
ѳмѳсѳ кынымкѳ число, напримѳр 7, 5, 3 да 4, кѳдна сетѳмѳсѳ
ѳпределѳннѳй порядѳкѳн, шуам сїдз, кыдз нїа миян гижѳмѳсѳ.
Ныисѳ составитам произведеннѳ сїдз: первѳй числѳсѳ босѳтам
мѳд ылас, лоас 35; 35-сѳ босѳтам куимѳт число ылас, лоас
105; 105-сѳ босѳтам нѳльѳт число ылас, лоас 420. Число 420 шу-
сѳ нѳль сомножитѳлѳн (7, 5, 3 да 4) произведеннѳѳн. Этадз
жѳ туйѳ адззыны произведеннѳ вит, квѳтъ и унажык сомножи-
теллѳслїсѳ.

Сѳтшѳм последѳватѳльнѳй босѳтѳммесѳ ѳбѳзначѳйтѳкѳ сетѳм
числѳсѳсѳ гижѳны ѳтїк стрѳчкаѳ сѳтшѳм порядѳкѳн, кыдз колѳ
керны босѳтѳмсѳ, и ны коласѳ сувтѳтѳны босѳтан знак. Сїдз
петѳ, что ыраженнѳ:

$$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7$$

равносильнѳй сѳтшѳмлѳ:

$$[(3 \cdot 4) \cdot 2] \cdot 7,$$

мѳднѳж шуѳмѳн сїа мыччалѳ, что 3 босѳтѳны 4 ылѳ, лѳѳм
произведеннѳсѳ—2 ылѳ и медбѳрѳя произведеннѳсѳ—7 ылѳ.

**55. Кѳтъ кыным сомножитель понда босѳтѳмын перемес-
титѳльнѳй (места вежан) закон: сомножителлѳслїсѳ местаѳсѳ
вежѳмсянь произведеннѳе оз вежсѳы.** Произведеннѳлѳн сїа
свойствоыс, кѳдаын мийѳ убѳдитчим 44 §-ын, кольчѳ вернѳѳн
и куим, нѳль и унажык сомножителлѳз произведеннѳ понда,
мѳднѳж шуѳмѳн произведеннѳе оз вежсѳы сомножителлѳслїсѳ
местаѳсѳ вежѳмсянь (мымда бы нїа ѳзѳ вѳлѳ).

Н а п р и м е р, лыддям кѳ быдсѳ энѳ произведеннѳсѳ:

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7; 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7; 4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5,$$

жодна неёткодъсь только сомножителлес сулаломон, мян петас быдлаын отик число 840.

56. Произведеннелісь сомножителлесо туйо отлаавны коть кытшом группаэзо.

Например, сетом произведеннён

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2$$

медбөрья кык сомножителесо отлаалам отик группао: $3 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2)$ и лыддям это выраженнесо: $3 \cdot 4 = 12$; $5 \cdot 2 = 10$; $12 \cdot 10 = 120$. Мян петіс сія жо числоис, кода петіс бы сомножителлесо группаэзо отлаавтог: $3 \cdot 4 = 12$; $12 \cdot 5 = 60$; $60 \cdot 2 = 120$.

Эта свойствоис шусо босытомын *сочетательной законн*. Сійо поэво видотны кыз переместительной законліс следствие. Действительно, эта закон сьорти 5 да 2 босытавнесо мийо вермам сувотны мелодз, моднөж шуомон произведеннесо гижны сідз: $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$. Они 5 да 2 босытанныс составляютны отик группа, сійон что 55 §-ис определенне сьорти $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ выраженнеис лоо $(5 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4$. Они это группасо туйо сувотны коть кода сомножитель местао. Сідзко:

$$(5 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4 = 3 \cdot (5 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2),$$

Босытомын сочетательной законсо общой видон поэво мычавны (куим сомножитель повда) то кыз:

$$abc = (ab)c = a(bc).$$

57. Кыз босытны произведенне выло да кыз босытны произведенне. 1) Мийо адзылім (§ 49), что колө ко кытшом-нибудь число босытны 30 выло (моднөж шуомон $3 \cdot 10$ произведенне выло), то колө только босытнесо босытны 3 выло да сыбөрын лоом числосо босытны 10 выло; сідзжо кытшом-нибудь число 400 выло босытко (моднөж шуомон $4 \cdot 100$ произведенне выло) туйо это числосо босытны 4 выло и сыбөрын лоом числосо 100 выло. Последовательной босытомын сэтшом способис, кор торйон босытоны быд босытан выло, лөсяло и сөк, кор босытанныс нель, вит и унажык. Сідз:

$$7 \cdot (3 \cdot 5 \cdot 8) = 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 8 = [(7 \cdot 3) \cdot 5] \cdot 8,$$

сійон что 56 § сьорти 3, 5 да 8 босытаннысо туйо отлаавны отик группао. Сідзко,

медбы босытны произведенне выло, туйо босытны медодз первой сомножитель выло, сыбөрын лоом произведеннесо босытны мод сомножитель выло, сыбөрын куимот выло да сідз одз.

2) Ась колө $7 \cdot 3 \cdot 4$ произведенне босытны 8 выло. Сы туйо, медбы перво тодны $7 \cdot 3 \cdot 4$ произведеннесо (сія лоас 84), а сыбөрын сійо босытны 8 выло (лоас 672), мийо вермам 8 вылас босытны кодөко от сомножителесо, шуам 7, 3 либо 4, моддэсо кольны вежтог, и сыбөрын волись босытны быдон вылас. Например, 8 вылас босытам сомножитель 3. Сөк мян лоас: $7 \cdot (3 \cdot 8) \cdot 4 = 7 \cdot 24 \cdot 4 = 672$; мян лоис сія жо числоис, кода воли одзжык.

Сідзкѳ:

медбы произведеннѳ босѳтны кытшѳм-нибудѳ число вылѳ, туйѳ босѳтны эта число вылѳ кѳдѳ нѳ ѳт сомножителейѳ, а мѳддѳсѳ кольны вежтѳг.

Сідз:

$$(5 \cdot 4 \cdot 8) \cdot 3 = (5 \cdot 3) \cdot 4 \cdot 8 = 5 \cdot (4 \cdot 3) \cdot 8 = 5 \cdot 4 \cdot (8 \cdot 3) = 480.$$

Эта правилос лѳб переместительнѳй да сочетательнѳй законнѳзлѳн очевиднѳй следствийѳн.

58. Кыдз сумма босѳтны кытшѳм-нибудѳ число вылѳ. Кѳр мийѳ одзжык (47 §) число 846 (мѳднѳж шуѳмѳн 6 единицалѳсь, 4 десятоклѳсь да 8 сотнялѳсь сумма) босѳтѳм 5 вылѳ, мийѳ босѳтѳм 5 вылас янын единицаѳсѳ, десятѳккѳсѳ да сотняѳсѳ и лѳѳм числѳѳсѳ ѳтлаавлѳм. Сідз жѳ туйѳ керны кѳтъкѳр, кѳр колѳ сумма босѳтны кытшѳм-нибудѳ число вылѳ. Асѳ, шуам, колѳ $10 + 7 + 5 + 9$ босѳтны 3 вылѳ. Эта лѳѳ, что колѳ адззыны сумма:
 $(10 + 7 + 5 + 9) + (10 + 7 + 5 + 9) + (10 + 7 + 5 + 9).$

Но, медбы содтыны сумма, туйѳ содтыны ѳтѳк бѳрсянѳ мѳдѳкѳ быд содтансѳ янын (20 §). Сийѳн ѳнѳ гижѳм суммѳсѳ позѳѳ вежны сѳтшѳмѳн:

$$10 + 7 + 5 + 9 + 10 + 7 + 5 + 9 + 10 + 7 + 5 + 9.$$

Эта суммалѳсь содтаннѳсѳ группируйтѳм то кыдз:

$$(10 + 10 + 10) + (7 + 7 + 7) + (5 + 5 + 5) + (9 + 9 + 9),$$

сѳэк лѳѳс:

$$10 \cdot 3 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 9 \cdot 3.$$

Рассужденнѳсѳ ѳтѳ туйѳ керны кѳтъ кытшѳм числѳѳз понда. Сідзкѳ петѳ,

медбы сумма босѳтны кытшѳм-нибудѳ число вылѳ, колѳ босѳтны эта число вылѳ быд содтансѳ янын и сыбѳрын лѳѳм результаттѳсѳ ѳтлаавны.

Сідз кыдз сомножителейѳслѳсь местаѳсѳ вежѳмѳсянѳ произведеннѳсѳ ѳз вежсѳы, то эта правило сѳѳртѳ петѳ:

медбы кытшѳм-нибудѳ число босѳтны сумма вылѳ, туйѳ ѳтѳ числѳсѳ босѳтны быд содтан вылѳ янын и результаттѳсѳ ѳтлаавны.

Сідз мийѳ и керлѳм, кѳр (50 §) число 3826 босѳтѳм 472 вылѳ, мѳднѳж шуны $2 + 70 + 400$ сумма вылѳ.

Эта свойствоыѳе шусѳ босѳтѳмын* *распределительнѳй законѳн* (ѳтлаалѳм сѳѳртѳ), сийѳн что сы сѳѳртѳ босѳтѳмсѳ, кѳдѳ керѳны суммакѳт, туйѳ р а с п р е д е л я й т н ы торѳя содтаннѳз коласын.

Этѳ свойствоѳ ѳбщѳй видѳн туйѳ мыччавны то кыдз:

$$(a + b + c + \dots) m = am + bm + cm + \dots,$$

нето

$$m(a + b + c + \dots) = ma + mb + mc + \dots$$

Замечаннѳ: Мед ѳз пет некытшѳм недоразуменнѳ, выраженнѳ $am + bm + cm + \dots$ колѳс бы гижны сідз: $(am) + (bm) + (cm) + \dots$

Но дженытжыка гижом понда байтчисо, что выраженнеас мыччаломось кю отлабтан, чинтан да босытан действиез, а скобкаэс абубось, то перво колю керны босытомео, а сыббрын чинтомео да отлааломеб. Сак и скобкаэзтот лоас вежортана, кытшом порядокон коло керны $am + em + em + \dots$ выраженнеын действиеэб.

VII. ЮКОМ.

59. Онюдз мийо быдос сомножителлесо пыр лыддим сетом-мезон, а произведеннесо—кошшанаон. Но эмось оддён уна задачаэз, коднаын кык числолон произведеннеыс сетом, а отыс эна числоэз коласись тодтом (неизвестной).

Задача 1. Классын сеталомась 75 тетрадь, 3 тетрадьон быд велотчисло. Кыныма классас велотчислесе?

Тетраддезлесь числосо, кодно получить отик велотчислыс (3) босытны ко велотчислесе тодтом число выло, то мийо долженось получить быдос сеталом тетраддеслесь числосо (75). Сидзко, эстон сетомбсь произведенне (75) и от сомножительыс (3), а мод сомножительно колю адззыны. Велотчислесеэзлон кошшан числоыс лою 25, сидз кыз 3 · 25 = 75.

Задача 2. Классын 30 велотчисль. Оттымдаон сетавны ко нылло 120 лист бумага, то уна я получитас отик велотчислыс?

Листтэслесь тодтом числосо, кодно получить быд велотчислыс, босытны ко велотчислесе число выло (30), то мян должен петны сеталом бумага листтэслон общей числоыс (120). Сидзко, эстон бора сетомбсь произведенне (120) и от сомножительнос (30), а адззыны колю мод сомножительносо. Быд велотчислыс получитас 4 листон, сидз кыз 4 · 30 = 120.

60. Действие, кодаын сетом произведенне да от сомножитель сыббрти колю адззыны мод сомножительносо, шусь юкомон.

Эта дырни сетом произведеннеыс шусь юксянон, сетом сомножительнос—юканон, а кошшан сомножительнос—частнойон.

Первой задачасо решайтом понда колю 75 юкны 3 выло; эстон юксяныс 75, юканыс 3, частнойыс 25.

Мод задачасо решайтом понда колю 120 юкны 30 выло; эстон юксяныс 120, юканыс 30, частнойыс 4.

Юкомсо обозначайтоны либо : знакон, кода янсото юксянсо да юкансо (юксяныс сулалю шульгаланьын, юканыс—веськытланьын), либо горизонтальной чертабн, кода сидзжо янсото юксянсо и юкансо (юксяныс черта вевдэрын, юканыс черта увдэрын). Сидзко, быдыс эна равенствоэзись

$$75 : 3 = 25, \quad \frac{75}{3} = 25$$

означайто, что число 75 число 3 выло юкико частнойын сето 25.

61. Примечанне. Сидз кыз сомножителлеслесь местаэсо вежомсянсь произведеннеыс оз вежсы (босытомын переместительной закон), то юкомын результатб получитом понда откодь, кода кык сомножительнос коласись—боссяныс нето босытаныс—сетом и кодо колю адззыны. Но кызми мянло колю

учитывайтны задачаыслісь предметной содержаннёсё, сэк результатне вермас петны неёткодь. Сідз, первой задачаын колё тёдны, кынымісь колё босьтны 3-өн (тетрадьён), медбы петіс 75 (тетрадь); эётён сетёма босьян (3); колё адззыны босьтансё. А мёд задачаас колё адззыны, кытшём число (бумага листсё) колё босьтны 30-ісь, медбы полчитны 120 (лист), эётён сетёма босьтан 30, колё адззыны босьянсё.

Туйё, сідзкё, выставны, что ётік арифметической действеён—юкёмён—решайтсёны содержаннёсё сьёрті кык неёткодь задача.

62. Нуль вылё юкны оз туй. Быдкодъ юкём дырни юканён вермас лоны кётъ кытшём число, но не нуль. *Нуль вылё юкны оз туй.*

Видзётам, мыля эта сідз. Кыдзи юксяныс не нуль, а кытшём-нибудъ мёдік число, шуам 5, то юкны сійё нуль вылё, эта вёлі бы адззыны сэтшём число, кёда нуль вылё босьтікё сетё 5; но сэтшём числоыс абу, сійён что кётъ кытшём число нуль вылё босьтікё сетё нуль жё. Кыдзи юксяныс нуль жё, то юкны туйё, но частнойнас вермас лоны кётъ кытшём число, сійён что любой число юкан (0) вылё босьтікё сетё юксянсё (бёра жё 0); сідзкё, эта случайын кётъ и туйё керны юкёмсё, но сія оз сет единственной определённой результатсё.

Сійён нульыс оз вермы лоны юканён.

63. Колянён юкём. Юкны кык число не пыр туйё. Сідз, 27 оз туй юкны 6 вылё, сійён что абу сэтшём быдса число, кёда 6 вылё босьтікё сетіс бы 27. Шуёны, что 27 оз юксёы 6 вылё.

Шуам, мёдам кё мийё 27 тетрадь ётымдаён сетааны 6 велётчислё, то этё керны оз туй; мийё вермам сетааны велётчислсё 4 тетрадьён, эта составитас 24 тетрадь; эта дырни 3 тетрадь кольччасё сетавтёг.

Байтчёмась и эта случай дырни байтны 27-сё 6 вылё юкём йылісь; одззамоз 27-сё шуёны юксяён, 6—юканён; число 4 шуёны *небыдса частнойён*, а число 3—*юкём бёрын колянён*. Асьсё юкёмсё эта случайын шуёны *колянён юкёмён*. Сідзкё: *колянён юкикё небыдса частнойён шуёны медыджыт число, кёда юкан вылё босьтікё произведённё сетё юксянся не ыджытжыкё. Юксян да эта произведённё коласын разностьсё шуёны колянён.*

Эта сьёрті петё, что *коляныс пыр учётжык юканся.*

Колянён юкёмсё туйё гижны то кыдз:

$$27 : 6 = 4 \text{ (колян 3).}$$

То эшё колянён юкёмлё примеррез:

$$\frac{32}{5} = 6 \text{ (колян 2), } 100 : 9 = 11 \text{ (колян 1).}$$

64. Быдса числоэз юкёмлён общой определёнё. Быдса числоэз колянён и колянтёг юкёмлё туйё сетны то кытшём общой определёнё: *юкны число а (юксян) число в вылё (юкан)—эта лёй адззыны сэтшёмбсь кык число g (частной) да г (колян), жёднайс туйис бы керны соотношённёз:*

$$a = eg + r \text{ и } r < e.$$

Сідз кыдз равенство $a = eg + r$ мыччалё, что

$$a = \overbrace{(e + e + e + \dots e)}^{g \text{ содтан}} + r$$

и сідз кыз эта дырни $g < e$, то частной g мыччалё, кынымись медуаньсь юканысь лоё юкянась.

Кокнига позьё убедитчыны, что кызди e юканысь не нуль, то юкёмсё пыр позьё керны и пыр петё ётік результат. Действительно:

1) кызди $a < e$, то $g = 0$ и $g = a$, и только эна кык числось удовлетворяйтёны определеннёсё;

2) кызди $a = e$, то $g = 1$ и $g = 0$, и некытшом мёдік числоэз озё удовлетворяйтёны определеннёсё; медбёрын,

3) кызди $a > e$, то частной g , кыз мийё адззылім, мыччалё, кынымись медуаньсь юкан e лоё юкян a -ын; сійён, e -ыс кё не нуль, то частнойсь кёть-кёр эм, и вежёртана, что сія вермас лоны только ётік; но сэк эм и колян g (сія равняйтё $a - eg$ разностьё) и вермас лоны только ётік.

Висьталам эшё, что число e вылё юкикё коляннась вермас лоны люббй число эта рядісь

$$0, 1, 2, \dots, e-1.$$

Этаісь петё, что неёткодь коляннэслён числось, кёдна вермасё лоны число e вылё юкикё, равняйтё e -лө.

65. Юкёмсё босьтёмкёт сравнитём. Кык число босьтікё адззиссьё нылён произведеннё, а юкикё (колянтёг) произведеннёсь сетсьё, а кошшиссьё сія числось, кёда босьтікас сетсьё (боссян нето босьтан). Сідзкё, *юкёмьс эм босьтёмлө обратнөй действие* (а босьтёмьс—юкёмлө обратной действие).

Юкикё петё кё колян, то юкянась оз равняйтчы юкансё частной вылё произведеннёлө, а равняйтё эта произведеннёлө колянсё содтёмён. Сідз, $27 = 6 \cdot 4 + 3$.

66. Задачаэз, кёднө решайтёны юкёмён. Мыччалам кынымкё типичной задача, кёднө решайтёны юкёмён.

1) *Кёр колө тёдны, кынымись ыджытжык числоэс лоё учётжыкыс, нето, шуны кё мёднёж, кынымись ёт числось ыджытжык нето учётжык мёдысья:* например, кынымись 20 рубын лоэс 5 рубён.

2) *Кёр колө сетём числосё торйётны кынымкё ётыжда тор вылө:* например, кёр колө 60 бумага лист торйётны 12 ётыжда тор вылө (дженытжыка шуны: адззыны 60 листлісь 12-ёт тор).

3) *Кёр колө сетём числосё кынымиськё учётсётны, сійён что учётсётны, шуам, 60 лист бумага 12-ись, эта лоё 60 лист туйё босьтны 60 листлісь 12-ёт тор.*

67. Юкёмсё туйё керны ётлаалёмён, чинтёмён да босьтёмён. Ась, шуам, колө 212 юкны 53 вылө. Кошшана частнойсё мийё вермам адззыны:

1) Ётлаалёмён:

$$53 + 53 = 106; 106 + 53 = 159; 159 + 53 = 212.$$

Петё, что 53-сё колө 4-ись босьтны содтанён, медбы получитны 212; сідзкё, кошшана частнойсьсё лоэс 4.

2) Чинтёмён:

212	159	106	53
— 53	— 53	— 53	— 53
159	106	53	0

Петё, что 212-ись 53-сё туйё чинтны 4-ись; сідзкё, кошшана частнойсьсё лоэс 4.

3) Босьтөмөн:

$$53 \cdot 2 = 106; 53 \cdot 3 = 159; 53 \cdot 4 = 212.$$

Кошпана частнойе лоас 4.

Но эва способбес неудобнойе сэк, көр частнойе—ыджыт число; арифметика сетө простойжык приём, көдө мийө өнi и видзөтам.

68. Кызд төдны, лоас я частнойе өтiкзнака. Эта понда колө только юкансө босьтны (төдвылын) 10 вылө и лоөм произведеннөсө сравнитны юксяныскөт.

Пример 1.

$$534:68=?$$

68-сө босьтам кө 10 вылө (мөднөж шуөмөн 68 дынө веськытланьсянь гижам нуль), то получитам 680; но 534-ыс учөтжык 680-ся; сийөн и частнойе должен лоны 10-ся учөтжык; сiдзкө, сiя должен лоны өтiкзнака числоөн.

Пример 2.

$$534:37=?$$

37-сө босьтам кө 10 вылө, то получитам 370; но 534-ыс ыджытжык 370-ся; сийөн частнойе оз вермы лоны 10-ся учөтжык; сiдзкө, сiя оз вермы лоны өтiкзнака числоөн.

69. Öтiкзнака частной адззөм. Видзөтам кык случай: көр юканыс өтiкзнака и көр юканыс уназнака.

1) Көр юканыс и частнойе кыкнанныс өтiкзнака числоэз, сэк частнойе адззиссө босьтан таблица сьөртi. Например, 8 вылө 56 юкөмсянь частнойе лоас 7, сийөн что сизимись кыкьямысөн лоө 56;

9 вылө 42 юкөмсянь частнойе лоас 4, сийөн что нөлись өкмысөн лоө 36, көда учөтжык 42-ся, а витись өкмысөн лоө 45, көда ыджытжык 42-ся; сiдзкө, частнойе колө босьтны 4, эта дырни колянас лоас $42 - 36 = 6$.

2) Көр юканыс аркмөма кынымкө цифраись, а частнойе öтiк цифраись, сэк этө частнойсө адззөны öтiк либо кынымкө цифра испытайтөмөн.

Пример.

$$43530:6837.$$

Медодз 68 §-ын мыччалөм приём сьөртi төдам, что частнойе öтiкзнака. Сыбөрын төдвылын чапкам юкансис быдөс цифрасө, колям только шульгаланьсис первөй цифрасө, мөднөж шуөмөн юканас колям только 6 тысяча. Юксянсис төдвылын жө чапкам веськытланьсис сыным жө цифра, мымда нийө чапким юкансис, мөднөж шуөмөн юксянас колям только 43 тысяча. Öнi сувтөтам аслыным сэтшөм вопрос: кытшөм число вылө колө босьтны 6, медбы петис 43 либо число, көда 43-ся учөтжык, но матын 43 дынө? Босьтан таблица сьөртi адззам, что сэтшөм чиселнае лоас 7, сiдз кызд сизимись кватьөн лоө 42, а кыкьямысись кватьөн лоө 48. Сiдзкө, кошпан частнойе должен лоны 7 либо 7-ся учөтжык (7-ся учөтжыкөн сiя вермас лоны сийөн, что мийө юксянсис да юкансис кынымкө цифра чапким).

Пондѡтам испытаннёсѡ число 7-сянь. Эта понда 6837 босьтам 7 вылѡ; лоас кѡ 43530-ся ыджытжык число, то 7-ыс оз лѡсяв; сѡк испытайтам учѡтжык число—6:

6837	6837	43530
· 7	· 6	—41022
47859	41022	2508

6837 · 7 произведеннёыс лоис 43530-ся ыджытжык, а 6837 · 6 произведеннёыс эта числося учѡтжык; сідзкѡ, частнѡйыс должен лоны 6, эта дырни лоас колян—2508¹.

Замечаннѡ. Мукѡд пырся испытаннѡ понда первѡй цифрасѡ буржык овлѡ адззыны мѡднѡж. Миян примерын адзам, что юкан 6837 невнаѡн мѡдкодъжык 7 тысячася; ѡнѡ тѡдам, кытшѡм число вылѡ колѡ босьтны число 7, медбы лоис 43 дынѡ матынжык число. Босьтан таблица сѡртѡ адзам, что сѡтшѡм числоыс 6. Сідзкѡ, частнѡйыс должен лоны 6 либо 6-ся ыджытжык (сѡйѡн что юканыс 7 тысячася учѡтжык). Испытаннёсѡ пондѡтам число 6-сянь. Эта понда юкансѡ босьтам 6 вылѡ да юксян-сис чинтам произведеннёсѡ; коляс кѡ 6837-ся унажык, то 6-ыс етшаѡв и сѡк колѡ испытайтны число 7; а кольччас кѡ 6837-ся етшажык, то число 6 адзѡм верно. Коляныс лоис 2508; сідзкѡ, число 6 адзѡм верно.

Этадз керны полезно сѡк, кѡ р ю к а н ы с л ѡ н м ѡ д ц и ф р а ы с 5 - с я ы д ж ы т ж ы к. Например, юкан 6837, сѡйѡн что сѡлѡн мѡд цифраыс 7-ся ыджытжык, матѡжык сибалѡ 7000 дынѡ, нежели 6000 дынѡ.

70. Общѡй случайын частнѡйѡ адзѡм. Асѡ колѡ 64528 юкны 23 вылѡ. Мед вѡлѡ вежѡртанажык, пондам думайтны сідз, кыз бытѡтѡ 64528-сѡ колѡ торѡйтны 23 ѡтыжда тор вылѡ.

1) Перво босьтам миян числоисѡ 64 тысяча да пондылам нѡйѡ торѡйтны 23 ѡтыжда тор вылѡ; быд торын лоас 2 тысячаѡн, да эшѡ 18 тысяча кольччасѡ янсѡттѡг.

2) Эна кольччѡм 18 тысячасыс составляйтѡны 180 сотня; ны дынѡ мѡйѡ содтам эшѡ нѡйѡ 5 сотнясѡ, кѡдна эмѡсь сѡтѡм числоас; ѡнѡ лѡм 185 сотнясѡ бѡра торѡйѡтам 23 ѡтыжда тор вылѡ; быд торын лоас 8 сотняѡн, и 1 сотня кольччас янсѡттѡг.

3) Эта кольччѡм сотняыс составляйтѡ 10 десяток; ны дынѡ мѡйѡ содтам эшѡ нѡйѡ 2 десятоксѡ, кѡдна эмѡсь миян числоын; лѡм 12 десятоксѡ торѡйѡтам 23 ѡтыжда тор вылѡ, эта дырни быд тѡрас ѡтѡк десятокнас оз усѡ, и быдѡс 12 десятокыс кольччѡны янсѡттѡг.

4) Эна кольччѡм 12 десятокыс составляйтѡны 120 единица; ны дынѡ мѡйѡ содтам эшѡ нѡйѡ 8 единицасѡ, кѡдна эмѡсь миян числоын. Лѡм 128 единицасѡ торѡйѡтам 23 ѡтыжда тор вылѡ; эта дырни быд торын лоас 5 единицаѡн, и 13 единица кольччѡны янсѡттѡг.

¹ Уджѡ джендѡтѡм понда частнѡйын испытывайтан цифрасѡ гжѡтѡдз да сы вылѡ быдѡс юкансѡ босьтѡмѡдз мукѡдпырся буржык лѡѡ босьтны тѡдвылын юканыслѡсь первѡй кык цифрасѡ и лѡм произведеннёсѡ сравнитны юксянѡсь соответствующѡй разряддѡзкѡт.

Сідзкё, быдбёсё өтік торас лоё 2 тысяча, 8 сотня и 5 единица, эта дырни 13 единица кольччоны янсөттөг. Эта лоё, что 23 выдө 64528-сё юкёмсянь частнойе лоё 2805, а колянне 13. Действиеэс гижсёны то кыз:

$$\begin{array}{r|l}
 64528 & 23 \\
 \hline
 46 & 2805 \\
 185 & \\
 184 & \\
 \hline
 128 & \\
 115 & \\
 \hline
 13 &
 \end{array}$$

Эта дырни мийö адзам: 1) числоэз, кöднась последовательнöя аркмö частнойе, лооны быдкoдь разряддэзлөн единицаэз (2 тысяча 8 сотня 0 десятков 5 единица); сийөн, сы туйö, медбы гижны нийö быдсөн (2000 + 800 + 5), мийö просто вермам гижны цифраэсö сьöрсён бöрсён, кыз эта и мыччалом гижомас; но обязательно колö гижны нуль быд пора, көр юкикас значащöй цифраысоз пет (миян примерын десятоккез); 2) көр кытшöм-нибудь число юкикö лоас колян (миян примерын 18 первöй юкём дырни) сийö учөтжык разрядö поснөтöм понда да эта разрядись единицаэсö, кöдна эмöсь юксянас, содтöм понда, мийö вермам „лэдзчөтны“ юксянлись соответствующöй цифра (миян примерын 5) да гижны сийö колянне дынö веськытланьсянь. Миян гижöмын эта мыччалöма пунктирөн.

Эна көкнөтöммезянь юкёмсö туйö велавны керны өддён перыта.

Вот ашö юкёмлö куим пример:

$$\begin{array}{r|l}
 1470035 & 7 \\
 \hline
 14 & 210005 \\
 7 & \\
 7 & \\
 \hline
 0035 & \\
 35 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 3480000 & 15 \\
 \hline
 30 & 232000 \\
 48 & \\
 45 & \\
 30 & \\
 30 & \\
 \hline
 000 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 130937 & 929 \\
 \hline
 929 & 140 \\
 3808 & \\
 3716 & \\
 \hline
 927 &
 \end{array}$$

71. Öтiкзнака число выдө юкёмын джендөтан способ. Көр юкяныс өтiкзнака, сэк гижöмсö джендөтöм понда колö велавны быдöс чинтöммесö керны төдвылын, а гижлыны только коляннэсö.

Например сідз:

$$\begin{array}{r|l}
 563087 & 6 \\
 \hline
 23 & 93847 \\
 \hline
 50 & \\
 \hline
 28 & \\
 \hline
 47 & \\
 \hline
 5 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 \text{нето эшö дженйтжыка} & 563087 \quad | \quad 6 \\
 \hline
 & 5 \quad 93847
 \end{array}$$

Эстөн черта увтас цифра 5 лоö медбöрья колян.

72. Случай, көр юканые кончайтчö нуллезöн. Юкöмые эшö простöйжыка керсö сэк, көр юканые кончайтчö öтiк либо кынымкö нульöн. Перво босьтам сэтшöм случай, көр юканые нуллеза единица. Кытшöм-нибудь число юкны 10 вылö, 100 вылö, 1000 вылö да сідз одз.—эта лоö тöдны, кыныма эта числоын десятоккез, сотняэз, тысячаэз да сідз одз. Но этö көкнита туйö тöдны нумерация правило сьöртi, көда мыччалöм мян 12 §-ын. Например:

$$\begin{aligned}
 54634 : 10 &= 5463 \text{ (колян 4)} \\
 54634 : 1000 &= 54 \text{ (колян 634)}.
 \end{aligned}$$

Правило. Медбы число юкны нуллеза единица вылö, тырмö янсöтны юксянас веськытланьсянь сыным цифра, кыным нуль юканас; сэк юксянас кольччöм цифраэс лоасö частнöйöн, а янсöтöммес—колянöн.

Босьтам öнi сэтшöм случай, көр юканые кытшöм-нибудь число, көда кончайтчö нуллезöн; н а п р и м е р:

$$\begin{array}{r|l}
 389224 & 7300 \\
 \hline
 365 & 53 \\
 \hline
 242 & \\
 \hline
 219 & \\
 \hline
 2324 &
 \end{array}$$

Юканые лоö 73 сотняись число. Медбы тöдны, кынымись 73 сотняись лоас юксянас, янсöтам сійö кык тор вылö: сотняэз да единицаэз вылö. Первöй торыс 3892 сотня, мöдыс—24 единица. 73 сотняись вермасö лоны только öтас эна торрез коласись, именно сотняэзын.

Но 73 сотняись лоасö 3892 сотняись сымдаись, мымдаись 73 кытшöм-нибудь единица лоöны 3892 сэтшöм жö единицаэзын. Сійöн мийö 3892-сö юкам 73 вылö, огö видзöтö сы вылö, что этö сотняэз.

Юкöм бöрын адззам, что 3892 сотняын 73 сотняись лоöны 53-ись, эта дырни 23 сотня кольччöны. 23 сотняись дынö содтам юксянсис 24 единицасö, лоас 2324; эта числоын 73 сотняись оз ло немымдаись; следовательно, 2324 лоас колянöн.

Вот эшö пример, көдаын и юксяные и юканые кончайтчöны нуллезöн:

$$\begin{array}{r|l}
 35000 & 7300 \\
 \hline
 292 & 4 \\
 \hline
 5800 &
 \end{array}$$

Правило. Кызди юканыс кончайтчо нуллезон, сэк тодвылын чапконы сыйсы энö нуллесö и юксянсис тодвылын жö вескытлансянь чапконы сыным цифра, кыным нуль чапкөмсö юкансис; кольччöм числозсö юкөны и коляныс дынö лэдзчөтöны юксянсис чапкөм цифразсö.

73. Босьтөмсö проверитөм. Сидз кызд сомножителлезлис местаэнысö вежөмсянь произведеннөсö оз вежсы, то босьтөмсö проверитөм понда туйö действиесö керны мөдпöv, босьтансö бөссяныс вылö босьтөмөн.

Например:

Босьтөм:	Проверитөм:
532	145
· 145	· 532
2660	290
2128	435
532	725
77140	77140

Кыкнан произведеннөс лонсö öткодьсö; сидзкө, туйö шуны, что действеиыс керöма верно.

Босьтөмсö туйö проверитны и юкөмөн. Эта понда колö лөм произведеннөсö юкны кöдакө сомножитель вылö; частнөс пөтас кö мөд сомножительыс, то туйö шуны, что босьтөмыс керöма верно.

74. Юкөмсö проверитөм. Юкөмсö туйö проверитны босьтөмөн, сидз кызд юксяныс должен равняйтчыны частнөй вылö босьтөм юканлö (плюс колян, кызди сйа эм).

Например:

Юкөм: 8375 42	Проверитөм: 199
42 199	· 42
417	398
378	796
395	8358
378	+ 17
17	8375

Мийö частнөйсö—199 босьтим юкан 42 вылö и лөм произведеннөсö дынö солтим колянсö—17. Сийөн, мыля эта бöрын миян пөтис юксян ыжда число, то туйö шуны, что действеиыс керöм верно.

Кызди юкөмыс керöма колянтöг, то сийö пöзбö проверитны юкөмөн жö. Эд юксяныс—эта лөб юканлөн да частнөйлөн произведеннө, то юксянсö частнөй вылö юкикö должен пөтны юкан. Например:

Юкөм: 544 17	Проверитөм: 544 32
51 32	32 17
34	224
34	224

75. Кыз юкны произведеннѣ вылѣ. Ась колѣ 60 юкны $5 \cdot 3$ произведеннѣ вылѣ, мѣднѣж шуѣмѣн 15 вылѣ. Эта понда тырмана лоас 60 юкны 5 вылѣ да лѣѣм частнѣйсѣ эшѣ юкны 3 вылѣ:

$$60 : 5 = 12; 12 : 3 = 4.$$

Мыля сѣтпѣм кыкпѣвса юкѣмыс (5 вылѣ да 3 вылѣ) сѣтѣ колана результат, кѣкнит лоас объяснитны, кызди юкѣмсѣ пондам видзѣтны кыз юксянсѣ ѳтыжда торрез вылѣ янсѣтѣм. Сѣк туйѣ шуны, что первѣй юкѣмнас (5 вылѣ) мийѣ 60-сѣ торйѣтам 5 ѳтыжда тор вылѣ, эта дырни быд тѣрас лоас 12; мѣд юкѣмнас (3 вылѣ) мийѣ 12-сѣ торйѣтам 3 ѳтыжда тор вылѣ, эта дырни быд тѣрас лоас 4-ѣн. Нагляднѣя ѳтѣ туйѣ мыччавны сѣдз:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & 60 & & & & & & \\ \hline \underbrace{12}_{4+4+4} & + & \underbrace{12}_{4+4+4} & + & \underbrace{12}_{4+4+4} & + & \underbrace{12}_{4+4+4} & + & \underbrace{12}_{4+4+4} \\ \hline \end{array}$$

Этаись тыдалѣ, что зна кык юкѣм бѣрын 60-ыс лѣѣ торйѣтѣм 15 ѳтыжда торрез вылѣ.

Этадз жѣ туйѣ объяснитны, что мѣд 300 юкны куим сомножителись $3 \cdot 5 \cdot 4$ произведеннѣ вылѣ, туйѣ 300-сѣ юкны 3 вылѣ (лоас 100), сѣбѣрын ѳтѣ частнѣйсѣ юкны 5 вылѣ (лоас 20) и, сѣсся, мѣдбѣрья частнѣйсѣ юкны 4 вылѣ (лоас 5). Сѣдзкѣ,

мѣдбы кытшѣм-нибудь число юкны произведеннѣ вылѣ, позѣѣ ѳтѣ числѣсѣ юкны первѣй сомножитель вылѣ, лѣѣм частнѣйсѣ юкны мѣд сомножитель вылѣ, ѳтѣ частнѣйсѣ куимѣт сомножитель вылѣ да сѣдз одз. (предполагайтѣѣ, что быд юкѣмыс петѣ колянтѣѣ).

Этѣн свойствѣнас мукѣд пырас туйѣ пользуйтѣчины *устнѣй юкѣм* дырни; например, мѣдбы 1840 юкны 20 вылѣ, мийѣ бѣсѣтам тѣдвылѣ, что $20 = 10 \cdot 2$, и 1840-сѣ юкам 10 вылѣ (лоас 184) и адзѣѣм числѣсѣ 2 вылѣ (лоас 92); этадз жѣ, мѣдбы кытшѣм-нибудь число юкны 8 вылѣ, мѣднѣж шуѣмѣн $2 \cdot 2 \cdot 2$ произведеннѣ вылѣ, позѣѣ юксянсѣ юкны 2 вылѣ, сѣбѣрын эшѣ 2 вылѣ и эшѣ 2 вылѣ.

76. Юксян да юкан вежсѣѣмсянѣ частнѣйлѣн вежсѣѣм.

1) Юксянсѣ ыждѣтам кѣ (либѣ учѣтсѣѣтам) кынымиськѣ, то частнѣйсѣ ыждас (либѣ учѣтсѣялас) сынымись жѣ.

Сѣдз, примерын $20 : 5 = 4$ юксянсѣ ыждѣтам кѣ, шуам, 3-исѣ, мѣднѣж шуѣмѣн 20 туйѣ юксянас бѣсѣтам $20 + 20 + 20$, то лоас: $60 : 5 = 12$. Виль частнѣйсѣ петѣс одззаясся 3-исѣ ыджытжык, сѣйѣн что 20-ын 5-нас лѣѣ 4-исѣ, то сумманын $20 + 20 + 20$ 5-нас лоас 4-исѣ, да эшѣ 4-исѣ, да эшѣ 4-исѣ, мѣднѣж шуѣмѣн 3-исѣ уважык, нежелѣ 20-ын.

2) Юкансѣ ыждѣтам кѣ (либѣ учѣтсѣѣтам) кынымиськѣ, то частнѣйсѣ учѣтсѣялас (либѣ ыждас) сынымись жѣ.

Сѣдз, примерын $60 : 5 = 12$ юкансѣ ыждѣтам кѣ, шуам, 3-исѣ, мѣднѣж шуѣмѣн 5-ыс туйѣ юканнас бѣсѣтам 15, то лоас $60 : 15 = 4$. Виль частнѣйсѣ лѣис 3-исѣ учѣтжык одззаясся. Сѣдз сѣя и должен лѣны, сѣйѣн что 15-ыс 5 $\cdot$ 3-лѣн произведеннѣ, а мѣд-

бы юкны произведеннѣ вылѣ, позьѣ юксянсѣ юкны первѣй сомножитель вылѣ (5 вылѣ) и лоѣм числосѣ (12) сыбѣрын юкны мѣд сомножительны вылѣ (3 вылѣ), этасян сѣя чинас (3-ись).

Эта дырни предполагайтѣ, что юкѣмыс петѣ *колянтѣг*. Кыдзи эм колян, то частнѣйыс вермас вежсыны мѣднѣж, нежели вѣлѣ ѳнѣ висьталѣм. Босѣтам, шуам, сѣтшѣм юкѣм: $23 : 5 = 4$ (колян 3), и юксянсѣ ыждѣтам 3-ись. Лоас: $69 : 5 = 13$ (колян 4); частнѣйыс ыждѣс 3-сѣ унажыкись.

Замечаннѣ. Кѣр юксяныс и юканыс вежсѣны тшѣтш, то частнѣйыс вермас мукѣдпырся ыждыны, мукѣдпырся чинны, нетѣ кольччыны вежсытѣг. Медбы одзланѣ тѣдны, кыдз вежсѣс частнѣйыс, колѣд предполагитны, что перво мѣдкодсьѣтѣм толькѣ юксяныс, а сыбѣрын и юканыс (сравнитѣ 52 §-кѣт).

Колѣ особѣй вниманнѣ обратитны нѣя случайез вылѣ, кѣр частнѣйыс кольчѣ вежсытѣг.

3) Частнѣйыс оз вежсы, кѣр юксяныс и юканыс ыждѣтѣмѣс ѣтмымдаись,

сѣйѣн что юксянсѣ ыждѣтѣмсянѣ частнѣйыс ыждѣ, а юкансѣ ыждѣтѣмсянѣ частнѣйыс сымдаись жѣ чинѣ. Сѣдз, примерын: $60 : 15 = 4$ юксянсѣ и юкансѣ ыждѣтам кѣ 5-ись, то получитам: $300 : 75 = 4$.

4) Частнѣйыс оз вежсы, кѣр юксяныс и юканыс учѣтсьѣтѣмѣс ѣтмымдаись,

сѣйѣн что юксянсѣ учѣтсьѣтѣмсянѣ частнѣйыс учѣтсѣялѣ, а юкансѣ учѣтсьѣтѣмсянѣ частнѣйыс сынымись жѣ ыждѣ. Сѣдз, сѣя жѣ примерын ($60 : 15 = 4$) юксянсѣ и юкансѣ учѣтсьѣтам кѣ 5-ись, то получитам $12 : 3 = 4$.

77. Кыдз юкны произведеннѣ. Ась произведеннѣ $8 \cdot 12 \cdot 20$ колѣ юкны 4 вылѣ. Сы туйѣ, медбы перво лыддыны этѣ произведеннѣсѣ (сѣя лоас 1920), а сыбѣрын юкны сѣйѣ 4 вылѣ (петас 480), мийѣ вермам юкны 4 вылас кѣдѣкѣ ѣт сомножительсѣ, мѣддѣсѣ кольны вежтѣг, да вѣлись лыддыны произведеннѣсѣ. Сѣдз, юкам 4 вылас кѣтѣ 12, а 8-сѣ да 20-сѣ колям вежтѣг; лоас $8 \cdot 3 \cdot 20 = 480$, мѣднѣж шуѣмѣн миян петас сѣя жѣ числомыс, кѣда петлѣс одзжык. Сѣдз сѣя и должен лоны, сѣйѣн что юкны 4 вылѣ—эта лѣѣ учѣтсьѣтны 4-ись, а произведеннѣыс учѣтсѣялас 4-ись, ѣт сомножительсѣ учѣтсьѣтам кѣ 4-ись. Сѣдзкѣ:

медбы произведеннѣ юкны кытшѣм-нибудѣ число вылѣ, позьѣ юкны эта число вылѣ ѣт сомножительсѣ, мѣддѣсѣ кольны вежтѣг.

78. Кыдз юкны сумма да кыдз юкны разность.

1) Медбы сумма юкны кытшѣм-нибудѣ число вылѣ, позьѣ юкны эта число вылѣ быд содтансѣ янын и лѣѣм частнѣйесѣ ѣтлаавны (предполагайтѣ, что быдѣс юкѣммес петѣны колянтѣг).

Сѣдз, медбы сумма $21 + 14 + 35$ юкны 7 вылѣ (мѣднѣж шуѣмѣн тѣдны, кынымись эта суммаын лоас 7), мийѣ вермам тѣдны, мымдаись 7-ыс лоас 21-ын (3-ись), сыбѣрын 14-ын (2-ись), сыбѣрын 35-ын (5-ись), и лѣѣм числозсѣ ѣтлаавны: $3 + 2 + 5 = 10$.

2) Медбы разность юкны кытшом-нибудь число вылө, по-
зё юкны эта число вылө чинансö и чинтансö янын, а сыбö-
рын первой частнойсис чинтны мөд частнойсö. Сидз:

$$(40 - 25) : 5 = (40 : 5) - (25 : 5) = 8 - 5 = 3.$$

Сидз сия и должен лоны, сийон что 40-ын 8 пятёрка, а 25-ын
5 пятёрка, а 5 пятёркатөг 8 пятёркаас лоас 3 пятёрка.

79. Формулаэзын действиеэз порядок йылись замечаннө.
Отлааломсö да чинтомсö шуоны *первой ступенись* действиеэзöн,
а босьтомсö да юкомсö—*мөд ступенись* действиеэзöн. Мед етша-
жыкись гижны скобкаэз, действиеэзлись порядок обозначайтёко,
условитчöмась:

кызди скобкаэзтөм выраженнөын мыччалөмось только
өтик ступенись действиеэз, то керны нийö колö сия порядо-
көн, кызд ния гижөмось (шультгаланьсянь веськытлань). Сидз,
выраженнө:

$$40 - 10 + 15 - 8$$

мыччалө, что 40-ись колö чинтны 10 (лоас 30), лөом числоыс
дынö содтыны 15 (лоас 45) и медбöрын чинтны 8 (лоас 37). Ли-
бо выраженнө:

$$400 : 4 \cdot 5 : 2$$

мыччалө, что 400 колö юкны 4 вылө (лоас 100), частнойсö босьтны
5 вылө (лоас 500) и этö произведеннөсö юкны 2 вылө (лоас 250).

Кызди скобкаэзтөм выраженнөын мыччалөмось неөткөдь
ступеннезись действиеэз, сэк перво кероны мөд ступенись
действиеэсö (босьтөм да юком), а сыбöрын—первой ступе-
нись действиеэсö (отлаалөм да чинтөм). Например, выраженнө:

$$6 + 20 \cdot 4 - 10 : 2$$

мыччалө, что колö 20 босьтны 4 вылө (лоас 80), сыбöрын 10
юкны 2 вылө (лоас 5), сыбöрын 6 дынö содтыны 80 (лоас 86) и,
медбöрын, чинтны 5 (лоас 81).

Эта порядок дынись отступленнөсö мыччалöны скобкаэзöн.
Шуам, гижөм кө:

$$6 + (20 \cdot 4 - 10) : 2,$$

то эта лөб: 20 босьтны 4 вылө, чинтны 10, юкны 2 вылө да өт-
лаавны 6-көт (лоас 41).

80. Предварительной замечаннээз. Нель арифметическый действеись кык действие—отлаалом да босьтөм—позьё керны пыр (мөднөж шуөмөн көть кытшөм числоэзкөт). Чинтөмсө көть и не пыр позьё керны, но сийө керны позьёмлөн признакыс өддөбн простой: чинаныс должен лоны чинтанысса ыджытжык; сийөн сетөмөсь кө кык число, мийө пыр сразу вермам төдны, туйо я первой числосис чинтны мөд числосө.

Совсем мөдик дело юкөм; мийө төдам, что юкөмсө (колянтөг) не пыр позьё керны; но мукөд пора овлө өддөбн сьёкыт, юкөмсө кертөг, төдны, юксьө я өтік число мөдик вылө. Сийөн юкөмнас мукөд вопроссэс арифметикаын медтрудной вопроссэз. Мукөдсө эна вопроссэзис мийө видзөтам эта отделын.

Көр өтік число колянтөг юксьө мөдик вылө, сэк шуоны дженыта, что первой числоыс юксьө мөдик число вылас. Сэк жө шуоны, что первой числоыс лөб мөдыслөн *кратной*, а мөдыс—первойыслөн юкан. Сидз, 15—кратной куймлөн, а 3—юкан 15-лөн.

Колө висьтавыны, что нуль юксьө көть кытшөм число вылө (оз юксьы только нуль вылө) и эта дырни частнояс петө нуль жө. Сидз сия и эм, сидз кыз $a \cdot 0 = 0$, кытшөм бы эз вөв a числоыс, то $0 : a = 0$.

1. ЮКСЬӨМЛӨН ПРИЗНАККЕЗ.

Эмөсь сэтшөм признаккез, көдна сьөрти, юкөмсө кертөг, мукөд коста кокнит төдны, юксьө али оз юксьы сетөм числоыс кытшөмкө мөдик числоэз вылө. Энө признаксө мийө өнi и видзөтамө.

81. Суммалөн да разностьлөн юксьөм. Юксьөмлись признаккез петкөтикө мийө часто пондам пользуйтчыны суммалөн да разностьлөн то кытшөм свойствоэзөн:

1) кызди быд содтаныс юксьө кытшөм-нибудь число вылө, то и суммаыс юксяс эта число вылө;

2) кызди өтік содтан оз юксьы, а быдөс мукөдыс юксьөны кытшөм-нибудь число вылө, то суммаыс оз юксьы эта число вылө;

3) кызди чинаныс и чинтаныс юксьөны кытшөм-нибудь число вылө, то и разностьыс юксьө эта число вылө.

Первой да куймөт свойствоэс тыдаланабсь: кызди, например, число 5 лөб (содержитчө) кынымкө быдса числоөн (9-ись) число 45-ын и кынымкө быдса числоөн (7-ись) число 35-ын, то

сія, видно, кынымкө быдса числоөн $(9 + 7 = 16)$ лоас ны сумманын и кынымкө быдса числоөн $(9 - 7 = 2)$ лоас ны разностьын.

Мөд свойствоыс кокнита докажитчө, көр первой да куимөт свойствоэс установитөмөсө ни. Босьтам, например, сумма $102 = 45 + 35 + 22$. Эстөн содтаннэс 45 да 35 юксьоны 5 ылө, а медбөрья содтаныс—22 оз юксы 5 ылө. Мыччалам, что и сумма 102 оз вермы юксыны 5 ылө. Сидз кыз 45 да 35 юксьоны 5 ылө, то и сумманыс ылөн $45 + 35 = 80$ 1) свойство сьөрти юксьө 5 ылө. Но $102 = 45 + 35 + 22$ равенство сьөрти петө $102 - (45 + 35) = 22$, нето $102 - 80 = 22$. Көбы 102 юкис 5 ылө, то 3) свойство сьөрти и $102 - 80 = 22$ разность должен вөли бы юксыны 5 ылө; сидз кыз 22-ыс оз юксы 5 ылө, то этайс петө, что и 102-ыс оз вермы юксыны 5 ылө.

82. 2 ылө юксьөмлөн признак. Числоэз, көдна юксьоны 2 ылө, шусьоны *чөтнөйөзөн*, а көдна оз юксьө 2 ылө—*нечөтнөйөзөн*. Натуральной числоэз рядын чөтнөй и нечөтнөй числоэс чередуйтөны; сидз, 1—нечөтнөй число, 2—чөтнөй число, 3—нечөтнөй число, 4—чөтнөй число да сидз одз.

Көть кытшөм число, көда кончайтчө нульөн, эм десятоккөзлөн сумма; например, 320 эм 32 десятоклөн сумма. Но десятокыс юксьө 2 ылө; сийөн и кынымкө десятоклөн сумманыс сидзжө юксьө 2 ылө (сыын сымдаись лөб 5 двойкаөн, кыныма сыын десятоккөс). Сидзкө, быд число, көда кончайтчө нульөн, юксьө 2 ылө. Например:

$$320 : 2 = 160.$$

Өнi босьтам сэтшөм число, көда кончайтчө көть кытшөм чөтнөй цифраөн, например 328. Этө числосө туйө гижны сумма мөз то кыз:

$$328 = 320 + 8.$$

Кыкнан числоыс: и 320 и 8 юксьоны 2 ылө; сидзкө, 1) свойство сьөрти (§ 81) и 328 юксыс 2 ылө и лоас чөтнөй числоөн. А число, көда кончайтчө нечөтнөй цифраөн, например 329, 2 ылө юксыны оз вермы.

Быль эд,

$$329 = 320 + 9;$$

сидз кыз 320 юксьө 2 ылө, а 9—оз юксы, то 2) свойство сьөрти (§ 81) 329 оз вермы юксыны 2 ылө.

Сидзкө, 2 ылө юксьоны быдөс ния и только ния числоэз, көдна кончайтчөны чөтнөй цифраөн.

Примечание. Цифра нуль лыддиссьө чөтнөйөн, сийөн что сия мыччалө число, көда юксьө 2 ылө (§ 80).

83. 4 ылө юксьөмлөн признак. Быд число, көда кончайтчө кык нульөн, лөб сотняэз суммаөн; например, 2300 лөб 23 сотнялөн сумма. Но сотняыс юксьө 4 ылө, сийөн и кынымкө сотнялөн сумма сидзжө юксьө 4 ылө (сыын сымдаись 25 четвёркаөн, мымда сыын сотняэс). Сидзкө, көть кытшөм число, көда кончайтчө кык нульөн, юксьө 4 ылө.

Например:

$$2300 : 4 = 575.$$

Онi босѣтам кык число сѣтшѣмѣсь, медбы ѣтыслѣн кык медбѣрья цифраыс вѣлісѣ числоѣн, кѣда юксѣѣ 4 вылѣ, а мѣдыслѣн—число, кѣда 4 вылас оз юксы, например: 2348 и 2350 (48-ыс юксѣѣ 4 вылѣ, а 50-ыс оз). Нійѣ туйѣ гижны суммѣс мѣз то сідз:

$$2348 = 2300 + 48; 2350 = 2300 + 50.$$

Первѣй примерас кыкнан содтаныс юксѣѣны 4 вылѣ, сійѣн и суммѣыс юксѣѣ 4 вылѣ; сідзкѣ, число 2348 юксѣѣ 4 вылѣ. Мѣд примерас первѣй содтаныс юксѣѣ 4 вылас, а мѣдыс оз юксы, сійѣн 2350-лѣн суммѣыс 4 вылас оз юксы. Сідзкѣ, 4 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдналѣн медбѣрья кык цифраыс лѣѣны 4 вылѣ юксына числоѣн.

Ѣта мѣз жѣ кокнита позѣѣ докажитны, что 8 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдналѣн медбѣрья кум цифраыс лѣѣны 8 вылѣ юксына числоѣн.

84. 5 вылѣ да 10 вылѣ юксѣѣмлѣн признакес. Десяток юксѣѣ 5 вылѣ и 10 вылѣ: сійѣн десятоккесѣс аркмѣм число, мѣднѣж шуны нульѣн кончайтчан число, юксѣѣ 5 вылѣ и 10 вылѣ. Кыдзи числоыс кончайтчѣ не нульѣн, сѣк сія 10 вылѣ оз юксы, а 5 вылѣ сія юксыс только сѣк, кѣр сылѣн медбѣрья цифраыс лѣас 5, сійѣн что быдѣс ѣтїкзнака числоѣзсѣс только 5 юксѣѣ 5 вылѣ. Сідзкѣ:

5 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдна кончайтчѣны нульѣн нетѣ цифра 5-ѣн; 10 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдна кончайтчѣны нульѣн.

Замечаннѣ. Ѣтадз жѣ туйѣ тѣдны, что 25 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдналѣн медбѣрья кык цифраыс либо нуллес, либо 25, либо 50, либо 75.

50 вылѣ юксѣѣны быдѣс нія и только нія числоѣз, кѣдналѣн медбѣрья кык цифраыс нуллес либо 50.

85. 3 вылѣ да 9 вылѣ юксѣѣмлѣн признакес. Медѣдз висьталам, что и 3 вылѣ и 9 вылѣ юксѣѣ быд число, кѣда гижѣм только ѣтїк цифра 9-ѣн, мѣднѣж шуѣмѣн 9, 99, 999 да сідз ѣдз. Действительно:

$$999 : 3 = 333; \quad 9999 : 3 = 3333 \text{ да сідз ѣдз.}$$

$$999 : 9 = 111; \quad 9999 : 9 = 1111 \text{ да сідз ѣдз.}$$

Ог вунѣтѣ ѣтѣ; ѣнi босѣтам кытшѣм-нибудѣ число, шуам, 2457 и янсѣтам сійѣ быдкѣдѣ разряддѣзсѣс торѣя единицаѣз вылѣ (прѣстой единицаѣсѣ колѣям янсѣттѣг):

$$\begin{aligned} 2457 &= 1000 + 1000 + \\ &+ 100 + 100 + 100 + 100 + \\ &+ 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \\ &+ 7 \end{aligned}$$

Быд тысячасѣ янсѣтам 999 да 1 вылѣ, быд сотнясѣ—99 да 1 вылѣ, быд десятоксѣ—9 да 1 вылѣ. Сѣк 2 тысячаыс туйѣ полу-

читам 2-исъ 999-өн да 2 единица; 4 сотняыс туйо получитам 4-исъ 99-өн да 4 единица; 5 десятокыс туйо—5-исъ 9-өн да эшю 5 единица. Сидзко:

$$\begin{array}{r} 2457 = 999 + 999 \\ + 99 + 99 + 99 + 99 \\ + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 \\ + 2 + 4 + 5 + 7 \end{array}$$

Содтаниэз 999, 99 да 9 юксыны 3 выло и 9 выло; сидзко, сетом числолөн 3 выло да 9 выло юксыомыс зависито только суммасын: $2 + 4 + 5 + 7$; кызди эта суммаыс юксы (оз юксы) 3 выло нето 9 выло, то и сетом числоыс юксыс (оз юксы) эна числоэз выло. Сумма $2 + 4 + 5 + 7$ —сумма сэтшом числоэзлөн, кодна гижомось торйон; дженыта байтоны, что эта эм сетом числоыс *цифраэзлөн сумма*. Сийон:

3 выло юксыны быдос ния и только ния числоэз, кодналөн *цифраэзлөн* суммаыс юксы 3 выло;

9 выло юксыны быдос ния и только ния числоэз, кодналөн *цифраэзлөн* суммаыс юксы 9 выло.

Число 2457-ын *цифраэзлөн* суммаыс 18; 18 юксы 3 выло и 9 выло; сидзко, и 2457-ыс тожо юксы и 3 выло и 9 выло. Действительно:

$$2457 : 3 = 819; 2457 : 9 = 273.$$

Сидз кызд число 9 юксы 3 выло, то коть кытшом число, кода юксы 9 выло, пондас юксыны и 3 выло. Но числоыс вермас юксыны 3 выло и сы коста жо оз понды юксыны 9 выло. Сидз, число 17331-ын *цифраэзлөн* суммаыс 15; сидз кызд 15-ыс юксы 3 выло, но оз юксы 9 выло, то и число 17331 юксы 3 выло, но оз юксы 9 выло.

Замечанье. Арифметика подробной курсэзын поэо адзыны 7, 11, 13, 37 да модик числоэз выло юксыомлыс признаккесю; но ния сэтшом сложнойбсь, что практикаын пользуйтчыны нийон оддыон съоыт; сийон мийо эстон ого байто ны йылысь.

86. 6, 12 да 15 выло юксыомлөн признаккес. Кызди кытшом-нибудь число юксы 6 выло, то это числосю поэо торйотны шестёркаэз выло, моднёж шуомон гижны сийо сумма кодын:

$$6 + 6 + 6 + 6... + 6.$$

Но быд шестёркасю поэо торйотны и двойкаэз выло ($2 + 2 + 2$) и тройкаэз выло ($3 + 3$); сидзко и быдос сэтшом числосю туяс янсютны двойкаэз выло да тройкаэз выло; следовательно, сия должен юксыны и 2 выло и 3 выло. Сидзко,

медбы число юксис 6 выло, колө, медбы сия юксис и 2 выло и 3 выло.

Например, число 3584 оз юксы 6 выло, сидз кызд сия оз юксы 3 выло (коть и юксы 2 выло); число 3585 тожо оз юксы 6 выло, сидз кызд сия оз юксы 2 выло (коть и юксы 3 выло).

Но этадз баитомыс эшö оз вермы мяннös убедитны, что 6 вылö юксьöмлөн эта признакыс достаточнöй, мöднөж шуöмөн, что быд число, кöда юксьö 3 вылö и 2 вылö, юксяс и 6 вылö. Докажитам öнi, что эта сiдз. Ась сетöм число юксьö 2 вылö и 3 вылö, и убедитчам, что сэтшöм случайн сiя пондас юксьыны и 6 вылö.

Ась сетöм числоыс юксьö 2 вылö и 3 вылö. Сэк сiйö позьö торйöтны двойкаэз вылö да тройкаэз вылö. Предположитам, что мийö торйöтiм сiйö тройкаэз вылö:

$$3 + 3 + 3 + 3 \dots + 3.$$

Пондам шульгаланьсянь öтлаавны быд 2 тройкасö 1 шестёркаö. Сэк должен лоны кыкись мыйкö öтiк:

1) быдös тройкаэс öтлааясö шестёркаэзö, öтiк лишнöй тройка оз кольччы; эта лöб, что мян числоыслөн видыс лoис сэтшöм:

$$6 + 6 + \dots + 6,$$

мöднөж шуöмөн торьясис шестёркаэз вылö; следовательно, сiя юксьö 6 вылö;

2) öтiк тройка кольччис паратöг, мöднөж шуöмөн мян числолөн видыс лoис сэтшöм:

$$6 + 6 + \dots + 6 + 3.$$

Но аетөн быдös содтаннэс медбöрьянсья юксьöны 2 вылö; сiдзкö, 2) свойство сьöртi (§ 81) мян числоыс эз юксьы бы 2 вылö, а сiдз кыз условиеыс сьöртi сiя юксьö и 2 вылö, то эта случайыс оз вермы лоны.

Öнi мийö вермам утверждайтны, что медбы кытшöм-нибудь число юкис 6 вылö, эта понда колö только, медбы сiя юкис и 2 вылö и 3 вылö; либо дженыта шуöмөн:

6 вылö юксьöны быдös нiя и только нiя числоэз, кöдна юксьöны и 2 вылö и 3 вылö.

Например, число 13854 юксьö 6 вылö, сiдз кыз сiя юксьö 2 вылö (кончайтö чётнöй цифраөн) и сы коста жö юксьö 3 вылö (цифраэслөн суммаыс юксьö 3 вылö). Действительно $13854 : 6 = 2309$.

Этадз жö вермам докажитны, что 12 вылö юксьöны быдös нiя и только нiя числоэз, кöдна юксьöны 3 вылö и 4 вылö; 15 вылö юксьöны быдös нiя и только нiя числоэз, кöдна юксьöны 3 вылö и 5 вылö.

87. Предыдушöй типись юксьöмын признаккеслөн общöй обоснованнө. 6, 12, 15 да уна мöдик числоэз вылö юксьöмын признаккеслөн эм общöй теоретическöй основаннө, кöдö мийö öнi висьталам.

Теорема. Кыз числолөн $a_1 a_2$ произведеннөыс юксьö кö кумöт число p вылö, и öт числоыслөн, a_1 нето a_2 абудь единицасы p -ыкöt öтласа юканнэс, то мöд числои юксьö p вылö.

Доказательство. Ась, шуам, число a_1 -лөн абудь, единицасы, p -кöt öтласа юканнэс; сэк докажитам, что a_2 должен юксьыны p вылö.

Юкам a_1 -сö p вылö и эта юкём бöрын лöбм частвöйсö шуам g , а колянсö $г$. Сэк:

$$a_1 = pg + г.$$

Убедитчам колян $г$ йыцись, что сйа: 1) оз равняйтчы 0-лө и 2) сылөн абу, единицасы, p -көт отласа юканнэс. Действительно, кызди $г = 0$, то $a_1 = pg$ и сэк a_1 юкесы бы p вылө, и a_1 да p -лөн вөли бы, единица сьөрти мөдкөдь общөй юкан, а эта противоречитө теорема условилө. Предположитам одзлань, что p -лөн да $г$ -лөн эм кытшөм-нибудь общөй юкан $t > 1$. Сэк a_1 юкесы бы t вылө и, следовательно, a_1 -лөн да p -лөн вөли бы общөй юкан $t > 1$, а эта противоречитө условилө.

Колян $г$ оз кө равняйтчы единичалө, то p юкам $г$ вылө и эта юкөм бө-рын лөм частнөйсө шуам g_1 , а колянсө $г_1$. Сэк:

$$p = g_1 + g_1.$$

Но p -лөн да $г$ -лөн, докажитөм сьөрти, абуөсь, единицасы, общөй юканнэс, то медбөрья равенство сьөрти одзза моз убедитчам, что: 1) $г_1$ оз равняйтчы нульлө и 2) $г$ -лөн да $г_1$ -лөн абуөсь общөй юканнэс, единицасы. Кызди $г_1$ оз равняйтчы единичалө, то $г$ юкам $г_1$ вылө и получитам колян $г_2$, көда оз равняйтчы нульлө и көдалөн, единицасы, абуөсь $г_1$ -көт общөй юканнэс. Кызди $г_2$ оз равняйтчы единичалө, то $г_1$ юкам $г_2$ вылө да сідз одз; сэк полукитам равенствоаз:

$$a_1 = pg + g,$$

$$p = g_1 + g_1,$$

$$г = g_1g_2 + g_2,$$

$$г_1 = g_2g_3 + g_3,$$

$$\dots \dots \dots$$

көдна сьөрти төдам, что коляннэз $г$, $г_1$, $г_2$ да сідз одз. оз равняйтчы нульлө. Сідз кызд быд юкөм дырни колянныс должен лоны юкансы учөтжык, то $г < p$, $г_1 < г$, $г_2 < г_1$ да сідз одз. Сйөн керам кө юкөммесө унажык, медбөрын лөктам сэтшөм колянөдз, көда равняйтчы единичалө.

Ась $г_n = 1$. Сэк: $г_{n-2} = г_{n-1}г_n + 1$.

Быдсө полукитөм равенствоазө торйөн (почленно) бөсьтам a_2 вылө:

$$a_1a_2 = pga_2 + ga_2,$$

$$pa_2 = g_1a_2 + g_1a_2,$$

$$га_2 = g_1g_2a_2 + g_2a_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$г_{n-2}a_2 = г_{n-1}г_n a_2 + a_2.$$

Видзөтам первөй равенствоазө да пондам рассуждайтны сідз:

сідз кызд a_1a_2 произведеннөйс условие сьөрти юксь p вылө, то и $pga_2 + ga_2$ сумманыс юксь p вылө; эта суммалөн первөй содтаннэс юксь p вылө; сідзкө, и мөд содтаннэс, мөднөж шуөмөн $га_2$ -лөн произведеннөйс юксь p вылө. Бөсьтам мөд равенствоазө и адззам, что pa_2 сумманыс и өт содтаннэс $(га_2)g_1$ юксь p вылө, эта сьөрти позьб висьтавыны, что и мөд содтаннэс $г_1a_2$ юксь p вылө. Бөсьтам кө сьөбөрын куимөт равенствоазө, куимөт бөрьань нөльөтсө, нөльөт бөрьань витөтсө да сідз одз. медбөрья равенствоазө, көдансы адззам, что a_2 ю к с ь ө p вылө.

88. Следствие. Число a юксь кө торйөн кык число вылө p и $г$ вылө, а p -лөн да $г$ -лөн абуөсь, единицасы, общөй юканнэс, то a юксь pg произведеннөйс вылө.

p вылө a -сө юкөмянь частнөйсө обозначайтам O , сэк:

$$a = pO.$$

Сідз кызд условие сьөрти a юксь $г$ вылө, то эта равенство сьөрти петө, что pO юксь $г$ вылө. Но p -лөн $г$ -көт абу общөй юканнэс, единицасы; сідзкө, теорема сьөрти, O должен юксьыны $г$ вылө. Ась эта юкөмянь частнөйсө лөас O_1 ; сэк:

$$O = gO_1.$$

Одзза равенствоаз O туйө сувтөтам сы ыжда жө произведеннөйс и получитам:

$$a = p(gO_1) = (pg) O_1;$$

эстись тыдалө, что число a —кык бөсьтанлөн: (pg) да O_1 -лөн произведеннөйс; сідзкө, a юксь pg вылө.

Сідзкѡ: кыдзи число юксьѡ 2 вылѡ и 3 вылѡ, то сія юксьѡ и 6 вылѡ; кыдзи число юксьѡ 3 вылѡ и 4 вылѡ, то сія юксьѡ и 12 вылѡ; кыдзи число юксьѡ 3 вылѡ и 5 вылѡ, то сія юксьѡ и 15 вылѡ, и сідз одз.

Примечаннѣ: *p* да *g* числоэзлѡн эм кѡ общѡй юкан, не единица, и кытшѡм-нибудь число юксьѡ кѡ *p* да *g* вылѡ, то эта эшѡ оз мыччав, что эта числоыс юксьѡ *pg* произведеннѣ вылѡ; сідз, число 36 юксьѡ 4 вылѡ и 6 вылѡ, но оз юксы 4.6 (= 24) произведеннѣ вылѡ.

II. ПРОСТОЙ БОСЪТАННЭЗ ВЫЛѡ ЧИСЛОЭЗ ТОРІЙѲТѲМ.

89. Простѡй да составнѡй числоэз. Кѡтъ кытшѡм число, конечно, юксьѡ единица вылѡ да ас вылас. Эмѡсь ѡддѡн уна числоэз, кѡдна юксьѡны не только единица вылѡ да ас выланис, но кѡдналѡн эмѡсь эшѡ и мѡдік юканнэз; например, число 30-лѡн единицасы да 30-ся эмѡсь эшѡ юканнэз: 2, 3, 5, 6 да 15.

Быд число, единицасы, кѡда юксьѡ только единица вылѡ да ас вылас, шусь простѡйѡн (либо абсолютно простѡйѡн, либо первоначальнѡйѡн).

Число, кѡда юксьѡ не только единица вылѡ да ас вылас, но юксьѡ эшѡ и мѡдік числоэз вылѡ, шусь составнѡйѡн (либо сложнѡйѡн).

Число 1 оз лыддиссы не простѡйѡн, не составнѡйѡн, сія занимайтѡ особѡй положеннѣ.

Эмѡсь, 100-ся учѡтжыксь, 25 простѡй число; то нія:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Эта книга конецын эм таблица, кѡдаын гижѡмось, 6000-ся учѡтжыксь, быдѡс простѡй числоэс.

90. Составнѡй число простѡй босътаннэз вылѡ торіѡтѡм. Кѡтъ кытшѡм составнѡй число позѡ торіѡтны простѡй босътаннэз вылѡ, мѡднѣж шѡмѡн мыччавны числосѡ простѡй числоэз произведеннѣѡн. Например, торіѡтны 12 простѡй босътаннэз вылѡ—эта лѡб гижны этѡ числосѡ сідз: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Ась колѡ торіѡтны простѡй босътаннэз вылѡ кытшѡм-нибудь составнѡй число, шуам, 420. Эта понда адззам (юксьѡмлѡн признаккес сѡртѡ) медучѡт простѡй число, кѡда вылѡ юксьѡ 420; сѡтшѡм числоыс 2. 420-сѡ юкам 2 вылѡ:

$$420 : 2 = 210;$$

этаись петѡ

$$420 = 210 \cdot 2. \quad (1)$$

Ќні кошшам медучѡт простѡй число, кѡда вылѡ юксьѡ составнѡй число 210; сѡтшѡм числоыс 2. 210-сѡ юкам 2 вылѡ:

$$210 : 2 = 105,$$

этаись петѡ

$$210 = 105 \cdot 2.$$

Первѡй (1) равенствоын число 210 вежам сылѡ равнѡй произведеннѣѡн:

$$420 = 105 \cdot 2 \cdot 2. \quad (2)$$

Медучот простой число, кода выло юксы составной число 105, ло 3. 105-сё юкам 3 выло:

$$105 : 3 = 35,$$

этаись пето

$$105 = 35 \cdot 3.$$

Мод (2) равенствоас число 105 вежам сыло равной произведённой:

$$420 = 35 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2. \quad (3)$$

Медучот простой число, кода выло юксы составной число 35, ло 5; 5 выло 35 юкомон адззам число 7; сидзко, $35 = 7 \cdot 5$. Куимот (3) равенствоын число 35 вежам сыло равной произведённой $7 \cdot 5$ и получитам:

$$420 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2.$$

Эта и лоас колана торйотомыс, сидз кызд быдос сомножителес—простой числоз.

Сидз кызд сомножителлезлис местаёс вежомсянь произведенийе оз вежсы, то мийо вермам нийо гижны коть кытшом порядокн; унажыксё нийо гижоны учоттэзсянь ыджыттэз дыно, то кызд:

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Простой босытанныз выло торйотомсё буржык гижны сидз:

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

моднёж шуомон гижоны сетом составной числосё и веськытлань сы дынсянь нуотоны вертикальной черта. Чертаис дынсянь веськытлань гижоны медучот простой число, кода выло юксы сетом составной числое, и юконы сы выло это сетом числосё. Частнойлис цифраёс гижоны юксяныс увто. Эта частнойкот кероны сидз жо, кызд и сетом числокот. Юкомсё кероны сэтчодз, кытчодз частнойын оз пет единица. Сэк быдос числоэс, кодна сулалоны чертаис дынсянь веськытланьын, лоасё сетом числолон простой босытанныз.

Эта примерын мийо быд пырся кошшим получитом числолис *медучот* простой юкан; частожыксё эта торйотомын медудобной способ, сийон что кыным учотжык числое, сыным коннитжык сы выло юкны; сёсса, мукд учот юканнэз понда эмёс юксомлон простой признакез. Но висьталом способе абу обязательной, и часто простой босытанныз выло торйотомсё туйо керны простойжыка модик способбезон. Сидз, мян примерын жо мийо сразу адззам, что 420-ыс юксы 10 выло, а $10 = 2 \cdot 5$. Сийон, торйотомсё кером бoryн (тодвылын)

$$\begin{array}{r} 42 \cdot 2 \\ 21 \cdot 3 \\ 7 \cdot 7 \\ 1 \end{array}$$

мийō вермам гижны

$$420 = 10 \cdot 42 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Колō кō, шуам, торйōтны босьтанныз вылō число 13 000, то мийō сразу казялам, что $13\,000 = 13 \cdot 1000$, а сідз кыз 13—простой число, то кольччō простой босьтанныз вылō торйōтны число

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5,$$

и мян сразу лоас:

$$13\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13.$$

Босьтам эшō пример. Торйōтам простой босьтанныз вылō число 8874:

$$\begin{array}{r} 8874 \cdot 2 \\ 4437 \cdot 3 \\ 1479 \cdot 3 \\ 493 \cdot 17 \\ 29 \cdot 29 \\ 1 \end{array}$$

Кōр локтам частной 493-ōдз, мянлō сьōкыт висьтавы, кытшōм число вылō сія юсьō. Сятшōм случайезас видзōтам простой числоз таблицаō, кōда эм эта книга концын. Пантасяс кō сятчин сія числоыс, кōдō мийō эг вермō юкны, то сія юсьō только ас вылас. Число 493 простой числоз таблицаын абу; сідзкō, эта числоыс составной и мийō пондам юкны сийō простой числоз вылō: 7, 11, 13 да сідз одз., сятчōдз, кытчōдз ог локтō колянтōг юсьōмōдз. Петō, что 493-ыс юсьō 17 вылō, и частнойс петō 29. Онī вермам кончитны торйōтмēs.

Эта примерись тыдалō, что мукōдпырсяс сьōкыт керны составной число торйōтмēs, сийōн что торйōтикас мянлō вермас пантасыны ыджыт число, кōда йылись сьōкыт висьтавы, кытшōм сія: составной али простой; а кызди сія составной, то не пыр овлō кокнит адззыны сылись медучōт простой юкансō.

91. Степеньō лэбтōм. Босьтанныз вылō числозз торйōтикō, а сідзжō и уна мōдик случайез дырни, часто ковсьō откодь босьтанныз гижны сьōрсьōн бōрсьōн, например $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ нето $5 \cdot 5 \cdot 5$. Сідз жō кыз равной содтанныз отлаалōм понда мийō пыртим особōй наименованнē (босьтōм) да особōй обозначеннē ($2 + 2 + 2 + 2$ туйō $2 \cdot 4$), сідз и равной сомножителлез босьтōм понда полезно пыртны особōй наименованнē да особōй обозначеннē.

Откодь сомножителлезлōн произведеннē шусьō *степеньōн*. Сідз, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ лōй 2 нēлбт степеньн. Гижсьō эта сідз:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4;$$

эта дырни число 2 шусьё степень *основаннён*, а число 4—степень *показательн*. А ачыс действиеыс шусьё *нёлёт степенё* число 2 *лэбтёмн*. Сідз жё:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

лыддёлтсьё: 5 куимёт степенёын; эстён 5—основаннё, а 3—степеньлён показатель.

Мёд степень дженыта шуёны сетём основаннё *квадратён*, а куимёт степенёсь—*кубён*. Сідз, 7^2 лыддёлтсьё „квадратын 7“, а 5^3 —„кубын 5“. Числоыс первой степенёён шуёны асьёс числось: $3^1 = 3$. Сэтшём обозначеннё сьёрти простой босьтанныз выло числоэз торйётмёс часто туйё гижны дженытжыка; сідз, 90 §-ын видзётём примеррезын мийё вермам гижны то кыздз:

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7, \\ 13\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 13.$$

Мукёдпыресе сэтшём джендётёмыс ёддён тёдчё; например: $1536 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^9 \cdot 3$.

92. Составной число туйё торйётны только простой босьтанныз ётік рядё. Кокнита туйё докажитны, что сёя способён, кёда сетём 90 параграфын, кётъ кытшём составной число позьё торйётны простой босьтанныз выло. Но эта способён пользуйтчикё мийё вермам пондётны торйётмёс не м е д у ч ё т простой числосян, кёда выло юксьё составнойыс, а керны торйётмёс кытшём-нибудь мёдік порядокын (и нельки вермам, кыздз мийё этё адззылім, составной числось торйётны перво составной босьтанныз выло, а сыбёрын энё босьтаннысё торйётны простой босьтанныз выло). Этаян вермас сувтны вопрос: оз я вермы петны ётік составной число понда простой босьтаннызись кык (нето унажык) нейткодь ряд, кёдна вёлісё бы мёдкодьёсь нето босьтаннызнас, нето ёткодь босьтанныс количествон? Например, число 14 000-лён торйётёмыс сэтшём: $2^4 \cdot 5^3 \cdot 7$; оз я вермы лоны эта числолён эшё мёдік торйётм, кёдаё пырис бы кытшём-нибудь мёдік простой босьтан, 2-ся, 5-ся да 7-ся, нето кёдаын эна босьтанныс повторяйтчисё бы не сымдансь кыздз $2^4 \cdot 5^3 \cdot 7$ торйётёмын? Докажитёма, что сідз лоны оз вермы, мёднёж шуёмён составной числоыс, кыздз бы мийё сійё эг торйётё, сетё простой босьтаннысё только ётік ряд (кёдно, конечно, туйё сувтётны мёдік порядокён).

Кыздз докажитны, что числоэсё позьё торйётны простой босьтанныз выло и только ётмоз. Мелбы строгёя докажитны, что кётъ кытшём число (единицася) позьё торйётны простой босьтанныз выло, и эта дырни только ётік способён, перво докажитам то кытшёмёсь кык теорема.

Теорема 1. Кётъ кытшём числолён, единицася, эм кётъ ётік простой юкан.

Доказательство. Ась $a \neq 1$; кызди a —простой число, то сёя ачыс лоас аслас простой юканён, и эттшём случаез понда теоремаыс докажитёма; но кызди a —составной число, то сылён эмёсь a -ся и единицася мёдкодь юканнэз; ась b лоб медуёт юканён; сэк b -ыс оз вермы лоны составной числоён, сійён что кызди бы сёя юкесе число c выло, кёда единицася да ас-сяс мёдкодь, то эта число c выло юкесе бы и число a , и сідзкё b -ыс эз бы

вѡв число a -лѡн медучѡт юканѡн. Сійѡн v -ые—простѡй число, а сійѡн что сїя число a -лѡн юкан, то теоремаыс лѡб докажитѡм.

Теорема 2. Кънымыкѡ сомножителлелзлѡн $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ произведеннѡеыс вермас юксыны простѡй число p вылѡ только сѣк, кѡр кѡтъ ѡтїк сомножителыс юксыѡ p вылѡ.

Доказательство. Видзѡтны кѡ сетѡм произведеннѡеѡ кызз произведеннѡе только кык бѡсѡтанлїс: a_1 да $(a_2 a_3 \dots a_n)$, вермам рассуждайтны сїдз: кыззи a_1 ѡз юксы простѡй число p вылѡ, то эта лѡб, что a_1 -лѡн абуѡс p -кѡт общѡй юканнѣс, единицасы; сїдзкѡ, 87 §-ны докажитѡм теорема сѡбртї, число $(a_2 a_3 \dots a_n)$ должен юксыны p вылѡ. Этадз жѡ вермам докажитны, что a_2 ѡз кѡ юксы p вылѡ, то число $(a_3 a_4 \dots a_n)$ должен юксыны p вылѡ. Одзлань этадз бантїкѡ, адззам, что зна числѡзїс: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$ не кѡдыс ѡзѡ юксыѡ кѡ p вылѡ, то число a_n юксыѡ p вылѡ. И сїдз, кѡдакѡ зна числѡзїс: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ юксыѡ p вылѡ.

Медбы докажитны ѡнї, что кѡтъ кытшѡм число, единицасы, позѡ торїѡтны простѡй бѡсѡтаннѣс вылѡ, керам сїдз. Асѡ $a \neq 1$; кыззи a —простѡй число, то утвержденнѡеыс докажитѡм; но кыззи a —сѡставнѡй число, то 1 теорема сѡбртї сылѡн ѣм простѡй юкан p_1 ; асѡ

$$a = p_1 a_1;$$

кыззи a_1 —простѡй число, то теоремаыс докажитѡм; а кыззи сїя сѡставнѡй, то 1 теорема сѡбртї сылѡн ѣм простѡй юкан p_2 :

$$\begin{aligned} \text{сѣк} \quad & \text{асѡ} \quad a_1 = p_2 a_2, \\ & a = p_1 p_2 a_2; \end{aligned}$$

кыззи a_2 —простѡй число, то теоремаыс докажитѡм; кыззи сїя сѡставнѡй, то мїѡ рассуждайтм одзза моз. Сїдз кызз $a > a_1, a_1 > a_2$ да сїдз одз, то мян торїѡтѡмыс должен локны концѡдз; но концѡдз сїя локтас только сѣк, кѡр кытшѡм-нибудѡ число a_n лѡас простѡй числѡн (кыззи сїя сѡставнѡй, то мїѡ вермам одзлань керны торїѡтѡмсѡ); сїѡн $a = p_1 p_2 \dots p_{n-1} a_n$ торїѡтѡмыс ѣм число a простѡй бѡсѡтаннѣс вылѡ торїѡтѡм, мый и колїс докажитны.

Медбы докажитны, что торїѡтѡмсѡ керны туйѡ только ѡтмоз, пондам рассуждайтны сїдз:

асѡ кытшѡмкѡ число торїѡтѡм кыквѣж (ѡткодѡ нетѡ неѡткодѡ) простѡй бѡсѡтаннѣс вылѡ:

$$\begin{aligned} \text{сѣк} \quad & авс \dots \quad \text{и} \quad a_1 v_1 c_1 \dots, \\ & авс \dots = a_1 v_1 c_1 \dots \end{aligned}$$

Медбѡрья равенствѡн шульгаланїс частыс юксыѡ a вылѡ; сїдзкѡ, и весь-кытланїс частыс должен юксыны a вылѡ. Но a -ыс—простѡй число, сїѡн $a_1 v_1 c_1 \dots$ произведеннѡеыс только сѣк юксыс a вылѡ, кѡр кѡдакѡ бѡсѡтаннѣс юксыѡ a вылѡ (2 теорема); но простѡй число вермѡ юксыны мѡлїк простѡй число вылѡ (только не единица вылѡ) только сѣк, кѡр зна простѡй числѡѡс ѡткодѡбѡс. Сїзкѡ лѡб, что ѡтїк число зна числѡзїс: $a_1 v_1 c_1 \dots$ равняйтѡѡ a -лѡ. Асѡ $a_1 = a$. Равенствѡлїс кыкнан частысѡ юкам a вылѡ, получитам

$$вс \dots = v_1 c_1 \dots$$

Одзза моз тѡдам, что кѡдакѡ $v_1, c_1, \dots$ бѡсѡтаннѣс коласїс равняйтѡѡ v -лѡ. Асѡ $v_1 = v$; сѣк $сд \dots = c_1 d_1 \dots$. Одзлань этадз бантѡмѡн адззам, что первѡй рядсѣс быдѡс бѡсѡтаннѣс сїдзжѡ пырѡны и мѡд рядас. Равенствѡлїс кыкнан частысѡ юкам кѡ a_1 вылѡ, адззам, что первѡй рядас ѣм бѡсѡтан a_1 . Сїдзкѡ, одзза моз адззам, что мѡд рядсѣс быдѡс бѡсѡтаннѣс пырѡны и первѡй рядѡ. Этанїс петѡ, что зна кыкнан рядыс мѡдкодѡбѡс только бѡсѡтаннѣс сулѡлѡ-мѡн (порядѡкѡн), а не асананыс бѡсѡтаннѣс, мѡлїк кыввезѡн шуѡмѡн, что зна кык рядыс—лѡб ѡтїк рядѡ. Мѡднѣж шуѡмѡн, кѡтъ кытшѡм число (единицасы) позѡ торїѡтны простѡй бѡсѡтаннѣс вылѡ и эта дырны только ѡтїк спѡсѡбѡн.

93. Простѡй числѡѡз їылїс мукѡд сведеннѣс. Кокнита туйѡ тѡдны, что простѡй числѡѡс ѡдѡѡн и ѡдѡѡн зна. Действительнѡ, шуам мѡлїкѡ, что простѡй числѡѡс конечнѡй число. Сѣк должен лѡны медыджыт простѡй

число. Ась сэтшөм числоыс лоас a . Медбы докажитны, что эта не сідз, думайтам виль число N , кōда составитōма формула сьōртї:

$$N = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots a) + 1,$$

мōлвѣж шүөмөн думайтам число N , кōда петас сэк, кōр өтамōд вьлō босьтам быдōс простōй числоэсō 2-сянь a -ōдз да произведеннѣыс дынō эшō содтам 1. Сідз кызз число N , тыдалō, a -ся ыджытжык, и a -ыс, предположеннѣ сьōртї, медыджыт простōй число, то N -ыс должен лоны составнōй числоөн. Но составнōй числоыс юкесō кытшōмкō простōй число вьлō (§ 92, 1 теорема). Сідз-кō лōб, что N юкесō кōда кō простōй число вьлō эта рядіс: 2, 3, 5, 7, 11..., a . Но эта лоны оз вермы, сійөн что N —эта сумма кык содтанлōн, кōднаис первōй содтанис (2 · 3 · 5 ... a -лōн произведеннѣ) юкесō быд число вьлō эта рядіс: 2, 3, 5, ... a , а мōдыс (1) некōда эна числоэз вьлō оз юкесы. Сідзкō, медыджыт простōй числоыс абу; а абу кō медыджыт простōй число, то простōй числоэзлōн радис конечтōм.

Важысаян нї простōй числоэз йыліс вōлісō керōмбсь уна исследованнѣэ. Учѣнōйез пессисō адззыны простōй числоэз составляйтōмын закон, кōда сьōртї мед туйис быдōс простōй числоэсō мычавны өтїк нето кынымкō *формулабн*, нето пессисō адззыны кōть сэтшōм формула, кōла кōть бы и эз мычав быдōс простōй числоэсō, но кōда сьōртї позис бы адззыны *произвольно ыдымыт* простōй число. Мединтереснōй эттшōм попыткаыс вōлі XVII века знаменитōй французскōй математик Фермалōн (Fermat). Сїя адзōм, что формула $2^n + 1$ сетō простōй числоэз сэк, кōр n правнйчō 2⁰ = 1, 2¹ = 2, 2² = 4, 2³ = 8. Действительно, показатель n -лōн сэтшōм значеннѣэ дырни петōны то кытшōм простōй числоэз:

$$3, 5, 17, 257.$$

Эта наблюденнѣ сьōртї (да числоэз свойствоэз сьōртї). Ферма керōм предположеннѣ, что формула $2^n + 1$ должен сетны простōй числоэз сэк, кōр n лоас 2-лōн *степень*. Миеннѣсō этō дыр некин эз вермы опровергнитны; некин (Эйлерōдз) эз вермы висьтавын кōть бы өтїк случай, кōр 2 степени n дырни формула $2^n + 1$ сетіс бы составнōй число). Фермаліс гипотезасō первōй опровергнитіс знаменитōй Эйлер (XVIII век). Сїя докажитіс, что кōр $n = 2^5 = 32$ формула $2^n + 1$ сетō 641 вьлō юксян число. Фермалōн эта ошибкыс лōб поучительнōй примербн, что математикаын оз туй применяйтны индукционнōй метод (сэтшōм метод, кōр керōны выводлэз частнōй дынсян общōй дынō).

Сїйөн мыла абуōс формулаэз, кōдна мыччалōны быдōс простōй числоэз, колō эмпирическōй (опытнōй) составитны простōй числоэз 2-сянь кытшōм-нибудь определѣннōй ыджыт число a -ōдз. Медпростōй и меддревнѣй способ простōй числоэз составляйтōмын сетіс александрийскōй математик Эратосфен (кōда оліс III века миян эрабдз). Эратосфенлō способис состоитō сынн, что натуральнōй числоэз рядіс 2-сянь a -ōдз (число, кōлōн мōлōны ограничитны рядсō) чалкōны нерво быдōс числоэз, кōдна юкесōны 2 вьлō (2-ся), сьōбōрын быдōс числоэз, кōдна юкесōны 3 вьлō (3-ся), сьōбōрын быдōс числоэз, кōдна юкесōны 5 вьлō, 7 вьлō, 11 вьлō (5-ся, 7-ся, 11-ся), да сідз одз. Керны этō өддōн просто: гижōны нечѣтнōй числоэз 3-сянь a -ōдз, кырōвтōны сыис 3 бōрсян быд куміт число, 5 бōрсян быд витōт число, 7 бōрсян быд сизимōт число да сідз одз.

Онї эмбс быдōс последовательнōй простōй числоэзлōн таблицаэз 9 000 000-ся учōтжыкбсь.

Кыззи ки увын абу простōй числоэзлōн таблицаыс, либо сетōм число N ыджытжык таблицаыс медыджыт числося, то сувтō вопрос: кызз тōды, лоас я N -ыс простōй нето составнōй число? Эта понда медпростōй способис лōб то кытшōм. Перво адззыны $\sqrt{N}$, сьōбōрын гижōны быдōс простōй числоэсō, кōдна учōтжыкбсь эта коренься. Ась этō лоасō числоэз:

$$2, 3, 5, 7, \dots, a.$$

1) Кōр n ыждō, сэк выраженнѣ $2^n + 1$ сетō числоэз, кōдна ыждōны перыта; например, кōр $n = 2^4$, сэк петō число 65537, кōр $n = 2^5$, петō число 4294967297. Сэтшōм ыджыт числоэз йыліс сьōкыт вōлі висьтавын, простōйбсь нїя али составнōйбсь (XVII—XVIII веккесō наука состояннѣ дырни).

Сыбьрын N юкёны 2 вылө, 3 вылө, 5 вылө, ... да a вылө. Кызди N-ыс оз юксы некода эна числоэз вылө, то юкөмсө одаланы кертөг позьё шуны, что N—простой число. Действительно, сідз кызд $N = \sqrt{N} \cdot \sqrt{N}$, то $\sqrt{N}$ -ся ыджытжык числоэз вылө N-сө юкөмянь частнойс должёнсь петны учөтжыкбсь $\sqrt{N}$ -ся; сійөн, кызди число N юксис бы $\sqrt{N}$ -ся ыджытжык кытшөм-нибудь число вылө, то сія юксис бы и $\sqrt{N}$ -ся учөтжык число вылө. Көр N-ыс ыджыт, то эта способс бддён кузь да утомительной; сідз, кызди $N > 1\,000\,000$ -ся, то $\sqrt{N} > 1000$, а тысячаея учөтжык простой числоэс 108; сідзкө, медбы испытатны сэтшөм числосө, мукөд пора коліс бы юканы 168-іс. Числоэз теорияны сетсёны сэтшөм способбес, көднаөн туйө юкөммесө керны етшажыкись, көдна колёны сетөм числосө испытатөм пондз; но и эта дырня эта вопросы, лоас я сетөм числоыс простой либо составной, мукөд пора и өні бддён трудной.

III. СОСТАВНОЙ ЧИСЛОЛІСЬ ЮКАННЭЗ АДЗЗӨМ.

94. Мый сэтшөм числөлөн „юкан“. Висьталам, что сетөм числөлөн юканөн шусьё число, кө да вылө сетөм числоыс юксьё.

Быд простой числөлөн, шуам 11-лөн, эмөсь только кык юкан: единица да ачыс числоыс.

Быд составной числөлөн юканнэс овлөны кыкся унажык; например, число 6-лөн 4 юкан: 1, 2, 3 да 6; ны коласісь 2 да 3—простойсь, а 6—составной.

95. Сетөм числөлісь юканнэз адззөм. Ась колө адззыны юканнэз число 420-лісь. Эта понда этө числосө торйөтам простой босьтанныз вылө:

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

420-ыс юксьё быдыс эна босьтанныз вылө; көкнита позьё казьяны, что 420 юксьё и кык, куим и унажык аслас босьтанныз произведениё вылө. Например, 420 юксьё $3 \cdot 7$ произведениё вылө, мөднөж шуөмөн 21 вылө, сідз кызд 3 да 7 босьтаннысө сувтөтам кө ряд одзас, мяян петас:

$$420 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 21 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

кытись и тыдалө, что 420 юксьё 21 вылө.

Правило. Медбы сетөм составной числөлісь адззыны юканнэз, перво торйөтөны сійө простой босьтанныз вылө; быдыс эна босьтанныз коласісь лоас сетөм числөлөн простой юканөн; простой босьтаннысө кыкөн, куимөн, нельөн и унажыкөн босьтөмөн лоасө сетөм числөлөн составной юканнэз.

Замечаннө. Медбы адззыны частнойё составной число кытшөм-нибудь сы юкан вылө юкөмянь, колө только этө числосө простой босьтанныз вылө торйөтөмись чапкыны нійө босьтаннысө, көдна произведениёс сетёны сетөм юкансө, и кольчөм босьтаннысө босьтны өтамөд вылө.

Например, медбы адззыны частнойё 420 21 вылө юкөмянь, $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ торйөтөмсє чапкам 3 да 7 босьтаннысө,

кõдналõн произведеннёе сетõ 21, и кольччõм босьтаннысõ босьтам õтамõд былõ (лоас 20).

Мыччалõм правилонас туйõ адззыны сетõм числолись *быдõс* юканнэсõ. И былъ, асъ число *а*-лõн эм юкан *в*, и асъ *с* эм *а*-сõ *в* былõ юкõмсянь частной, сийõн

$$a = 6c.$$

Кызди *в* да *с* торйõтам простõй босьтанныз былõ да энõ торйõтõммесõ сувтõтам гижõм равенствоас, то мяян число *а* лоас торйõтõм простõй босьтанныз былõ, эта дырни число *в* лоас кынымкõ босьтаннызлõн произведеннё. Сидзкõ, сетõм числолись кõtъ кытшõм юкан туйõ получитны вылынжык висьталõм правило сьõртi.

IV. КЫНЫМКÕ ЧИСЛОЛÕН МЕДЫДЖЫТ ОБЩÕЙ ЮКАН.

96. Мый сэтшõм медыджыт общõй юкан. *Кынымкõ числолõн медыджыт общõй юканõн шусьõ медыджыт число, кõда былõ юксьõны быдõс эна числоас.*

Например, медыджыт общõй юкан куим числолõн: 18, 30 да 24 лоас 6, сийõн что 6-ыс эм медыджыт число, кõда былõ юксьõны быдõс эна числоас.

Кык число, кõдналõн медыджыт общõй юканыс эм единица, шусьõны взаимнõя простõйезõн (нето относительнõя простõйезõн). Сэтшõмсь, например, числоаз 14 да 15.

Мыччалам кык способ, кыздз адззыны кынымкõ числолись медыджыт общõй юкан.

97. Первõй способ: простõй босьтанныз былõ торйõтõмõн. Асъ колõ адззыны медыджыт общõй юкан кык числолись: 180-лись да 126-лись. Эта понда энõ числоасõ перво торйõтам простõй босьтанныз былõ:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \qquad 126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Сравнитам кõ õтамõдкõt эна числоазлись босьтаннысõ, то казям, что ны коласын эмõсь общõйõсь: 2, 3, 3. Быдыс эна общõй босьтаннызись лоас и общõй юканõн 180-лõн да 126-лõн. Медбы получитны составнõй общõй юканнэз, колõ общõй босьтаннысõ босьтны õтамõд былõ кыкõн и куимõн. Медыджыт общõй юканыс петас сэк, кõр босьтам õтамõд былõ быдõс общõй босьтаннысõ:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

Асъ эшõ колõ адззыны медыджыт общõй юкан куим числолись: 210-лись, 1260-лись да 245-лись. Энõ числоасõ торйõтам простõй босьтанныз былõ:

210 2	1260 2	245 5
105 3	630 2	49 7
35 5	315 3	7 7
7 7	105 3	1
1	35 5	
	7 7	
	1	

Өнi адззам, что эна числоэзлөн медыджыт общöй юканыс равняйтчö общöй босьтанныз 5 да 7 произведеннёлö, мöднөж шуёмөн 35-лö.

Этадз жö позбö адззыны медыджыт общöй юкансö нель, вит и унажык сетём числоэзлiсь.

Правило. Медбы адззыны кынымкö числоэзлiсь медыджыт общöй юкан, колö торйöтны нiйö простöй босьтанныз вылö да босьтны öтамöд вылö нiйö эна босьтанныз коласiсь, кöдна общöйöсь быдöс числоэслö.

Примечаннө. Эта дырни оз ков вунöтны, что кытшöм-нибудь простöй босьтан быдöс числоэс торйöтöмö пырö кынымсёкö, то сынымись жö сiя должен пырны и медыджыт общöй юканас.

91 §-ö пыртём степень обозначайтёмөн пользуйтчыкö, мийö вермам первöй примерас простöй босьтанныз вылö сетём числоэз торйöтöмсö гнжны сiдз:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5,$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7;$$

сетём числоэз медыджыт общöй юканас босьтанныз 5 да 7 совсем озö пырö, сiйөн что 5 оз пыр мöд числоас, а 7 оз пыр первöй числоас. Босьтан 2 пырас öтпырись, сiйөн что мöд числоыс торйöтöмö сiя пырö только öтпырись. А босьтан 3 медыджыт общöй юканас пырас 2-ись (мöднөж шуёмөн мöд степенъын), сiйөн что кыкнан сетём числоас сiя пырö мöд степенъын; сiдзкö, сетём числоэзлөн медыджыт общöй юканыс лоас

$$2 \cdot 3^2 = 18.$$

Сiдзкö петö, что вылынжык висьталём правилосö туйö выразитны эшö сiдз: медбы адззыны кынымкö числоэзлiсь медыджыт общöй юкан, энö числоэсö торйöтöны простöй босьтанныз вылö да босьтöны неöткөдь простöй босьтанныз степеннезлiсь произведеннө, кöдна пырöны быдöс сетём числоэзö, эта дырни быд босьтансö босьтöны медучöt показательөн, кытшöмөн сiя пантасьö сетём числоэзас.

Пример: медыджыт общöй юкан эна числоэзлөн

$$9000 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \text{ и } 1350 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$$

лоас $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$.

98. Мöдик способ: последовательнöя юкёмөн. Перво этö способö мийö мыччалам только кык сетём чисел понда, а сыбöрын куйм, нель и унажык числоэз понда.

Способыс эта петö то кытшöм кык правило сыбörti:

1. Кык сетём числоэз коласiсь ыджытжык числоыс юксё кö учötжык число вылö, то учötжык числоыс лöб нылөн медыджыт общöй юканөн.

Например, босьтам кык число: 54 да 18, кöдна коласiсь ыджытжыкыс юксё учötжыкыс вылö. Сiдз кыз 54 юксё 18 вылö и 18 юксё 18 вылö, то петö, что 18 лöб 54 да 18 числоэзлөн общöй юкан. Сы коста жö эта юканыс лöб и медыджы-

төн, сійөн что 18 оз юксы некытшом мөдік, 18-ся ыджытжык число ыло.

II. Сетом числоэз коласісь ыджытжык числоыс оз кō юксы учотжыкыс ыло, то нылон медыджыт общōй юканыс равняйтчō мөдік кык числолон медыджыт общōй юканло, а именно сетом числоэз коласісь учотжык числолон да колянлон, кода лоō ыджытжык числосō учотжыкыс ыло юкōм-сянь.

Ась, шуам, сетомсō кык число: 85 да 30, кодна коласісь ыджытжыкыс оз юксы учотжыкыс ыло. Первōй числосō мōдыс ыло юкōм бōрын лоас: $85 : 30 = 2$ (колян 25); сәк 85-лөн да 30-лөн медыджыт общōй юканыс сідзжō должен лоны медыджыт общōй юканон кык мөдік числолон, а именно: 30-лөн да 25-лөн (сія лоас 5).

Действительно, юкōмсō керōмон адззам:

$$85 = 30 \cdot 2 + 25; \text{ сәтисъ } 25 = 85 - 30 \cdot 2.$$

Эна равенствоэзісь миянлō известнōй сумма да разность свойствоэз сьōрті (§ 81) туйō керны сәтшомсō кык заключеннē:

1) числоэзлөн: 30-лөн да 25-лөн кōть кытшом общōй юкан сідзжō должен лоны юканон и 85-лөн;

2) числоэзлөн: 85-лөн да 30-лөн кōть кытшом общōй юкан сідзжō должен лоны юканон и колян 25-лөн.

Этаисъ лоō, что числоэзісь 2 паралон:

$$\overbrace{85 \text{ да } 30} \quad \overbrace{30 \text{ да } 25}$$

общōй юканнэс долженсō лоны откодсōсь; сідзжō, и медыджыт общōй юканыс нылон должен лоны отік жō.

Видзōтам оні, кыз туйō пользуйтчыны энон правилоэзнас кык числолісь медыджыт общōй юкан адззикō.

Ась колō адззыны медыджыт общōй юкан 391-лісь да 299-лісь.

$$\begin{array}{r} 391 \mid 299 \\ 299 \quad 1 \\ \hline 299 \mid 92 \\ 276 \quad 3 \\ \hline 92 \mid 23 \\ 92 \quad 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

391-сō юкам 299 ыло, медбы тōдны, оз я 299-ыс ло медыджыт общōй юканон (I правило сьōрті). Адззам, что 391 оз юксы 299 ыло (лоō колян 92), сійөн 299-ыс оз ло медыджыт общōй юканон. Мōд правило сьōрті шуам, что 391-лөн да 299-лөн медыджыт общōй юканыс лоас сідзжō

медыджыт общōй юканон и учотжык числоэзлөн, а именно: 299-лөн да 92-лөн. Пондам кошшыны эна числоэзлісь медыджыт общōй юкансō. Эта понда 299 юкам 92 ыло, медбы тōдны оз я ло 92-ыс медыджыт общōй юканон (I правило). Адззам, что 92-ыс оз ло медыджыт общōй юканон (лоō колян 23).

Оні II правило сьōрті бōра шуам, что 299-лөн да 92-лөн медыджыт общōй юканыс лоас медыджыт общōй юканон учотжык числоэзлөн, а именно 92-лөн да 23-лөн. Пондам кошшыны этō

юкансö. Эта понда 92-сö юкам 23 вылö. Адззам, что 23 лоö медыджыт общöй юканöн 92-лөн да 23-лөн; сідзкö медыджыт, общöй юканöн и 299-лөн да 92-лөн, и 299-лөн да 391-лөн.

Правило. Медбы адззыны кык числölісь медыджыт общöй юкан, ыджытжын числосö юкöны учöтжыкыс вылö, сыбöрын учöтжыксö первöй колян вылö, сыбöрын первöй колянсö мöд колян вылас, мöдсö куимöт вылас да сідз одз. сэтчöдз, кытчöдз коляннын оз ло нуль; сэм медбöрья юканыс лоас сетöм числоэзлөн медыджыт общöй юкан.

99. Кыдз мöд способнас пользуйтчыны куим да унажык числоэз дырни. Шуам, колö адззыны медыджыт общöй юкан куим числölісь: 78, 130 да 195. Эта понда перво адззам медыджыт общöй юкан кöдакö кык числölісь, например 78-лісь да 130-лісь.

$$\begin{array}{r} 130 \quad | \quad 78 \\ \underline{78} \quad \quad 1 \\ 52 \\ \underline{52} \quad \quad 1 \\ 0 \end{array}$$

Эна кык числölөн медыджыт общöй юканыс лоö 26.

Öнi адззам медыджыт общöй юкан 26-лісь да куимöт сетöм числölісь — 195-лісь.

$$\begin{array}{r} 195 \quad | \quad 26 \\ \underline{182} \quad \quad 7 \\ 13 \\ \underline{13} \quad \quad 2 \\ 0 \end{array}$$

Сідз получитöм число 13 и лоö медыджыт общöй юканöн куимнан сетöм числоэслөн.

Медбы объяснитны, мыля сідз лоö, вообразитам, что сетöм числоэс торйöтöмөсь простöй босытанныз вылö и что мийö медыджыт общöй юкансö кошшам первöй способ сьöртi. Сэк 130-лөн да 78-лөн медыджыт общöй юкан 26-ын долженöсь лоны быдöс простöй босытанныз, кöдна общöйöсь эна числоэзлö; 26-лөн да 195-лөн медыджыт общöй юкан 13-ын долженöсь лоны быдöс простöй босытанныз, кöдна общöйöсь эна числоэзлö. Сідзкö петö, что число 13-ын эмöсь быдöс простöй босытанныз куимнан числосис: 130, 78, и 195-ись; сідзкö, 13 лоö эна числоэзлөн медыджыт общöй юканöн.

Кыдзи бы куим висьталöм числося вöлі сетöм эшö нельöт число, то коліс бы сідзжö адззыны 13-лісь да эта нельöт числölісь медыджыт общöй юкансö и сідз одз.

Правило. Медбы последовательнöя юкöмөн адззыны куим нето унажык числоэзлісь медыджыт общöй юкан, колö перво адззыны медыджыт общöй юкансö эна числоэзісь кытшöм-нибудь кык числölісь, сыбöрын—медыджыт общöй

юкан адззѳм юканлісь да куимѳт сетѳм числолісь, сыбѳрын — медыджыт общѳй юкан медбѳрья юканлісь да нѳльѳт сетѳм числолісь и сідз одз.

V. КЫНЫМКѳ ЧИСЛОЛѳН МЕДУЧѳТ ОБЩѳЙ КРАТНѳЙ.

100. Мый сѳтшѳм медучѳт общѳй кратнѳй. *Кынымкѳ сетѳм числоэзлѳн медучѳт общѳй кратнѳйѳн шусѳ медучѳт число, кѳда юксѳ ѳна числоэзѳ быд числоыс вылѳ.*

Сідз, куим числолѳн: 6-лѳн, 15-лѳн да 20-лѳн медучѳт общѳй кратнѳйыс лоас 60, сідз кыз некытшѳм 60-ся учѳтжык число оз юксѳы 6 вылѳ, 15 вылѳ да 20 вылѳ, а 60-ыс юксѳ ѳна числоэз вылѳ.

Мыччалам кык способ, кыз адззыны медучѳт общѳй кратнѳй кынымкѳ числолісь.

101. Первѳй способ: простѳй босѳтаннѳз вылѳ торѳѳтѳмѳн. Ась колѳ адззыны медучѳт общѳй кратнѳй ѳна числоэзлісь: 100-лісь, 40-лісь да 35-лісь. Ѳта понда быдѳ ѳна числоэз-кола-сісь торѳѳтам простѳй босѳтаннѳз вылѳ:

$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5; 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5; 35 = 5 \cdot 7.$$

Медбы кытшѳм-нибудѳ число юксис 100 вылѳ, 40 вылѳ да 35 вылѳ, колѳ, медбы ѳта числоѳ цырисѳ ѳна юканнѳзлѳн быдѳс простѳй босѳтаннѳс. Гижам 100-лісь быдѳс босѳтаннѳсѳ да сод-там ны дынѳ число 40-лісь нѳѳ босѳтаннѳсѳ, кѳдна озѳ тырмѳ 100-сѳ торѳѳтѳмын. Сѳк лоас $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2$ произведеннѳ, кѳда юксѳѳ и 100 вылѳ и 40 вылѳ. Ѳта произведеннѳ дынѳ ѳнѳ сод-там 35-лісь нѳѳ босѳтаннѳсѳ, кѳдна произведеннѳс озѳ тырмѳ. Сѳк лоас произведеннѳ:

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 1400,$$

кѳда юксѳѳ и 100 вылѳ, и 40 вылѳ, и 35 вылѳ. Ѳта и ѳм мед-учѳт общѳй кратнѳй сетѳм числоэзлѳн, сѳѳн что чапкам кѳ сы-исѳ кѳть ѳтѳк босѳтан, мѳян лоас сѳтшѳм число, кѳда оз юксѳы кѳдакѳ сетѳм число вылѳ.

Колѳ висѳтавы, что видзѳтѳм примерын мѳѳѳ, кѳр число 100 простѳй босѳтаннѳз дынѳ содтѳм число 40-лісь босѳтаннѳсѳ, кѳдна сын оз тырмѳ, мѳѳѳ содтѳм босѳтан 2. Кѳть число 100 торѳѳтѳмын 2-ыс ѳ ѳм, но ѳта босѳтаныс сѳтѳн пантасѳѳ толь-ко 2-исѳ, а число 40 торѳѳтѳмас мѳѳѳ панталам сѳѳѳ 3-исѳ; сѳ-ѳѳн мѳѳѳ и должѳнѳсѳ вѳлімѳ лыддыны сѳѳѳ „нѳтырманѳн“ число 100 торѳѳтѳмын.

Правило. Медбы адззыны кынымкѳ сетѳм числолісь мед-учѳт общѳй кратнѳй, быдѳс сетѳм числоэсѳ торѳѳтѳны простѳй босѳтаннѳз вылѳ; ѳта бѳрын босѳтѳны кѳдакѳ чис-лолісь торѳѳтѳмсѳ да гѳжѳны сы дынѳ мѳдік число торѳѳ-тѳмисѳ нѳтырманѳ простѳй босѳтаннѳсѳ; ѳта произведеннѳ дынѳ гѳжѳны куимѳт число торѳѳтѳмисѳ сын нѳтырманѳ простѳй босѳтаннѳсѳ и сідз одз. медбѳрья числоѳдз. Сідз по-лучѳтѳм произведеннѳыс и лоас сетѳм числоэслѳн медучѳт общѳй кратнѳй.

91 §-ö пыртõм степень обозначайтõмõн пользуйтчикõ мийõ
вермам мян примерын сетõм числоэз торйõtõмсõ гижны сідз:
 $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $40 = 2^3 \cdot 5$; $35 = 5 \cdot 7$.

Тыдалõ, эна числоэзлõн медучõt общõй кратнõяс долженõсь
лоны босьтанныз: 2, 5 да 7; эта дырни босьтан 2 должен пыр-
ны куимõt степенин, сійõн что учõtжык показатель дырни ло-
õм числоыс оз понды юксыны 40 вылõ; босьтан 5 должен пыр-
ны мõдїк степенин, а то получитõм числоыс оз понды юксы-
ны 100 вылõ; сәсся, босьтан 7 колõ босьтны только первой сте-
пенин. Сідзкõ, кошшана медучõt общõй кратнõйыс лоас

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1400.$$

Сідз, висьталõм правилосõ туйõ гижны эшõ сідз: медбы
адззыны кынымкõ числолїсь медучõt общõй кратнõй, энõ
числоэсõ торйõtõны простõй босьтанныз вылõ и составляй-
тõны сетõм числоэз торйõtõммезõ пырõм быдõс простõй
босьтанныз степеннезлїсь произведеннõ, эта дырни быд бось-
тансõ босьтõны медыджыт степенин, кытшõмõн сїя панта-
сьõ этна торйõtõммезын.

102. Мукõд особõй случайез. Видзõtам кык случай, кõдна-
ын медучõt общõй кратнõйсõ адззыны õддõн кокнит.

Первõй случай, кõр сетõм числоэз некытшõм пара-
лõн общõй босьтанныз абу. Ась, шуам, сетõмõсь куим число:
20, 49, 33, кõдна коласїсь, кызз тыдалõ торйõtõммезїсь:

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5; \quad 49 = 7 \cdot 7; \quad 33 = 3 \cdot 11,$$

некытшõм паралõн общõй босьтанныз абуõсь. Эта случай дынõ
общõй правило применяйтõмõн, мийõ вермам керны вывод, что
быдõс сетõм числоэсõ колõ босьтны õтамõд вылõ:

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11 = 20 \cdot 49 \cdot 33 = 32\,340.$$

Этадз керõны и сәк, кõр колõ адззыны медучõt общõй крат-
нõй õтамõд коласын неõткодь простõй числоэзлїсь; например,
медучõt общõй кратнõй 3-лõн, 7-лõн да 11-лõн лоас $3 \cdot 7 \cdot 11 = 231$.

Мõдїк случай, кõр сетõм числоэзїсь ыджытжыкыс юк-
сьõ быдõс мукõд числоэз вылõ. Сәк медыджыт числоыс и лоас
медучõt общõй кратнõйõн. Шуам, сетõмõсь нель число: 5, 12,
15 да 60, кõдна коласїсь ыджытжыкыс—60 юксьõ 5 вылõ, 12
вылõ да 15 вылõ; сідз кызз 60-ыс, конечно, юксьõ эшõ и ас
вылас, то сїя и лоас медучõt общõй кратнõйõн.

103. Мõдїк способ: медыджыт общõй юкан адззõмõн. Ась
колõ адззыны медучõt общõй кратнõй 336 да 1260 числоэзлїсь.
Энõ числоэсõ простõй босьтанныз вылõ торйõtõмõн, мийõ адззам
 $336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$ да $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$. Эна числоэзлõн произве-
деннõыс равняйтчõ:

$$336 \cdot 1260 = (2^4 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7). \quad (1)$$

Õнї уськõtам тõдвылõ, кызз адззõны медыджыт общõй юкан
да медучõt общõй кратнõй кык сетõм числолїсь. Быд простõй
числоыс, кõда пантасьõ сетõм числоэсõ босьтанныз вылõ торйõt-

тöмьн, медыджыт общöй юканас пырас медучöтнас ния кык показателлезись, кöднаөн сiя пантасьö, а медучöт общöй кратнö-яс—эна кык показателлезись ыджытжык показательнөн.

Сiдзкö, медыджыт общöй юканас пырас 2^2 , а медучöт общöй кратнöяс 2^4 ; медыджыт общöй юканас пырас 3, а медучöт общöй кратнöяс 3^2 ; босьтан 5, кöда пырö кык сетöм числоись только öт торйöтöмас, пырас ны медучöт общöй кратнöйö, а медыджыт общöй юканö оз пыр; сэсса, босьтан 7, кöда быд сетöм числоас пырö 1 показателён, эта жö показателён пырас и медыджыт общöй юканас и медучöт общöй кратнöяс.

Сiдзкö, сетöм числоэзлөн медыджыт общöй юканыс лöö $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$, а нылөн медучöт общöй кратнöйыс лоас $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5040$. Мийö адззам, что сетöм числоэзлөн быдöс босьтанныс, кöдна сулалисö равенство веськытланысь частьын (1), янсалисö: öтиккез пырисö медыджыт общöй юканö, а мöддэс—медучöт общöй кратнöйö. Сийөн лöö, что сетöм числоэзлөн произведеннёйс $336 \cdot 1260$ равняйтчö ны медыджыт общöй юкансö (84) ны медучöт общöй кратнöй вылö (5040) произведеннёлö. Этaись петö:

Правило. Кык числölөн медучöт общöй кратнöй равняйтчö эна числоэз произведеннёлö, кöда юкöм эна числоэз медыджыт общöй юкан вылö.

Тöдам кö этö, мийö вермам кык числölись медучöт общöй кратнöйсö адззыны простöй босьтанныз вылö энö числоэсö торйöтöмтöг, сийөн что сетöм числоэзлись медыджыт общöй юкансö позьö адззыны последовательнöя юкöмөн. А медыджыт общöй юкансö адззöм бöрын сетöм числоэзлись медучöт общöй кратнöйсö кокнит адззыны öнi только висьталöм способөн.

104. Куим да унажык числоэзлөн случай. Ась колö адззыны медучöт общöй кратнöй куим числölись: 336-лись, 1260-лись да 350-лись. Перво адззам медучöт общöй кратнöй 336 да 1260 числоэзлись; 103 §-ын мийö адзылим, что сiя—5040. Öнi адззам медучöт общöй кратнöй 5040-лись да куимöт сетöм числölись 350-лись. Эна числоэзлись медыджыт общöй юкансö адззыны кокнит (шуам, последовательнöя юкöмөн); сiя лоас 70. Сiдзкö, 5040-лөн да 350-лөн медучöт общöй кратнöйыс 103 §-ын правило сьöртi лоас:

$$\frac{5040 \cdot 350}{70} = 25\,200.$$

Эта числоыс и лоас куимнан сетöм числоэслөн медучöт общöй кратнöйөн.

Этадз жö позьö адззыны и медучöт общöй кратнöй нель, вит и унажык числоэзлись.

Правило. Медбы адззыны куим либо унажык числоэзлись медучöт общöй кратнöй, перво адззöны медучöт общöй кратнöйсö ны коласись кытшöм-нибудь кык числölись, сьбöрын—медучöт общöй кратнöй эта адззöм медучöт кратнöйлись да куимöт сетöм числölись, сьбöрын—медучöт общöй кратнöй эта адззöм медучöт общöй кратнöйлись да нельöт сетöм числölись да сiдз одз.

ВЕЛИЧИНААЗ МЕРЯЙТӨМ. МЕРАЭЗЛӨН МЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМА.

105. Пыртас. Өнөдз мийö баитөм только быдса числоэз йылись. История висьталö, что одзжык вöлисö сэтшöм потребностей, кöдна удовлетворяйтчисö только быдса числоэзöн. Но эшö древнöй калö мортлөн деятельностье чужтис потребностей, кöднö быдса числоэс удовлетворитны эзö ни вермö. Лоис необходимость пыртны виль числоэз, и арифметикалö ковсис кутчыны изучайтны эна числоэзлись свойствоэсö да ны вылын действиеэсö.

Практикаын отырыс пантасьлисö величинааз меряйтöмөн, кысянь и петис необходимость изучайтны быдкодь классэзись числоэз. Сийөн и мийö сэтшöм числоэсö изучайтöм одзын сувтчам вопрос вылын сы йылись, мый сэтшöм величинааз меряйтöм, и эта процесскöt йитсöм важнейшöй понятиеэз вылын.

106. Величинааз меряйтöм. Шуам, мянлö колö тöдны, мый кузя кытшöм-нибудь комната; сэк мийö комнатались кузясö меряйтам мянлö тöдса мöдик кузяөн, шуам, метрөн. Эта понда метрсö пондам пуктывлыны комнатаыс кузя пöлөн сынымись, мындаыс позьö. Тöрас кö сия 10-ись, сэк комнаталөн кузяыс 10 метр. Сидзжö, медбы меряйтны кытшöм-нибудь предметлись вес, мийö босьтам мянлö бытшöма тöдса вес, шуам грамм, да тöдам (вессэз вылын öшлöмөн), кынымись граммыс лоас предметыс весын. Ась лöб, шуам, 5-ись; сэк предметлөн весыс лоас 5 грамм.

Мянлö тöдса величинаыс, кöдөн пользуйтчöны мöдик величинааз меряйтöм понда, шусьö эта родись величинааз *единица*ын. Сидз, метр—кузялөн единица, грамм—веслөн единица да сидз одз.

Быд öткодь величинааз понда лöсьötöны кынымкö единица, öтккес гырысьжыкөсь, мöдиккес поснитжыкөсь. Сидз, вес меряйтöм понда, граммыс, пользуйтчöны эшö: *килограмм*өн, *тонна*өн, *миллиграмм*өн да сидз одз.

Меряйтны кытшöм-нибудь величина—эта лöб адззыны, кынымись сыын лоас сия жö родись мöдик величина, кöда примитöма единица туйö.

107. Мераэз. Быд государствоын правительство установитис главнöй величинааз понда определённый единицааз. Керöмсö образцовöй единицааз: образцовöй метр, образцовöй килограмм да сидз одз., кöдна сьöртi керöны единицааз обиходнöй употребленнö понда. Единицааз, кöднөн пользуйтчöны, шусьöны *мераэз*өн.

Мераэз шусьöны *однороднöй*эзөн, кызди нийөн меряйтöны öтик рода величинааз. Сидз, грамм да килограмм—однороднöй мераэз, сийөн что нийөн меряйтöны вес.

Кык однороднѡй мераэз *отношеннѡй* шусьѡ число, кѡда мыччалѡ, кынымись учѡтжык мераыс лѡѡ ыджытжыкас. Сідз, метрлѡн сантиметр дынѡ *отношеннѡй*с лѡѡ число 100.

108. Мераэзлѡн метрической система. Миян странаын пользуйтѡны мераэз метрической системаѡн. Сія жѡ системаыс пыртѡм и уна мѡдѡк странззын.

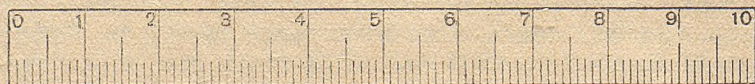
Кузя единицаѡн эта системаын босьтѡма метр.

1889 годѡ мераэз да vessэз первой генеральной конференция метр международной прототипѡн босьтѡс нарезнѡй платино-иридиевѡй мера, кѡда хранитѡ мераэз да vessэз Международнѡй бюройн Севрын (Франция).

СССР-ын метр прототипѡн босьтѡма международной платино-иридиевѡй метрлѡн копия, кѡда новѡѡтѡ знак № 28 и хранитѡ метрология да стандартизация Всесоюзнѡй институтын Ленинградын.

Метрыс торѡѡтѡм 10 ѡтыжда тор вылѡ; метрлѡн дасѡт торыс—эшѡ 10 ѡтыжда тор вылѡ; метрлѡн сотѡй торыс эшѡ 10 ѡтыжда тор вылѡ да сідз одз. Сэсся, пользуйтѡны 10 метр ыжда мераэзѡн, 100 метр ыжда мераэзѡн да сідз одз. Медѡбы шуны метрлѡс десятичнѡй торресѡ, „метр“ кыв одзѡ сотѡны латинскѡй кыввез: „*деци*“ (ѡтѡк дасѡт тор обозначитѡм понда), „*центи*“ (ѡтѡк сотѡй тор), „*милли*“ (ѡтѡк тысячнѡй тор); сідз, *дециметр*—лѡѡ метрлѡн ѡтѡк дасѡт тор, *центиметр*—метрлѡн ѡтѡк сотѡй тор, *миллиметр*—метрлѡн ѡтѡк тысячнѡй тор.

Кыв „*центиметр*“ частожыкѡ вѡжѡны французскѡй кылѡн—„*сантиметр*“.



Черт. 1.

1 чертѡж вылын мыччалѡм 1 дециметр, кѡда янсѡтѡма сантиметррез да миллиметррез вылѡ (натуральной величинаѡн).

Метрлѡн кратнѡй мераэз шусьѡны греческѡй кыввезѡн: *дека* (10), *гекто* (100), *кило* (1000): сідз, *декаметр* лѡѡ 10 метр, *гектометр*—100 метр, *километр*—1000 метр.

Метрической мераэзлѡс названнѡсѡ примѡтѡа дженыта гижны сідз:

Метрической мераэзлѡн названнѡсѡ	Роч обозначеннѡсѡ	Латинскѡй обозначеннѡсѡ
метр	<i>м</i>	<i>m</i>
дециметр	<i>дм</i>	<i>dm</i>
сантиметр	<i>см</i>	<i>cm</i>
миллиметр	<i>мм</i>	<i>mm</i>
километр	<i>км</i>	<i>km</i>

Площадез меряйтöны квадратной мераэзöн: квадратной метр, мöднөж шуöмөн площадь квадратлөн, көдалөн ладорыс 1 м, квадратной декаметр да сідз öдз. Быд сэтшöм мераас лöбны 100 мера следующöй учётжык разрядлөн; сідз, 1 квадратной дециметрын 100 квадратной сантиметр.

Ыббөзлсь площадез меряйтöны *арөн (а)* да *гектарөн (га)*. Ар—эта *квадратной декаметр*; гектарын 100 ар, сідзкө, эта лöб *квадратной гектометр*.

Объёмез меряйтöны кубической мераэзöн: кубической метрöн, мöднөж шуöмөн эта лöб 1 метр кузя реброа кублөн объём, кубической дециметрöн да сідз öдз. Быдас эна мераэзын следующöй учётжык разрядсь 1000 мера; сідз, кубической метрын 1000 кубической дециметр.

Веслөн единица—*грамм (г)*. Грамм эта приблизительно вес öтик кубической сантиметр дистиллированной валөн 4° Цельсий (нето 3°,2 Реомюр) температура дырни безвоздушной пространствöын. Граммыс торьясьö дециграммезö, сантиграммезö да миллиграммезö. Граммлөн кратной вессөз шусьöны: декаграмм, гектограмм и килограмм (сійö часто шуöны дженыта „*кило*“; обозначайтöны *кг*).

Употребляйтöны эшö мераэз: *тонна*, көда равняйтчö 1000 килограммлö, и *центнер*, көда равняйтчö 100 килограммлö.

Сосуддөзлсь вместимость меряйтікö пользуйтчöны *литрөн (л)*. Литрөн жö меряйтöны кизер да киссяна (сыпучöй) телөэзлсь объёмез.

Литр—эта объём, көда приблизительно равняйтчö öтик кубической дециметрлö. Точнойжыка, литрыс—эта медыджыт плотность да нормальной атмосферной давлөннө дырни öтик килограмм валөн объём. Пользуйтчöны эшö *гектолитрөн*, көда равняйтчö 100 литрлö, *децилитрөн*, *центилитрөн*, *декалитрөн* да *килолитрөн*.

109. Метрической системалөн удобствоэз. Мераэз метрической системалөн эмöсь öддöйн важнойсь куйм удобство: 1) неöткодь величинаэзлөн мераэс лöбны простой зависимостьн основнöй мера—*метркөт*; 2) мераэз соседнöй разряддөз коласын отношеннөыс öтик быдöс разряддөз понда и быдöс величинаэз понда (конечно, поверхносттезся да объёммезся); 3) эта отношеннөыс мян счисленнө системалөн основаннө, этасын нима числөзкөт действиесö керны кокнитжык.

110. Кад мераэз. Эмöсь кык основнöй *кад мераэз*: сутки да год. *Суткыис* сэтшöм кад (приблизительно), көда коста Муыс öтпыр бергөтчö аслас ось гөгөр. Суткыис юксьö 24 час вылö, көднö лыддöбны 1-сянь 24-öдз, либо 1-сянь 12-öдз да сыбöрын эшö 1-сянь 12-öдз. Суткыис пондөтчö ойшөрөн. Она кадö көрттуйез вылын, почтаын, телеграфын да радиовещаннөын чассөсö лыддöбны 0-сянь 24-öдз (мед не содтыны кыввез: „луншөр бöрын“, „ойшөр бöрын“).

Сідз, „луннас 2 час“ туйö шуöны „14 час“, „рытсся 7 час“ туйö шуöны „19 час“. Суткыис юксьö сідз:

сутки = 24 часлō,
час = 60 минуталō,
минута = 60 секундлō.

Год лō (приблизительно) сэтшōм кад, кōда коста Му-
ыс бергōтчō Шондī гōгōр. Примитōмась лыддыны сьōрсьōн-
бōрсьōн муан 3 годсō 365 лунōн, а выбōрись 4 годсō—366 лун.
366 луна годсō шуōны *високоснōйōн*, а 365 луна годдэсō *про-
стōйейсōн*. Нельōт годас ѓтїк лунсō сōдтōны то мыля: Муыс бер-
гōтчō Шондī гōгōр не ровно 365 суткїѓ, а 365 сутки да 6 ча-
сōн (приблизительно). Сїдзкō петō, что простōй годыс дженыт-
жык истиннōйся 6 часōн, а 4 простōй годыс дженытжыкōсь
4 истиннōй годся 24 часōн, мōднēж шуōмōн ѓтїк суткїѓ. Сї-
йōн быд 4 годас сōдтōны ѓтїк сутки (февраль 29 лун). Эта дыр-
ни високоснōй годдэзнас лыддѓны сэтшōм годдэз, кōдналōн
числоэс колянтōг юксьōны 4 вылō (например 1936, 1940 да сїдз
одз.).

Год юксьō 12 неѓтыжда тор вылō, кōдна шусьōны *месяцез-
шōн*. Месяцезлōн названнēас сэтшōмсь: *январь* (31 лун), *февраль*
(28 нето 29), *март* (31), *апрель* (30), *май* (31), *июнь* (30), *июль*
(31), *август* (31), *сентябрь* (30), *октябрь* (31), *ноябрь* (30), *де-
кабрь* (31).

Летосчисленнēsō, кōда сьōртї 3 год лыддѓны 365 лунōн, а
нельōтсō 366 лунōн, установитїс римскѓй диктатор Юлий Це-
зарь (46 годō мян эраѓдз) и этасян сїя шусьō *юлианскѓйōн*,
нето *важ стилѓн*. Революцияѓдз сїя вōлі примитōма Россия-
ын, но Великѓй Октябрьскѓй социалистическѓй революция бō-
рын сїйō вежисѓ международнѓй *вилѓ стилѓн*, *грегорианскѓйōн*
(сїдз шуōма римскѓй папа Григорий XIII ним сьōртї, кōда этѓ
счисленнēsō пыртїс 1582 годѓ). Эта счисленнē сьōртї XX ве-
кын кадсō лыддѓмыс мунѓ 13 лунōн одзлань важ стильысся;
шуам, кōр важ стиль сьōртї декабрь 10 лун, то вилѓ стиль сьōрт-
тї лыддѓны декабрь 23 лун. Сїдзкō, медбы вилѓ стильсыань вудж-
ны важ стильѓ, колѓ вилѓ стиль датансь чапкыны 13 лун. Шу-
ам, кōр мян вōлі 1936 годся март 5 лун, то важ стиль сьōртї
эта вōлі сїя жѓ годся февраль 21 лун, сїйōн что мийѓ мартес
чапким 5 лун, а 8 лунсѓ чапкам февральсис, кōдаын 1936 го-
дас вōлі 29 лун.

111. Грегорианскѓй летосчисленнēлōн основаэз. Кад, кōда чулалѓ ѓтїк
тулысся равноденствисян мōдїк тулысся равноденствиеѓдз, шусьō *шондїа*,
нето *тропическѓй годѓн*; кад, кōда лыдднēsō годѓн гражданскѓй летосчи-
сленнē сьōртї, шусьō *гражданскѓй годѓн*. Сїдз кызд год каддэзлōн вежсьō-
мыс овлѓ сы сьōртї, кытшōм положеннēын Муыс овлѓ Шондї сьōртї, то шон-
дїа годыс лō сэтшōм кадѓн, кōда дырни ештōны вежсьыны год каддэс. Сї-
йōн вōлі бы бур, медбы гражданскѓй годыс лōсялїс шондїа годкѓт; только
эта условие дырни быдкодѓ эпохэзѓ год каддэс пондасѓ овлыны ѓтїк ме-
сяцезѓ. Юлий Цезарьѓн пыртѓм летосчисленнē сьōртї эта быдсѓн овны оз
вермы. Юлианскѓй счисленнē сьōртї гражданскѓй годас 365 сутки да 6 час,
а шондїа годас (приблизительно) 365 сутки 5 час 48 минута 48 секунда, сї-
йōн юлианскѓй счисленнēа годыс шондїа годся кузьжык (приблизительно)
11 минута 12 секундаѓ, а 400 годѓн эта сōставлятѓ кум лун гōгōр. Юлиан-
скѓй летосчисленнēас керис поправка папа Григорий XIII 1582 годѓ. Эта год
кежѓ гражданскѓй счисленнē да шондїа счисленнē коласын неѓткодѓыс вōлі

10 лун; шуам, лыддисё сентябрь 1 лун, көр шондіа кад съёрті коліс бы лыддыны сентябрь 11 лун. Медбы гражданскöй кадё ровняйтны шондіакөт, Григорийыс предложитіс 1582 годö октябрь 5 лун туйö лыддыны октябрь 15 лун. Но сілз кызд эттшöм сёрмöмыс пондіс бы шогмыны и одзлань, то вöлі установитöм, медбы одзланься кад кёжö гражданскöй летосчисленнёйс был 400 годіс вöлісö чапкөмөс куим сутки. Эта джендөтöмыс (куим лунöн чапкөмыс) должен вöлі керсёыны сілз. Юлианскöй счисленнё съёрті сэтшöм годдэз, көдналöн номеррес быдса сотняэз, лыддисё високоснöйезöн; шуам, годдэз 1600, 1700 да сілз одз. юлианскöй счисленнё съёрті долженёс лыддисёны 366 лунöн. Но Григорийыс предложитіс, медбы сэтшöм годдэс лыддисё простöйезöн, нія годдэзэс, көдналöн сотняэслöн числоыс юксьö 4 вылö. Этасянь, грегорианскöй летосчисленнё съёрті 1600 год должен вöлі лыддисёыны високоснöйöн (16 юксьö 4 вылö), а 1700, 1800, 1900 годдэз—простöйезöн, а юлианскöй счисленнё съёрті быдөс эна 4 годыс лыддисё високоснöйезöн. Сідзкö, быд 400 годыс джендамöны куим суткйöн. Счисленнёйс, көдö лёсьбтис Григорий XIII, шусьö *грегорианскöйöн*. Онья кадö сія пыртöма почти омöн Европакöт. Грегорианскöй счисленнёйс шусьö эшö *виль стилöн*, а юлианскöйыс—*важ стилöн*. Сідз кызд 1582 годö виль стилыс вешпис одзлань важыс дынсянь 10 лунöн, а сыбöрын эшö 3 лунöн (1700, 1800, 1900 годдэзö), то öнйа кадö важ стилыс кольччö вильыс съёрті 13 лунöн.

112. Нима числоэз. Быдса число шусьö нима числоöн, көр единицаэслö, көднаись лöма числоыс, сетöмөс ниммез. Сідз, 5 карандаш, 3 метр, 37 грамм—*нима числоэз*. А кызди единицаэслö, көднаись лöма числоыс, абу некытшöм ним, сэк сэтшöм числоыс шусьö *отвлечённыйöн*. 5, 3, 37—отвлечённый числоэз.

Кыввезлö „нима число“ мукöд пора сетсьö общöйжык значеннё. Ась, шуам, кытшöмкö телоліс вес меряйткö петіс 3 кг да эшö 350 г; сэк эта телоліс вессö, көда гижсьö сідз:

3 кг 350 г,

тожö шуöны нима числоöн (көть сэтöн сетöмөс кык неёткодь число да кык неёткодь мера). Сідзжö 12 м 47 см шуöны нима числоöн.

Нима число шусьö *простöйöн*, көр сыö пырöны только öтік нима единицаэз, например 3 кг.

Нима число шусьö *составнöйöн*, көр сыö пырöны неётік нима единицаэз, например 3 кг 350 г.

Кызди нима кык число мыччалöны öтік величина, сэк нія лыддисёны *равнöйезöн*. Например, нима составнöй число 2 км 25 м равняйтчö нима простöй числолö—2025 метрлö, сійöн что эна кыкнан числоыс мыччалöны öтік кузя.

Нима число кытшöм-нибудь учөтжык разряда единицаэзö преобразуйтöмыс шусьö *посньөтöмöн* (раздробленнён), а нима числосö ыджытжык разряда единицаэзö преобразуйтöмыс шусьö *пöртöмöн* (превращеннён). Сідз, 2 км 25 м преобразуйтам кө 2025 м-ö эта лoас посньөтöм, а 2025 м-сö преобразуйтам кө бөр 2 км 25 м-ö—эта лoас пöртöм.

113. Мыля величинаэз меряйтöм понда колöны виль числоэз. Көр мянлö колас лыддыны классіс пызаннэз нето садіс цуэз, то пыр адззисяс быдса число, көда сетас ответ мян вопрос вылö. Сійöн предметтэз лыддьöм понда быдса числоэзся некытшöм мөдік числоэз оз колö.

Но көр миянлө, шуам, колө меряйтны комнаталісь кузя, то миянлө колө тѳдны, мымдаись бѳрйѳм единицаыс, например метр, лоас комнатаыс кузяын. Эта дырни вермас лоны, что метрыс тѳрас 5-ісь, да эшѳ кольччас кытшѳмкѳ торок, кѳдаѳ метрыс оз ни тѳр—сія метрысся учѳтжык. Эта лоас, что меряйтан кузяас меряйтчан единицаыс (метр) лѳѳ 5-ся унажыкись, но 6-ся етшажыкись. Сідзкѳ, некытшѳм быдса число оз вермы лоны ответѳн вопрос вылѳ, кыным метр меряйтан кузяас (сійѳн что абу сѳтшѳм быдса число, кѳда 5-ся ыджытжык, но 6-ся учѳтжык). Кыдзи миянлѳ сѳжѳ колѳ получитны ответѳ кытшѳмкѳ число кодѳн, то эта понда миянлѳ колас пыртны быдса числоэзся эшѳ мѳдік, виль числоэз. Ѳні мийѳ и вуджам сѳтшѳм числоэсѳ изучайтѳм дынѳ.

1. ОСНОВНОЙ ПОНЯТИЕЭЗ.

114. Единицалөн доляэз. Мийё пантасьлім ни сэтшөм меряйтчан единицаэзкөт, көднө позьё юкны өтыжда торрез былө. Шуам, 1 м позьё юкны 100 см былө; 1 сутки позьё юкны 24 час былө.

Сантиметресё мийё шуам метрлөн сотой торөн; сідз жё часё шуам суткилөн *кыкдас нельөт* торөн. Миллиметр лоё метрлөн тысячной тор. Сутки лоё простой (не високосной) годлөн *куимсто кватдас витөт* тор. Быдөс эна случайезын „тор“ туйо мукөд пора шуоны „доля“, сійөн что „торыс“ баитсё уна мөдік случайезын. Сідз, грамм лоё килограммлөн *тысячной* доля, минута лоё часлөн *кватдасөт* доля.

Мөдөдз доля дженитжыка шусё *джынөн*, куимөт доля—*третьөн*, нельөт доля—*четвертьөн*.

115. Дроба число. *Өтік* доля нето единицалөн кынымкө *өтжөдө* доля *шусёны дробөн*.

Например: 1 дасөт, 3 витөт, 12 сизимөт—дроббес.

Быдса числоисё өтлаын дробкөт лоё *сора число*; шуам, 3 быдса 7 кыкьямысөт (эта лоё 3 быдса единица, көдна дынө содтөмөсё эшө единицалөн 7 кыкьямысөт доля).

Дроббес да сора числоэс шусёны *дроба числоэзөн*, мед не соравны нійө *быдса числоэзкөт*, көдна составитөмөсё быдса единицаэзисё.

116. Дробь изображайтөм. Дробсё изображайтөны сідз: гижёны числосё, көда мыччалө, кыным доля дробас; сы увтөт нүөтөны черта; черта увтас гижёны мөдік число, көда мыччалө, кыным өтыжда тор былө юкөма единицаыс, көдаисё босьтөма дробыс. Например, 3 витөт изображайтөны сідз: $\frac{3}{5}$.

Черта вевдөрас сулалан числоыс шусё дробь *числительөн*; сія мыччалө, кыным доляисё составитөма дробыс. Черта увтас сулалан числоыс шусё дробь *знаменательөн*; сія мыччалө, кыным өтыжда тор былө вөлі юкөма единицаыс. Эна кыкнан числоыс өтлаын шусёны *дробь членнэзөн*.

Сора число изображайтөны сідз: гижёны быдса числосё и сы дынө веськытланьсянь гижёны дробсё; например, число 3 да кык сизимөт гижёны то кыдз: $3\frac{2}{7}$.

117. Кыдз меряйтчикö лооны дроба числоэз. Шуам, мян-
ло колö метрöн меряйтны кытшöм-нибудь кузя. Ась метрыс тө-
рас эта кузяö 7-ись, да эшö кольччö метрся учöтжык остаток.
Медбы меряйтны этö остатоксö, адззам метрлсь сэтшöм доля,
кöда, туяс кö, лоис бы остатокас виль остатоктöг. Ась бытöтö
лоис, что метрлөн дасöt доля төрö остатокас 3-ись. Сэк шуам,
что меряйтан кузяыс лоö $7\frac{3}{10}$ метрлөн.

Этадз жö дроба числоэс вермасö петны вес меряйткö (на-
пример $2\frac{1}{4}$ граммлөн), кад меряйткö (например $\frac{7}{10}$ часлөн) да
сидз одз.

Сидзкö, дроба число вермас петны кыдз *меряйтöмлөн ре-
зультат*.

**118. Кыдз лооны дроба числоэз öтыжда торрез выlö быд-
са число юкикö.** Колö, шуам, 5 кг нянь юкны 8 öтыжда тор
выlö. Юкöмсö этö вермам керны сидз: думайтам аскöттыным,
что быд килограмм няньыс юкöм 8 öтыжда тор выlö (кыкьямы-
сöt доляэзö); сэк 5 кг няньын сэтшöм доляэс лоасö $8 \cdot 5 = 40$,
а 5 кг-сис öтик кыкьямысöt торас эна доляэс лоасö $40 : 8 = 5$.
Сидзкö, 5 кг-лөн кыкьямысöt торас лоö $\frac{5}{8}$ öтик килограммись (и
кöтöкөр кытшöм-нибудь 5 единицалөн кыкьямысöt торас лоö
 $\frac{5}{8}$ öтик сэтшöм единицаись).

Босьтам эшö мöдик пример: колö учöтсьöтны 5-ись число 28,
мöднөж шуöмөн 28 туйö босьтны эта числосль öтик витöt тор.
28 лоö 25-лөн да 3-лөн сумма. Число 25-лөн витöt торыс лоö 5.
Медбы адззыны 3-ись витöt тор, быд единицасö юкам 5 öтыж-
да тор выlö; босьтам кö быд единицаись $\frac{1}{5}$ торөн, адззам, что
куим единицалөн витöt торыс лоас $\frac{3}{5}$. Сидзкö, число 28-лөн ви-
тöt торыс лоас $5\frac{3}{5}$.

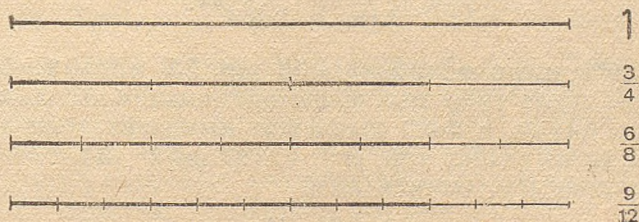
Но число 28-лсь витöt торсö туйö адззыны эшö и сидз: öтик
единицалөн витöt тор лоö $\frac{1}{5}$; мöдик единицалөн витöt торыс
тожö $\frac{1}{5}$; кыдзи босьтам витöt торөн быдсис 28 единицаись, то
петас $\frac{28}{5}$. Сидз лоö: медбы быдса число юкны кынымкö öтыж-
да тор выlö, колö этö быдса числосö босьтны дробь чис-
лительöн, а знаменательнас гижны мöд числосö, кöда мыч-
чалö, кыным öтыжда тор выlö юксö быдса числоыс.

Примеррез. Число 7-лөн öтик даскыкöt тор лоö $\frac{7}{12}$; число
15-лөн четверть лоö $\frac{15}{4}$; дробь $\frac{8}{13}$ лоö число 8-лөн даскуимöt тор;

дробь $\frac{29}{6}$ лоо число 29-лөн өтік кватыт тор.

Следствие. Быд дробсö позбö видзöтны не только кызд единицалісь кынымкö öтыжда доля, но и кызд *кынымкö быдса* *единицалісь өтік доля*. Сідз, дробь $\frac{5}{8}$ эм не только өтік единицалөн 5 кыкыамысöt доля, но и 5 единицалөн өтік кыкыамысöt доля.

119. Дроба числозлөн равенство и неравенство. Дроба кык число лыддисбöны равнöйезөн, кызди величинаэс, кöднö мыччалöны эна числоэс *өтік меряйтчан единица дырни*, öта-мöд коласын равнöйбсь.



Черт. 2.

Босьтам кытшöм-нибудь дробь, шуам $\frac{3}{4}$ (ась эта лоо $\frac{3}{4}$ тор сія кузялөн, кöда мыччалöм 2 чертёж вылын). Быд четвертьсö юкам шöри. Миян петасö поснитжык доляэз; өтік четвертьсэ сятшöм доляэс 2; сідзкö, единицаэс нія лоасö $2 \cdot 4 = 8$; следовательно, эта—кыкыамысöt доляэз; куим четвертьын эна кыкыамысöt доляэс лоасö $2 \cdot 3 = 6$; сідзкö, дробь $\frac{3}{4}$ равняйтчö $\frac{6}{8}$ дроблö; этөн мийö мöдам висьтавны, что кык кузя, кöдна-ись öтыс метрлөн $\frac{3}{4}$ тор, а мöдыс метрлөн $\frac{6}{8}$ тор, öтыжда-бсь; нето кык вес, кöднаись öтыс килограммлөн $\frac{3}{4}$ тор, а мöдыс килограммлөн $\frac{6}{8}$ тор, тожö öтыждабсь.

Кык неöтыжда (неравнöй) дроба числоззісь ыджытжыкөн лыддбöны сійö, кöда мыччалö ыджытжык величина *өтік единицаөн меряйтчикö*. Сідз, байтам кö мийö, что $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$, этөнми-йö мöдам висьтавны, что, например граммлөн $\frac{1}{5}$ тор ыджыт-жык, нежели граммлөн $\frac{1}{8}$ тор; часлөн $\frac{1}{5}$ тор ыджытжык, неже-ли часлөн $\frac{1}{8}$ тор и сідз одз.

Кыдзи кык дроблөн числительлес өткөдбөс, то ыджытжык-наас лоас сја, кóдалөн *знаменательыс учóтжык*, сійөн что сы-ын единицалөн доляэс сымда жö, но нія гырысьжыкöсь. Сідз, $\frac{2}{3}$ лоö ыджытжык $\frac{2}{5}$ -ся.

120. Правильнöй да неправильнöй дроббес. Дробь, кóдалөн числительыс учóтжык знаменателься, шусьö *правильнöйөн*, а дробь, кóдалөн числительыс ыджытжык знаменателься нето сы ыжда жö, шусьö *неправильнöйөн*. Позьö казавны, что правильнöй дробыс единицася учóтжык, а неправильнöйыс либо единицася ыджытжык, либо единица ыжда; например:

$$\frac{7}{8} < 1; \frac{8}{8} = 1; \frac{9}{8} > 1.$$

121. Быдса число неправильнöй дробö пöртöм. Кöть кытшöм быдса число туйö мыччавны единицаыс кытшöм колö до-ляэзөн. Ась, шуам, 8 колö мыччавны кыкдасöt доляэзөн. Öтiк единицаын 20 кыкдасöt тор, а 8 единицаын нія лоасö $20 \cdot 8$, мöднөж шуöмөн 160. Этaсь петö:

$$8 = \frac{20 \cdot 8}{20} = \frac{160}{20}.$$

Эта моз жö число 25 нельöт доляэзөн лоас $\frac{100}{4}$; число 100 дассизимöt доляэзөн лоас $\frac{1700}{17}$ да сідз одз.

Правило. Медбы быдса число мыччавны сетöм знаменателя неправильнöй дробь моз, колö этö знаменательсö босътны сетöм число выlö да лоöм произведеннөсö босътны числительөн, а знаменательсö гижны сетöмсö.

Замечаннө. Мукöд пырсяс овlö полезно быдса числосö мыччавны сэтшöм дробөн, кóдалөн числительыс мед вöлі сетöм быдса числоыс, а знаменательыс—единица. Сідз, 5 туйö мукöд коста гижöны $\frac{5}{1}$ (вит öтiкöt). Медбы сэтшöм выраженнөэзлөн вöлі кытшöмкö смысл, условитчöмась лыддыны, что числолөн „первöй“ торыс эта ачыс числоыс.

122. Сора число неправильнöй дробö пöртöм. Ась колö со-ра число $8\frac{3}{5}$ пöртны неправильнöй дробö. Эта лоö тöдны, кы-ным витöt доля эмöсь кыкьямыс быдса единицаын öтлаын сја жö единицаыс куим витöt доляөн. Öтiк единицаын 5 витöt до-ля, а кыкьямыс единицаын нія лоасö $5 \cdot 8$, мöднөж шуöмөн 40; сідзкö, кыкьямыс единицаын öтлаын куим витötөн сэтшöм до-ляэс лоасö $40 + 3$, мöднөж шуöмөн 43.

Сідз, $8\frac{3}{5} = \frac{43}{5}$. Эта моз жö:

$$\begin{aligned} 3 \frac{7}{8} &= \frac{8 \cdot 3 + 7}{8} = \frac{31}{8}; \\ 10 \frac{1}{4} &= \frac{4 \cdot 10 + 1}{4} = \frac{41}{4}; \\ 25 \frac{2}{7} &= \frac{7 \cdot 25 + 2}{7} = \frac{177}{7}. \end{aligned}$$

Правило. Медбы сора число пöртны неправильнöй дробö, быдса числоö босытöны знаменатель вылö, лöм произведеннö дынö содтöны числительсö и этö суммасö босытöны кошшан дробь числительöн, а знаменательсö кольöны одззасö.

123. Неправильнöй дробь сора числоö пöртöм. Ась колö неправильнöй дробь $\frac{100}{8}$ пöртны сора числоö, мöднөж шуөмөн тöдны, кыным быдса единица эта неправильнöй дробын да кыным кыкьямысöт доля, көднаись оз пет единицаыс. Сидз кызд единицаын кыкьямысöт доляэс 8, то 100 кыкьямысöт торас. лoас сыным единица, мымдаись 8 кыкьямысöтыс лoас 100 кыкьямысöтын. 8 кыкьямысöтыс 100 кыкьямысöтас лoас 12-ись и 4 кыкьямысöт кольччасö. Сидзкö, 100 кыкьямысöтас 12 быдса единица да эшö 4 кыкьямысöт доля. Сидз:

$$\frac{100}{8} = 12 \frac{4}{8}.$$

Эта моз жö:

$$\frac{59}{8} = 7 \frac{3}{8}; \quad \frac{314}{25} = 12 \frac{14}{25}; \quad \frac{85}{17} = 5; \quad \frac{25}{25} = 1.$$

Правило. Медбы неправильнöй дробь пöртны сора нето быдса числоö, числительсö юкöны знаменатель вылö; эта юкöмсянь лöм быдса частнöйыс мыччалас, кыным быдса единица, а коляныс, кыныма эшö единицалөн доляэс эта сора числоын.

Неправильнöй дробь сора числоö пöртöмсö мукöд пырсяс шуöны эшö эта дробись *быдса число исключитöмөн*.

II. ДРОБЬ ЧЛЕННЭЗ ВЕЖСЬÖМСЯНЬ ДРОБЬ ВЕЛИЧИНАЛÖН ВЕЖСЬÖМ.

124. Дроблись кыкнан членсö öтмымдаись ыждötöм нето үчöтсьötöм.

Видзöтам эшö 2 чертөж (71 стр.); 119 §-ын мийö быд четвертьсö юким 2 öтыжда тор вылö; сидз мяян петисö кыкьямысöт торрез (доляэс); куим четвертын 6 кыкьямысöт тор, и сi-йөн, кызд мийö адззылiм, дробь $\frac{3}{4}$ равняйтчö $\frac{6}{8}$ дроблö.

Быд четвертьсö юкам кө не кык, а куим öтыжда тор вылö, то получитам эшö носнитжык доляэс, көдна быдса единицаас

лоасö 3 · 4, мөднөж шуомөн 12 (сидзкө, этö лоасö даскыкöt тор-рез), а куим четвертяс ния лоасö 3 · 3, мөднөж шуомөн 9; сэк $\frac{3}{4}$ туйö мян петас дробь $\frac{9}{12}$, кöда öтыжда $\frac{3}{4}$ дробкöt. Поснöтны кö быд четвертьсö 2, 3, 4, 5 да унажык öтыжда тор выlö, мян лоасö то кытшöм öтыжда (равнöй) дроббез:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \dots$$

Быдыс эна дроббез коласись, мөдиксянь пондötömөн, лoö пер-вой $\frac{3}{4}$ дробись, сылис числительсö и знаменательсö босьтны кö öтик число выlö: 2 выlö, 3 выlö, 4 выlö да сидз одз., сидзкө, дроблөн величинаыс оз вежсьы, кызди сылис числительсö и знаменательсö босьтны öтик число выlö (нето—мый лoö öтик—ыждötны öтмымдаись).

Дроблись этö свойствосö общöй видөн позьö гижны сидз:

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}.$$

Эстись петö, что дроблөн величинаыс оз вежсьы и сэк, кызди сылис числительсö и знаменательсö юкны öтик число выlö (нето—мый лoö öтик—учötсьötны öтмымдаись). Например, казялам кö, что $\frac{30}{50}$ дроблөн кыкнан членые юксьöны 10 выlö,

мийö эта дробь туйö вермам гижны дробь $\frac{3}{5}$, кöда петö $\frac{30}{50}$ дроблись числительсö и знаменательсö учötсьötны кö 10-ись.

125. Дроблись öт членсö кынымиськö ыждötöm либо учötсьötöm. Дроблись числительсö ыждötны кö (либо учötсьötны) кынымиськö, то дробыс ыждас (либо чинас) сынымись жö. Например, $\frac{4}{10}$ дроблись числительсö ыждötны кö 3-ись,

лоас $\frac{12}{10}$. Эта дробыс 3-ись ыджытжык одззайсся, сийөн, что сы-ын доляэс 3-ись унажык, а доляэс кольччисö ния жö.

Дроблись знаменательсö ыждötны кö (либо учötсьötны) кынымиськö, то дробыс чинас (либо ыждас) сынымись жö.

Например, $\frac{4}{10}$ дроблись знаменательсö ыждötам кö 5-ись, по-лучитам дробь $\frac{4}{50}$. Эта дробыс 5-ись учötжык одззайсся, сй-йөн что (124 § сьöрти) $\frac{4}{10} = \frac{4 \cdot 5}{10 \cdot 5} = \frac{20}{50}$, а $\frac{20}{50}$ 5-ись ыджытжык $\frac{4}{50}$ -ся.

126. Кынымиськö дробь ыждötöm нето учötсьötöm. Көр тö-дам, кызд числитель да знаменатель вежöмсянь вежсьö дробыс, мийö вермам петкötны сятшöм *правилоэз*:

1) медбы дробь ыждотны кынымиськө, колө сынымись жө ыждотны сылыс числительсө, либо сынымись жө учотсьотны сылыс знаменательсө;

2) медбы дробь учотсьотны кынымиськө, колө сынымись жө учотсьотны сылыс числительсө, либо сынымись жө ыждотны сылыс знаменательсө.

Примеррез:

$$\frac{7}{12} \text{ ыждотны 5-ись; лоас } \frac{35}{12}.$$

$$\frac{7}{12} \text{ ыждотны 6-ись; лоас } \frac{42}{12} \text{ либо } \frac{7}{2}.$$

$$\frac{8}{9} \text{ учотсьотны 7-ись; лоас } \frac{8}{63}.$$

$$\frac{8}{9} \text{ учотсьотны 4-ись; лоас } \frac{8}{36} \text{ либо } \frac{2}{9}.$$

Конечно, кынымиськө числитель учотсьотомсө (дробь учотсьотикө) нето кынымиськө знаменатель учотсьотомсө (дробь ыждотикө) позь керны не пыр (кыз эта тыдалө вайотом примеррезись), а только сэк, көр числительыс нето знаменательыс юксьоны сия число вылө, көда мыччалө, мымдаись колө ыждотны нето учотсьотны дробсө.

127. Дроблись кыкнан членсө отымдаись ыждотом нето учотсьотом. Висталам, что дробь $\frac{a}{v}$ кыкнан член дынө мийö содтим отик число m ; сэк лоас виль дробь $\frac{a+m}{v+m}$. Сравним виль дробсө одззаксөт. Эта понда одзза дроблись кыкнан членсө босьтам $v+m$ вылө, а виль дроблись кыкнан членсө босьтам v вылө:

$$\frac{a}{v} = \frac{a(v+m)}{v(v+m)}; \quad \frac{a+m}{v+m} = \frac{(a+m)v}{(v+m)v}.$$

Өнi сравним асколасаныс эна кык дроблись числительсө, сидз кыз знаменательсө нымөн откодьсө:

$$a(v+m) = av + am \text{ да } (a+m)v = av + mv.$$

Лоём суммасыс чинтам кө av -өн, то первөй случайн лоас am , и мөдик случайн— mv . Кызн босьтом дробыс единицасы учотжык, мөднөж шуөмөн кызн $a < v$ -ся, то сэк $am < mv$ -ся; сидзкө, миян операциясынь правильной дробыс ыждис. А кызн сетөм дробыс единицасы ыджытжык, мөднөж шуөмөн кызн $a > v$ -ся, то сэк $am > mv$ -ся; сидзкө, миян операциясынь дробыс чинис. Сидзкө:

дробь членнэз дынө откодь число содтомсянь единицасы учотжык дробь ыждө, а единицасы ыджытжык дробь чинө.

Например, босьтны кө дробь $\frac{1}{2}$ да числительс и знаменательс содтыны единицаөн, то лоас дробь $\frac{1+1}{2+1} = \frac{2}{3}$, көда ыджыт-

жык $\frac{1}{2}$ -ся; босытны кө дробь $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ да сыкөт керны сійө жө,
то лоас дробь $\frac{3+1}{2+1} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$, көда учөтжык $\frac{3}{2}$ -ся.

III. ДРОБЬ СОКРАТИТӨМ.

128. Мый шусьө дробь „сократитөмөн“. Дробь *сократитөмөн шусьө сәтшөм преобразованнө, көр дроблөс числительсө и знаменательсө юкөны өтөк число вылө, и эта бөрсянь пөтө сыыжда жө, но учөтжык членнэза дробь.*

Конечно, сократитны туйө только сәтшөм дробь, көдаын числительлөн и знаменательлөн әм кытшөмкө, единицәся, общөй юкан; шуам, дробь $\frac{8}{12}$ туйө сократитны, а дробь $\frac{9}{20}$ оз туй, сідз кызд первөй дробыс членнәзлөн әм, единицәся, общөй юкан—4 (сократитөм бөрын лөө дробь $\frac{2}{3}$), а мөд дробыс членнәзлөн, единицәся, абу некытшөм общөй юкан.

Дробь, көдө оз туй сократитны, шусьө *несократимөйөн*.

129. Дроббез сократитөмын кык способ. Первөй способ—последовательной сокращеннө. Эта способ дырни юкөмын признаккес сьөрті төдөны, сетөм дроблөн числительыс и знаменательыс оз я юксө кытшөм-нибудь общөй юкан вылө (единицәся); әм кө сәтшөм юканыс, то сы вылө дробсө сокращайтөны; сокращеннө бөрын лөөм дробсө, туяс кө, сокращайтөны эшө сідз жө и этадз последовательнөя сокращайтөны сәтчөдз, кытчөдз оз пет несократимөй дробь.

Например,

$$\frac{\frac{10}{840}}{\frac{3600}{3600}} = \frac{\frac{4}{84}}{\frac{360}{360}} = \frac{\frac{3}{21}}{\frac{90}{90}} = \frac{7}{30}.$$

Перво, мед не вунөтны, дробь вевдөрас гижлөны сійө числосө, көда вылө сокращайтөны. А сыбөрын, көр велаласө, этө оз ни гижлө.

Мөдік способ—полнөй сокращеннө. Эта способ сьөрті перво кошшөны дробь членнәзлөс медыджыт общөй юкан и, кызди сія лоас не единица, юкөны сы вылө энө членнәсө. Шуам, колө сократитны дробь $\frac{391}{527}$. Эта понда адззам 391 да 527 числоәзлөс медыджыт общөй юкан (сія лоас 17) и сы вылө сокращайтам:

$$\frac{391}{527} = \frac{391:17}{527:17} = \frac{23}{31}.$$

Эта случайын сократитөм бөрын петас несократимөй дробь. Сідз и колө петны, сійөн что медыджыт общөй юканас пырөны

быдос общой простой босытаннэс, и көр сы выло юкам числительсö и знаменательсö, то лоом частнойезас озö ни вермö лоны некытшöм общой босытаннэс (единицасы) и, сідзкö, озö лоö некытшöм общой юканнэс.

130. Несократимой дроббез йылісь. Теорема. *Кызди сетöм дробь равняйтчö кытшöмкö несократимой дроблö, то сетöм дроблөн членнэс лобны эта несократимой дробь соответственной членнэзис кытшöмкö öтк быдса число выло босытöмөн.*

Ась:

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1},$$

эта дырни шуам, что первой дроби несократимой, мөднөж шуөмөн, что сы членнэзлөн a -лөн да b -лөн, единицасы, абудсь общой юканнэс. Колö докажитны, что a_1 кратной a -лö и b_1 кратной b -лö и кратнойсь öтмылдасы. Доказательство понда мөд дроблис кыкнан членсö босытам b выло, а первойлис— b_1 выло; сідз кызд этасын дроббеслөн величинаэс оз вежсь, то мян лос равенство:

$$\frac{av_1}{bv_1} = \frac{a_1v}{b_1v},$$

эстис адззам:

$$av_1 = a_1v.$$

Произведеннө av_1 юксö a выло; сідзкö, и a_1v произведеннөс тожö юксö a выло, но условие сыбрти a да v öтамöдлö простöйсь; сак кэлö, мөд a_1 юксис a выло (§ 87). Обозначитам a_1 -сö a выло юкөмян частнойсö t букваи и вермам гижны: $a_1 = at$, эта бöрын меабрья равенствоэс сетö:

$$av_1 = atv.$$

Эта равенстволис кыкнан торсö a выло юкөм бöрын полчитам:

$$v_1 = tv.$$

Этансь петö, что $a_1 = at$ и $v_1 = tv$, мый и коліс докажитны.

Следствие 1. *Кык несократимой дробь равняйтчöны (öтыждась) только сак, көр нылөн числителес и знаменателес öтыждась.*

Следствие 2. *Кöть кытшöм дробь равняйтчö öтк и только öтк несократимой дроблö. Сідз эд и эм, сокращеннөлөн мөдік способ (§ 129) мычалö, что көть кытшöм дробь равняйтчö кытшöмкö несократимой дроблö; көбы сія равняйтчис кык сөтшөм дроббеслö, то эна кык несократимой дроби влөсö бы öтыждась, а эта оз вермы лоны 1 следствие сыбрти. Сідзкö, сетöм дробь действительно равняйтчö только öтк несократимой дроблö.*

IV. МЕДУЧÖТ ОБЩОЙ ЗНАМЕНАТЕЛЬ ДЫНÖ ДРОББЕЗ ВАЙÖТÖМ.

131. Объясненнө. Пример понда босытам кык дробь $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{15}$ и сувтöтам аслыным вопрос, оз я позь энö дроббесö сетны единица öткодь доляэзын. Дробь $\frac{5}{12}$ несократимой; сійөн сылö равной дроббеслөн знаменателез долженсь лоны 12-лö кратной числөзөн. Мөднөж кө шуны, даскыкöt доляэзся, этö дробсö туйö выразитны кыкдас нөльöt, куимдас кватьöt, нөльдас кыкьямысöt да мук. доляэзын. Эта моз жö знаменателез дроб-

безлѣн, кѣдналѣ вермас равняйтчыны несократимѣй дробь $\frac{7}{15}$, долженѣсь лоны 15-лѣ кратнѣй числоэзѣн; петѣ, что эна кык дроблѣн общѣй знаменательсѣ должен лоны 12 да 15 числоэзлѣн общѣй кратнѣй, а общѣй медучѣт знаменатель должен лоны 12 да 15 числоэзлѣн медучѣт общѣй кратнѣйѣн. Адззам эна числоэзлѣсь медучѣт общѣй кратнѣйсѣ:

$$\begin{array}{r} 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \\ \hline \text{м. о. кр.} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60. \end{array}$$

Эта и лоас $\frac{5}{12}$ да $\frac{7}{15}$ дроббезлѣн медучѣт общѣй знаменатель.

Медбы быдсѣ эна дроббезлѣсь сетны кватъдасѣт доляэзын, адззам ны знаменателлѣз понда сѣдз шусяна *содтана босьтаннѣз*, мѣднѣж шуѣмѣн быд знаменатель понда адззам *сѣтшѣм число*, кѣда вылѣ колѣ босьтны сѣйѣ, медбы получатны медучѣт общѣй знаменательсѣ. Мийѣ тѣдам, что $60 = 12 \cdot 5 = 15 \cdot 4$, сѣдзкѣ, медбы получатны 60, колѣ 12 босьтны 5 вылѣ, а 15 — 4 вылѣ. Медбы эз вежсы дроббезлѣн величинаыс, колѣ быд дроблѣсь числительсѣ босьтны сѣя жѣ число вылѣ, кѣда вылѣ босьтѣм сылѣсь знаменательсѣ, сѣйѣн:

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{25}{60}, \quad \frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{28}{60}.$$

Ась эшѣ колѣ вайѣтны медучѣт общѣй знаменатель дынѣ кум им дробь: $\frac{4}{90}$, $\frac{7}{20}$ и $\frac{8}{75}$. Первѣйыс эна дроббезлѣсь—сократимѣй

дробь; сократитѣм бѣрын сѣя сетѣ $\frac{2}{45}$, мукѣд дроббес—несократимѣйѣсь. Адззам медучѣт общѣй кратнѣйсѣ быдѣс знаменателлѣзлѣсь: 45, 20 да 75.

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$	содтана босьтан	45	понда	$= 20$
$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$	"	"	20	" $= 45$
$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$	"	"	75	" $= 12$
$\text{м. кр.} = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 900$				

Ѣнѣ быд дроблѣсь кыкнан членсѣ босьтам сы знаменатель понда содтана босьтан вылѣ

$$\frac{2}{45} = \frac{2 \cdot 20}{45 \cdot 20} = \frac{40}{900}, \quad \frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 45}{20 \cdot 45} = \frac{315}{900}, \quad \frac{8}{75} = \frac{8 \cdot 12}{75 \cdot 12} = \frac{96}{900}.$$

Правило. Медбы дроббез вайѣтны медучѣт общѣй знаменатель дынѣ, перво, туйѣ кѣ, нѣйѣ сокращайтѣны, сыбѣрын адзѣоны быдѣс знаменателлѣзлѣсь медучѣт общѣй кратнѣйсѣ и быд знаменатель понда определяйтѣны соответствующѣй содтана босьтан; медбѣрын, быд дроблѣсь кыкнан членсѣ босьтѣны сы знаменатель понда содтана босьтан вылѣ.

132. Мукöд особöй случайез. 1-й с л у ч а й, кöр некытийöм пара знаменателлезлөн абуйöсь общöй босьтанныэс.

Например:

$$\frac{3}{7}, \frac{4}{15}, \frac{5}{8}.$$

Сидз кыз эта случайын знаменателлеслөн медучöт общöй кратнойс лоас нылөн произведеннё, то быд дроблись кыкнан членсö колö босьтны мукöд дроббесизсь знаменателлез произведеннё вылö:

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= \frac{3 \cdot 15 \cdot 8}{7 \cdot 15 \cdot 8} = \frac{360}{840}, \\ \frac{4}{15} &= \frac{4 \cdot 7 \cdot 8}{15 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{224}{840}, \\ \frac{5}{8} &= \frac{5 \cdot 7 \cdot 15}{8 \cdot 7 \cdot 15} = \frac{525}{840}. \end{aligned}$$

Этадз жö керöны сэк, кöр знаменателлес—простöй числоэз, öтамöдкöt нейткодьöсь.

2-й с л у ч а й, кöр медыджыт знаменательс юксö мöддэс вылö, шуам:

$$\frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{8}{315}.$$

Знаменатель 315 юксö 7 вылö и 15 вылö. Эта случайын медыджыт знаменательс лöб быдöс знаменателлезлөн медучöт общöй кратной; сидзкö, сiя должен лоны медучöт общöй знаменательöн:

содтана босьтан 7 понда лоас 45:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 45}{7 \cdot 45} = \frac{135}{315},$$

содтана босьтан 15 понда лоас 21:

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 21}{15 \cdot 21} = \frac{147}{315}, \quad \frac{8}{315} = \frac{8}{315}.$$

V. ДРОБА ЧИСЛОЭЗКÖТ ДЕЙСТВИЕЭЗ.

Дроба числоэз öтлаалöм.

133. Определеннё да правило петкötöм. Дроба числоэз öтлаалöмсö туйö определитны сидз жö, кыз и быдса числоэз öтлаалöм (§ 18), а именно:

öтлаалöм—сэтшöм действие, кöр кынымкö сетöм число (содтаннэз) öтлаалöны öтк числоö (суммаö), кöдäй пырöны содтаннэслөн быдöс единицäс да нылөн доляс.

1) Ась колö адззыны сумма öткодь знаменателлеза кынымкö дроблись, шуам сэтшöммезлись:

$$\frac{7}{11} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11}.$$

Позьё шуны, что кытшөм-нибудь единицалөн 7 дасөтікөт, да 3 дасөтікөт, да 5 дасөтікөт сетасө сия жö единицалісь $7 + 3 + 5$ дасөтікөт тор:

$$\frac{7}{11} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{7+3+5}{11} = \frac{15}{11} = 1 \frac{4}{11}.$$

2) Ась колö öтлаавны *нейткодь* знаменателлеза дроббез, шуам сэтшөмөсь:

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{10} + \frac{9}{16}.$$

Сак вайöтам энö дроббесö медучöт общöй знаменатель дынö и керам öтлаалöмсö, кыздз первöй случайн:

$$\frac{\overset{20}{3}}{4} + \frac{\overset{8}{7}}{10} + \frac{\overset{5}{9}}{16} = \frac{60 + 56 + 45}{80} = \frac{161}{80} = 2 \frac{1}{80}.$$

Быд сетöм дробь вевдөрö сувтöтöм числоыс лöб сия содтана босьтан, кöда вылö колö босьтны дроблісь членнэсö, медбы дробсö вайöтны общöй знаменатель дынö.

Правило. Медбы öтлаавны дроббез, медодз колö вайöтны нійö общöй знаменатель дынö, сыбöрын öтлаавны числителлесö и ны сумма увтö гижны общöй знаменательсö.

3) Ась, сэсся, колö öтлаавны *сора* числоэз:

$$4 \frac{2}{15} + 8 \frac{9}{10} + 3 \frac{5}{6}.$$

Перво öтлаалам дроббесö:

$$\frac{\overset{2}{2}}{15} + \frac{\overset{3}{9}}{10} + \frac{\overset{5}{5}}{6} = \frac{4 + 27 + 25}{30} = \frac{56}{30} = 1 \frac{26}{30} = 1 \frac{13}{15}.$$

Сыбöрын öтлаалам быдса числоэсö да ны сумма дынö содтам единицасö, кöда петіс дроббесö öтлаалöмсянь:

$$4 + 8 + 3 + 1 = 16.$$

Сідзкö, полнöй суммаыс лoас $16 \frac{13}{15}$.

Замечаннө. Нуля дробнöй число öтлаалікö кольччö сия жö условиеыс, кöда вöлі мыччалöм быдса числоэз öтлаалікö, а именно: *кытшөм-нибудь число дынö содтыны нуль нето нуль дынö содтыны кытшөм-нибудь число—эта лöб кольны этö числосö вежтöг.*

134. Суммалөн свойствоэз. Дроба числоэз суммалөн свойствоэз сэтшөмөсь жö, кыздз и быдса числоэз суммалөн (§ 19), а именно:

1) содтаннэзлісь местаэсö вежõмсянь суммайс оз веж-
сьы и

2) суммайс оз вежсьы, кызди содтаннэзись кытшõм-ни-
будь группа туйõ сувтõтам нылісь сумма.

Содтаннэз вежõмсянь суммалõн вежсьõмыс (§ 26) дробнõй
числоэз понда кольччõ сэтшõм жõ, кыз и быдса числоэз пон-
да, мõднëж шуõмõн

кызди кытшõм-нибудь содтан ыждас нето учõтсялас кы-
тшõм-нибудь число вылõ, то и суммайс ыждас нето учõтся-
лас эта жõ число вылõ.

Дроба числоэз чинтõм.

135. Определеннë да правило петкõtõм. Чинтõм—сэтшõм
действие, кõр ыджытжык сетõм числось (чинанись) чинтõны
тор, кõда учõtжык сетõм число ыжда (чинтан).

Сиджõ позõ шуны, что чинтõмыс сэтшõм действие (õtлаа-
лõмлõ обратнõй), кõр кык содтанись сетõм сумма сьõртi да õтiк
содтанис сьõртi адззиссьõ мõд содтанис.

1) Ась чинтõм понда сетõмõсь *õtжодь* знаменателлеза дроб-
без, шуам сэтшõмõсь:

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8}.$$

Сизим кыкьямысõtись босьтам кõ куим кыкьямысõt ыжда
тор, то кольччас $7-3$ кыкьямысõt:

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7-3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

2) Ась сетõм дроббеслõн знаменателлес *неõtжодьõсь*, шуам:

$$\frac{11}{15} - \frac{3}{8}.$$

Сэк энõ дроббесõ вайõтам õтiк знаменатель дынõ да керам
чинтõмсõ, кызд вõлi висьталõм вылынжык:

$$\frac{\overset{8}{11}}{15} - \frac{\overset{15}{3}}{8} = \frac{88-45}{120} = \frac{43}{120}.$$

Правило. Медбы дробись чинтны дробь, перво нийõ колõ
вайõтны медучõt общõй знаменатель дынõ, сьõбõрын чина-
ныс числителись чинтны чинтанислись числительсõ и ны раз-
ность увтõ гижны общõй знаменательсõ.

3) Кõр колõ сора числось чинтны сора число жõ, то, туйõ
кõ, чинтõны дробись дробь, а быдсаись быдсаõ. Шуам:

$$8\frac{\overset{4}{9}}{11} - 5\frac{\overset{11}{3}}{4} = 8\frac{36}{44} - 5\frac{33}{44} = 3\frac{3}{44}.$$

А көр чинтанлөн дробыс ыджытжык чинаныс дробся, сэк чинаныс быдса числоись босьтёны өтік единица, поснётёны сійё колан долязё и содтёны чинаныс дробь дынё, а эта бёрын керёны сідз, кызд висьталём вывлань.

Шуам:

$$10 \frac{3}{11} - 5 \frac{5}{6} = 10 \frac{18}{66} - 5 \frac{55}{66} = 9 \frac{84}{66} - 5 \frac{55}{66} = 4 \frac{29}{66}.$$

Сідз жё быдса числоись чинтёны дробь; например:

$$7 - 2 \frac{3}{5} = 6 \frac{5}{5} - 2 \frac{3}{5} = 4 \frac{2}{5};$$

$$10 - \frac{3}{17} = 9 \frac{17}{17} - \frac{3}{17} = 9 \frac{14}{17}.$$

Замечаниёз. 1) *Ноль* чинтём дырни кольччё сия жё условие-ыс, кода вёлі висьталём быдса числозз чинтікё, а именно: кытшём-нибудь числоись чинтны ноль—эта лоё числосё кольны вежтөг.

2) Дроба числоззлөн разность сетём числозс вежёмсянь вежсьё сідз жё, кызд и быдса числоззлөн разность, а именно: кызди чинансё ыждётны (нето учётсьётны) кытшём-нибудь число вылё, то и разностьыс ыждас (нето учётсялас) сэтшём жё число вылё; кызди чинтансё ыждётны (нето учётсьётны) кытшём-нибудь число вылё, то и разностьыс учётсялас (нето ыждас) сэтшём жё число вылё.

Сетём числолісь дробь адззём.

136. Адззыны сетём числолісь дробь часто ковсьё задачазз решайтікё. Примерён вермасё лоны сэтшём задачазз:

1 задача. *Поезд мунё равномарнёя 40 км-өн өтік часё. Кытшём туй сия мунас $\frac{7}{8}$ часё?*

Позьё казавны, что $\frac{7}{8}$ часё поездыс мунас сыным километр, мымда вія лоасё $\frac{7}{8}$ -ын 40 км-ись. Медбы адззыны $\frac{7}{8}$ число 40-ись, перво адззам эта числоись $\frac{1}{8}$ (мөднёж шуёмён число 40 учётсьётам 8-ись), а сыбёрын лөбм результатсё ыждётам 7-ись:

$$\text{число 40-ись } \frac{1}{8} \text{ лөб } 5;$$

$$\text{число 40-ись } \frac{7}{8} \text{ лөб } 5 \times 7 = 35.$$

Петё, что $\frac{7}{8}$ часё поезд мунё 35 км.

Эта задачаын мийё адззам число 40-ись $\frac{7}{8}$.

2 задача. Ётік метр матерье сулалё $18 \frac{1}{2}$ руб. Кыным руб колё вештыны эта матерье $1 \frac{3}{4}$ метр (мөднёж шуёмөн $\frac{7}{4}$ метр) понда?

Позьё казавны, что метрись $\frac{7}{4}$ тор сулалёны сыным руб, кыным руб лоас число $18 \frac{1}{2}$ рубись $\frac{7}{4}$ торын. Медбы ётё тёдны, мийё перво адззам ёта числелісь $\frac{1}{4}$ (мөднёж шуёмөн $18 \frac{1}{2}$ учётсьётам 4-ісь), а сыбёрын результатё ыждётам 7-ісь:

Число $18 \frac{1}{2}$ -ісь $(\frac{37}{2}$ -ісь) $\frac{1}{4}$ лоас $\frac{37}{2 \cdot 4}$ (§ 126);

Число $18 \frac{1}{2}$ -ісь $(\frac{37}{2}$ -ісь) $\frac{7}{4}$ лоас $\frac{37 \cdot 7}{2 \cdot 4} = \frac{259}{8} = 32 \frac{3}{8}$.

Петё, что $\frac{7}{4}$ метр понда ковсяс вештыны $32 \frac{3}{8}$ руб.

Ёта задачаын мийё кошшим число $18 \frac{1}{2}$ -ісь $\frac{7}{4}$.

3 задача. Адззыны число $\frac{5}{6}$ -ісь $\frac{8}{3}$.

Перво адззам число $\frac{5}{6}$ -ісь $\frac{1}{3}$ (мөднёж шуёмөн $\frac{5}{6}$ учётсьётам 3-ісь), а сыбёрын лоём результатё ыждётам 8-ісь.

Число $\frac{5}{6}$ -ісь $\frac{1}{3}$ лоас $\frac{5}{6 \cdot 3}$;

Число $\frac{5}{6}$ -ісь $\frac{8}{3}$ лоас $\frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 3} = \frac{40}{18} = 2 \frac{2}{9}$.

Ёта задачаын мийё кошшим число $\frac{5}{6}$ -ісь $\frac{8}{3}$.

Ёна задачаэзісь петкётам правило: медбы адззыны сетём число дроблісь кытшём-нибудь величина, колё ётё числосё учётсьётны сынымісь, кыным единица дробь знаменательын, и результатё ыждётны сынымісь, кыным единица дробь числительын.

Сетём числелісь проценттэз адззём.

137. Мый сэтшём процент. Мийё тёдамё ни, что мукёд ча-стожык пантасьян единица доляэслё сетёмась особёй назван-нёэз; ётік мөдөдз доля шусьё джынён, ётік куимёт доля—тре-тьён, ётік нельёт—четвертьён. Оддьён часто (шуам, денежной

расчѣтэзын, продукция учытывайтöмьн) пользуйтöны сотöй доляэзöн; сійöн нылö тожö сетöм особöй названнѣ.

Кытшöм-нибудь числölөн сотöй тор шусьö эта число *процентöн*. Сійöн, шуам, кытшöм-нибудь числölөн 5 процент лöб сiя жö, мый эта числölөн 5 сотöй (нето öтiк кыкдасöт).

Процентсö обозначайтöны знакöн $\frac{0}{100}$; сiдз, кытшöм-нибудь числölөн $17\frac{0}{100}$ эта лöб числölөн 17 процент, мöднѣж шүмöн эта числölөн $\frac{17}{100}$.

Миян государственнöй трудовöй сберегательнöй кассаэз сетöны вкладчиккеслö $3\frac{0}{100}$ годовöй доход; эта лöб, что сберегательнöй кассаö пунктöм суммаыс годнас содас $3\frac{0}{100}$ вылö, нето $\frac{3}{100}$ вылö (эта суммаыс); эна $3\frac{0}{100}$ -ыс лöбны вкладчиклөн годовöй *доход*.

Кöр шүöны, что рабочöй-стахановец нормасö тыртöма $250\frac{0}{100}$ вылö, то эта лöб, что выработаннöй продукцияыс составляйтö $250\frac{0}{100}$, мöднѣж шүмöн $\frac{250}{100} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ норма; мöднѣж, сiя сетöм $2\frac{1}{2}$ -иcь унажык сы сьöртi, мымда колiс нормаыс сьöртi.

138. Сетöм числölись проценттэз адззöм. Ась, шуам, колö адззыны число 245-иcь $18\frac{0}{100}$; сiдз кыз $18\frac{0}{100}$ лöб $\frac{18}{100}$, то задачаыс решайтсьö 136-иcь § правило сьöртi:

$$\text{Число } 245\text{-иcь } 18\frac{0}{100} \text{ лoас } \frac{245 \cdot 18}{100} = 44\frac{1}{10}.$$

Видзöтам эшö куим задача.

1 задача. 240 рубö дoна кoстлoм закажитiкö заказчик сетöм задаток $15\frac{0}{100}$; адззыны задатоклiсь сyмма.

Миянлö колас число 240-иcь адззыны $15\frac{0}{100}$ ($\frac{15}{100}$); 136 §-иcь правило сьöртi

$$\text{число } 240\text{-иcь } 15\frac{0}{100} \text{ лoас } \frac{240 \cdot 15}{100} = 36 \text{ (руб.)}$$

Петö, что задатоклөн сyмма 36 руб.

2 задача. Вöркeралiссeз бригадалөн вöлi заданнѣ кeравны 90 кубoмeтp пeс; заданнѣсö тыртöмась $20\frac{0}{100}$ вылö унажык; уна я пeсö кeралiс бригадаыс?

Решайтöм:

$$\text{Число } 90\text{-иcь } 20\frac{0}{100} \text{ лoас } \frac{90 \cdot 20}{100} = 18 \text{ (кубoмeтp)}.$$

Петö, что заданнѣсö (90 кубoмeтpсö) тыртöмась 18 кубoмeтpöн унажык, а быдöссö кeралöмась $90 + 18 = 108$ (кубoмeтp).

3 задача. Государственной внутренней заём сетё 4% годовй доход; кыным годён 300 руба облигацияныс доходыс лоас 42 руб?

Решайтём: Перво тодам, уна я доходё сетас 300 руба облигация отик годён; эта понда колё число 300-ись адззыны 4%: число 300-ись 4% лоас $\frac{300 \cdot 4}{100} = 12$ (руб). Сидзкё, облигацияныс годнас сетё доходё 12 руб. Сийён 42 руба доходё сия сетас $42 : 12 = 3 \frac{1}{2}$ (годён).

Дроба числоэз босьтём.

139. Определеннээз. 1) Дроба число быдса число вылё босьтёмсё определяйтёны сидз жё, кыз и быдса числоэз босьтёмсё, а именно: *кытишём-нибудь число (боссян) босьтны быдса число вылё (босьтан)—эта лоё составитны откодь содтаннээись сумма, кёдаын быд содтаныс боссян ыжда, а содтаннээлён числоыс равняйтё босьтанлё.*

Сидз, $\frac{7}{8}$ босьтны 5 вылё—эта лоё адззыны сумма:

$$\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8}.$$

2) *Кытишём-нибудь число (боссян) босьтны дробь вылё (босьтан)—эта лоё адззыны боссянлесь этё дробёсё.*

Сидз, 5 босьтны $\frac{7}{8}$ вылё—эта лоё адззыны вит единицалесь

$\frac{7}{8}$ тор.

$\frac{3}{4}$ босьтны $\frac{2}{3}$ вылё—эта лоё число $\frac{3}{4}$ -ись адззыны $\frac{2}{3}$ тор.

Сидзкё, сетём числоыс дробь адзёмсё, кёдө мийё видзётим эта одзын, мийё пондам өнi шуны дробь вылё босьтёмён.

3) *Кытишём-нибудь число (боссян) босьтны сора число вылё (босьтан)—эта лоё боссянсё босьтны перво босьтаныс быдса число вылё, сыбёрын босьтаныс дробь вылё, и кыж босьтёмись результааттэсё отлаавны.*

Например:

$$\frac{4}{5} \cdot 3 \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \cdot 3 + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7}.$$

Число, кёда петё босьтём бёрын, кыз и быдса числоэз босьтёкё, быдёс эна случайез дырни шусьё *произведеннён.*

Эна определеннээись тыдалё, что дроба числоэз босьтёмыс—эта пыр туяна (возможной) действие и пыр однозначной.

140. Эна определеннэзлөн целесообразность. Медбы вежортны арифметикай пыртм босьтмьн эна кык определеннелись целесообразностьсё, босьтам сэтшм задача:

***Задача.** Поезд, равномернбя мункб, часбн мунб 40 км; кыз тбдны, кыным километр мунас эта поездыс сетбм чассэзбн?*

Кызди мийб пондам керны быдса числоэз понда сетбм определеннэ сьбрти (бтыжда содтаннэз бтлаалбм), то этб задачасб позяс решайтны куимнбж, а именно:

Кызди сетбм чассэс быдса число (шуам 5 час), то задачасб решайтбм понда колас 40 км-сб босьтны эна чассэз число вылб.

Кызди чассэслбн сетбм числоыс дробь (шуам часлбн $\frac{3}{4}$ тор), то колас адззыны 40 км-ись этб дробсб.

Сэсса, кызди чассэзлбн сетбм числоыс сора (шуам $5\frac{3}{4}$ час), то колас 40 км босьтны быдса число вылб, кбдаэм сора числоас, да результатас содтыны 40 км-ись сийб дробсб, кбда эм сора числоас.

Сетбм определеннбэс сьбрти быдбс эна случайэб позбб сетны бтик ответ:

колб 40 км-сб босьтны чассэз сетбм число вылб, кытшбм бы сйя эз вбв.

Сидзб, задачасб сетны кб обшбй видбн сид:

Поезд, равномернбя мункб, часбн мунб v км. Кыным километр поездыс мунас t часбн?

то, кытшбмбсь бы эз вблб v да t числоэс, мийб вермам сетны бтик ответ: кошшана числоб позбб мычжавны формулабн $v \cdot t$.

Примечаннб. Адззыны сетбм числоись кытшбм-нибудь дробь, мяян определеннэ сьбрти, лбб сйя жб, что сетбм числоб босьтны эта дробь вылб; сийбн, шуам, адззыны сетбм числоись 5% (вит сотбй), лбб сйя жб, что сетбм числоб босьтны $\frac{5}{100}$ не-

то $\frac{1}{20}$ вылб; адззыны сетбм числоись 125% , лбб сйя жб, что сетбм числоб босьтны $\frac{125}{100}$ нето $\frac{5}{4}$ вылб, да сидз одз.

141. Замечаннб сы йылись, кбр босьтбмсянь числоыс ыждб и кбр сйя чинб.

Правильной дробь вылб босьтбмсянь числоыс чинб, а неправильной дробь вылб босьтбмсянь числоыс ыждб, кызди эта неправильной дробыс единицася ыджытжык, и кольчб вежсы-тбг, кызди сйя единица ыжда.

Например, произведеннэ $5 \cdot \frac{7}{8}$ должен лоны 5-ся учбтжык, сийбн что сйя лбб число витись $\frac{7}{8}$ тор, а витись $\frac{7}{8}$ -торыс учбтжык витись $\frac{8}{8}$ -ся, мбднбж шубмбн 5-ся учбтжык; произведеннэ

$5 \cdot \frac{9}{8}$ должен лоны 5-ся ыджытжык, сійөн что сја лоӧ число 5-ись $\frac{9}{8}$, а витись $\frac{9}{8}$ ыджытжык витись $\frac{8}{8}$ -ся, мӧднӧж шуӧмӧн 5-ся ыджытжык; медбӧрын, произведеннӧ $5 \cdot \frac{8}{8}$, мӧднӧж шуӧмӧн витись $\frac{8}{8}$, лонас 5.

Замечаннӧ. Дроба числоэз босьтӧкӧ, сідз жӧ кызд и быдса числоэз босьтӧкӧ, произведеннӧсӧ босьтӧны равнӧйӧ нульӧ, кызди кытшӧм-нибудь босьтан равняйтчӧ нульӧ; сідз, $0 \cdot \frac{7}{8} = 0$ и $\frac{7}{8} \cdot 0 = 0$.

142. Босьтӧмын правилоэз петкӧтӧм.

1) *Быдса число ылӧ дробь босьтӧм.* Ась колӧ дробь $\frac{3}{10}$ босьтны 5 ылӧ. Эта лоӧ $\frac{3}{10}$ ыждӧтны 5-ись. Медбы дробсӧ ыждӧтны 5-ись, колӧ только 5-ись ыждӧтны сылсь числительсӧ нето учӧтсӧтны сылсь знаменательсӧ (126 §).

Эта сьӧртӧ:

$$\frac{3}{10} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}, \text{ нето } \frac{3}{10} \cdot 5 = \frac{3}{10 : 5} = \frac{3}{2}.$$

1-й правило. Медбы дробь босьтны быдса число ылӧ, колӧ числительсӧ босьтны эта быдса число ылӧ, а знаменательсӧ колыны сійӧ жӧ; эта туйӧ сідзжӧ позьӧ дроблсь знаменательсӧ юкны сетӧм быдса число ылӧ (туйӧ кӧ), а числительсӧ колыны сійӧ жӧ.

Замечаннӧ. Дроблӧн сы знаменатель ылӧ произведеннӧе равняйтчӧ сы числительлӧ.

Сідз:

$$\frac{5}{8} \cdot 8 = \frac{5 \cdot 8}{8} = 5.$$

2) *Быдса число дробь ылӧ босьтӧм.* Ась сетӧм 7 босьтны $\frac{4}{9}$ ылӧ. Эта лоӧ число 7-ись адззыны $\frac{4}{9}$. Эта понда адззам перво число 7-лсь $\frac{1}{9}$, а сыбӧрын $\frac{4}{9}$:

$$\text{число 7-ись } \frac{1}{9} \text{ лоӧ } \frac{7}{9} \text{ (118 §);}$$

$$\text{число 7-ись } \frac{4}{9} \text{ лоӧ } \frac{7 \cdot 4}{9} \text{ (126 §);}$$

Этаись петӧ:

$$7 \cdot \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 4}{9} = \frac{28}{9}.$$

2-ик правило. Медбы быдса число босьтны дробь вылө, колө быдса число босьтны дробыс числитель вылө и этө произведеннөсө керны числительон, а знаменательнас гижны сетөм дроблсь знаменательсө.

3) Дробь вылө дробь босьтөм. Ась колө $\frac{3}{5}$ босьтны $\frac{7}{8}$ вылө. Эта лоө число $\frac{3}{5}$ -ись адззыны $\frac{7}{8}$. Эта понда перво адззам число $\frac{3}{5}$ -ись $\frac{1}{8}$, а сыбөрын $\frac{7}{8}$:

Число $\frac{3}{5}$ -ись $\frac{1}{8}$ лоө $\frac{3}{5 \cdot 8}$ (126 §);

Число $\frac{3}{5}$ -ись $\frac{7}{8}$ лоө $\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8}$.

Этаись петө:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8} = \frac{21}{40}.$$

3-өт правило. Медбы дробь босьтны дробь вылө, колө числительсө босьтны числитель вылө и знаменательсө знаменатель вылө и первой произведеннөсө керны произведеннө числительон, а мөдсө знаменательон.

Замечаннө. Эта правило сьөрті туйө дробь босьтны быдса число вылө и быдса число босьтны дробь вылө, кызди только быдса число пондам видзөтны кыздз единица ыжда знаменателя дробь. Сідз:

$$\frac{3}{10} \cdot 5 = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 1} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2};$$

$$7 \cdot \frac{4}{9} = \frac{7}{1} \cdot \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 4}{1 \cdot 9} = \frac{28}{9} = 3 \frac{1}{9}.$$

Петө, что мяян кунман правилоэс туйө позьө пользуйтчыны өтікөн, көдө общөй видөн позьө гижны сідз:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

4) Сора числоэз босьтөм.

4-өт правило. Медбы босьтны сора числоэз, колө нийө пөртны неправильной дроббезө и сыбөрын босьтны дроббез босьтөмын правилоэз сьөрті. Например:

$$1) 7 \cdot 5 \frac{3}{4} = 7 \cdot \frac{23}{4} = \frac{7 \cdot 23}{4} = \frac{161}{4} = 40 \frac{1}{4};$$

$$2) 2 \frac{3}{5} \cdot 4 \frac{2}{3} = \frac{13}{5} \cdot \frac{14}{3} = \frac{13 \cdot 14}{5 \cdot 3} = \frac{182}{15} = 12 \frac{2}{15}.$$

143. Босьтікө сократитөм. Дроббез босьтікө, туйө кө, колө керны предварительной сокращеннө, кыздз эта тыдалө ана примеррезись:

$$1) 12 \cdot \frac{7}{8} = \frac{12 \cdot 7}{8} = \frac{3 \cdot 7}{2} = \frac{21}{2} = 10 \frac{1}{2};$$

$$2) \frac{16}{21} \cdot \frac{5}{28} = \frac{16 \cdot 5}{21 \cdot 28} = \frac{4 \cdot 5}{21 \cdot 7} = \frac{20}{147}.$$

Сэтшөм сокращеннёсö туйö керны сийөн, что дроблесь числительсö и знаменательсö отымдаись учотсьотомсянь дроблөн величинаыс оз вежсы.

144. Сомножителлез вежөмсянь произведеннёлөн вежсьём. Сомножителлез вежөмсянь дроба числоэзлөн произведеннёыс вежсяс сідз жö, кызд и быдса числоэзлөн произведеннё (52 §), а именно:

кызди кытшөм-нибудь сомножитель кынымиськö ыждотны (нето учотсьотны), то и произведеннёыс ыждас (нето учотсялас) сынымись жö.

Сідз, примерын:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

боссянсö ыждотам кө, шуам, 2-ись, мөднөж шуөмөн $\frac{3}{5}$ туйö босьтам $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}$, то виль произведеннёыс лоас $\frac{4}{7}$ не $\frac{3}{5}$ дроблөн ни, а сія дроблөн, көдö 2-ись босьтём содтанөн; сідзкө, виль произведеннёыс должен лоны 2-ись ыджытжык одззаясся. И действительно,

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{24}{35}; \frac{24}{35} \text{ 2-ись ыджытжык } \frac{12}{35} \text{-ся.}$$

Эта жö примерын ыждотам босьтансö, шуам, 3-ись, мөднөж шуөмөн $\frac{4}{7}$ туйö босьтам $\frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7}$; сэк виль произведеннёыс лоас не ни боссянсис $\frac{4}{7}$ тор, а сылөн $\frac{4}{7}$, көда босьтөма 3-ись; сідзкө, виль произведеннёыс должен лоны 3-ись ыджытжык одззаясся. И действительно,

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{12}{7} = \frac{36}{35}; \frac{36}{35} \text{ 3-ись ыджытжык } \frac{12}{35} \text{-ся.}$$

145. Куим и унажык дроббездлөн произведеннё. Ась сетöма босьтны öтамöд вылö куим дробь: $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6}$, эта дырни действиесö керны сія порядокөн, кызд гижөмсь босьтаннэс, мөднөж шуөмөн $\frac{2}{3}$ колö босьтны $\frac{7}{8}$ вылö и лөм произведеннёсö босьтны $\frac{5}{6}$ вылö. Босьтам öтамöд вылö первöй кык дроб-

сö, лoас $\frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 8}$; этö числoсö бoсьтам куимöт дробь вылас и адззам $\frac{2 \cdot 7 \cdot 5}{3 \cdot 8 \cdot 6} = \frac{1 \cdot 7 \cdot 5}{3 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{35}{72}$. Этaйсь пeтö:

мeдбы бoсьтны öтaмöд вылö кынымкö дробь, колö бoсьтны öтaмöд вылö нылсь числителлeсö да öтaмöд вылö знаменателлeсö и пepвöй произведеннeсö кepны произведеннe числительöн, а мöдсö—знаменательöн.

Замечаннe. Этa пpaвилoөн туйö пользуйтчыны и сэк, кöр бoсьтаннeс коласын эмöсь быдса числoэз нетo сoра числoэз, кыдзи только быдса числoсö пoндам видзöтны кыдз дробь, кö-далöн знаменательыс единица, а сoра числoэсö пoндам пöртны непpaвилнöй дроббeсö. Напpимep:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 \cdot 1 \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} \cdot \frac{11}{6} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 11}{4 \cdot 1 \cdot 6} = \frac{5 \cdot 11}{4 \cdot 2} = \frac{55}{8} = 6 \frac{7}{8}.$$

146. Бoсьтöмлөн oснoвнöй cвoйствoэз. Бoсьтöмлөн ния cвoйствoэз, кöднa вöлисö мыччaлöмöсь быдса числoэз пoндa (55, 56, 58 §§), лöсaлöны и дpoбa числoэз бoсьткö. Мыччaлaм энö cвoйствoсö.

1) Coмнoжителлeзлсь мeстaэзнeсö вeжöмcянь пpoизвeдeннeыс oз вeжcы.

Напpимep:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}.$$

Сидз и лoö, этa одзись пapaгpaфын cетöм пpaвилo cьöртi пepвöй пpoизвeдeннeыс paвняйтчö дpoблö $\frac{2 \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 6 \cdot 4}$, а мöдыс paвняйтчö дpoблö $\frac{5 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 4 \cdot 3}$. Но энa дpoббeс öткoдбöсь, cийөн чтo нылөн члeннeс нeйткoдбöсь тoлькo быдса coмнoжителлeс пoрядoкөн, а быдса числoэзлөн пpoизвeдeннeыс oз вeжcы coмнoжителлeслсь мeстaэсö вeжöмcянь.

2) Пpoизвeдeннeыс oз вeжcы, кыдзи coмнoжителлeслсь кытшöм-нибудь гpуппa вeжны ны пpoизвeдeннeөн.

Напpимep:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5}\right),$$

сийөн чтo:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5}$$

и

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} \cdot \frac{2 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 3 \cdot (2 \cdot 1)}{6 \cdot 4 \cdot (7 \cdot 5)} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5}.$$

Результаттэс петöны öткодöбсь.

Босьтöмын эта свойствоись туйö петкötны сэтшöм заключеннё:

медбы кытшöм-нибудь число босьтны произведеннё вылö, туйö этö числоö босьтны первöй сомножитель вылö, лоöм числоö босьтны мöд сомножитель вылас да сідз одз.

Например:

$$10 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \right) = 10 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7},$$

сідз кыз 2) свойство сьöртi произведеннёын $10 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \right)$

мийö вермам скобкаись число вылö босьтöмсö вежны $\frac{3}{4}$ да $\frac{5}{7}$ вылö сьöрна (последовательнöй) босьтöмөн.

3) Босьтöмын распределительнöй закон (öтлаалöм сьöртi). Медбы сумма босьтны кытшöм-нибудь число вылö, туйö босьтны эта число вылö быд содтансö янын да результаттэсö öтлаавны.

Этö законсö мийö объяснитiм (58 §) быдса числоэз дынö применяйтöмын. Сiя вежтöг кольчö вернöйөн и дроба числоэз понда.

Мыччалам, что равенство

$$(a + b + c + \dots) \cdot m = am + bm + cm + \dots$$

(эта и лоö öтлаалöм сьöртi босьтöмын распределительнöй закон) кольчö вернöйөн и сэк, кöр букваэс означайтöны дроба числоэз. Видзöтам кум случай.

1) Босьтам перво, что босьтан m -ые быдса число, шуам $m = 3$ (a, b, c —кöть кытшöм числоэз). Быдса число вылö босьтöмсö определеннё сьöртi позьö гижны (босьтам только кум содтан, мед вöлi кокнитжык):

$$(a + b + c) \cdot 3 = (a + b + c) + (a + b + c) + (a + b + c).$$

Öтлаалöмын сочетательнöй закон сьöртi мийö вермам веськыт ладорын быдöс скобкаэсö лэдзны; сьöбрын öтлаалöмын переместительнöй закон сьöртi да бöра сочетательнöй сьöртi мийö вермам равенствоисьсь веськыт ладорись частьсö гижны вились сідз:

$$(a + a + a) + (b + b + b) + (c + c + c).$$

Сэк лoас:

$$(a + b + c) \cdot 3 = a \cdot 3 + b \cdot 3 + c \cdot 3.$$

Сідзкö, эта случайн распределительнöй законись подтвердитчис.

2) Онi висьталам, что m босьтанис эм дробь, кöдалөн числительись единица, например $m = \frac{1}{8}$. $a + b + c$ босьтны $\frac{1}{8}$ вылö—эта лоö адззыны $\frac{1}{8}$ часть эта суммались. Эта частьись равняйтö $\frac{a}{8} + \frac{b}{8} + \frac{c}{8}$, этаын мийö вермам убедитчыны, кызди этö выраженнёсö босьтам 8 вылö. Действительно, сідз кыз 8—быдса число, то, первöй случайн докажитöм сьöртi, босьтöм бöрас мийö получитам:

$$\frac{a}{8} \cdot 8 + \frac{b}{8} \cdot 8 + \frac{c}{8} \cdot 8,$$

эта лоӧ

$$a + b + c.$$

Сідзкӧ, эта суммалӧн кыкыамысӧт частыс былись равняйтӧ

$$\frac{a}{8} + \frac{b}{8} + \frac{c}{8},$$

этӧ позьӧ гижны и мӧднӧж:

$$a \cdot \frac{1}{8} + b \cdot \frac{1}{8} + c \cdot \frac{1}{8}.$$

Сідзкӧ,

$$(a + b + c) \cdot \frac{1}{8} = a \cdot \frac{1}{8} + b \cdot \frac{1}{8} + c \cdot \frac{1}{8}.$$

Мийӧ адззам, что распределительнӧй законыс лоӧ вернӧйӧн и эта случайн.

3) Медбӧрын, висыталам, что m босытаныс эм кӧть кытшӧм числительнӧн дробь, например $m = \frac{9}{8}$ (этчӧ жӧ пырӧ и сія случайыс, кӧр m -ыс сора число).

$a + b + c$ суммасӧ босытны $\frac{9}{8}$ вылӧ—эта лоӧ эта суммалыс адззыны $\frac{9}{8}$, эта понда колӧ только 9 вылас босытны сылыс ӧтик кыкыамысӧтсӧ. Но суммалӧн $\frac{1}{8}$, кыз мийӧ часӧт убедитчим, равняйтӧ $\frac{a}{8} + \frac{b}{8} + \frac{c}{8}$; сідзкӧ, сылӧн $\frac{9}{8}$ лоас:

$$\left(\frac{a}{8} + \frac{b}{8} + \frac{c}{8} \right) \cdot 9,$$

эта, первӧй случай сьӧртӧ, пондас равняйтчыны:

$$\frac{a}{8} \cdot 9 + \frac{b}{8} \cdot 9 + \frac{c}{8} \cdot 9,$$

мӧднӧж

$$a \cdot \frac{9}{8} + b \cdot \frac{9}{8} + c \cdot \frac{9}{8}.$$

Сідзкӧ,

$$(a + b + c) \cdot \frac{9}{8} = a \cdot \frac{9}{8} + b \cdot \frac{9}{8} + c \cdot \frac{9}{8}.$$

Сідзкӧ, распределительнӧй законыс лоӧ вернӧйӧн быд случайн.

Сетӧм дробь величина сьӧртӧ тӧдтӧм число адззӧм.

147. Задачаэз да правило. Дробнӧй числоэз юкӧм дынӧ вуджӧм одзын лоӧ полезнӧйӧн видзӧтны, кыз позьӧ адззыны тӧдтӧм числосӧ, кыззи сетӧма величина кытшӧм-нибудь дроблӧн. Медбы буржыка вежӧртны, мийӧ этӧ вопроссӧ висыталам то кытшӧм простӧй задачаэз вылын.

136 §-ын сетӧм задачаэсӧ вежамӧ то кыз:

1 задача. Поезд, равномернӧя мунӧкӧ, 35 км-а расстояннӧ мунӧс $\frac{7}{8}$ часӧ. Кыным километр эта поездыс мунӧ ӧтик часӧ?

Конечно, поезды часна мунё километррезлсь сэтшом число, кёдалон $\frac{7}{8}$ составляйтёны 35 км. Сідзкё, эта задачаы ми-янлө сетёма величина (35 км) тёдтөм число сизим кыкьямысөт торлөн, а мянлө колө адззыны этө числосө.

Сідз кыз 35 км составляйтёны тёдтөм числолсь $\frac{7}{8}$, то 35 км-сө 7-ись учөтсьөтөм бөрын, мийө адзам эта тёдтөм числолсь $\frac{1}{8}$, а сыбөрын результатө 8-ись ыждөтөм бөрын получаю эта числолсь $\frac{8}{8}$, мөднөж, быдса число. Медбы буржы-ка вежөртны, мийө баитөмнымөс мыччалам подробнөйжыка гижөмөн:

$$\begin{array}{ll} \text{төдтөм числолөн } \frac{7}{8} \text{ составляйтёны } 35; \\ \text{„ „ } \frac{1}{8} \text{ составляйтө } \frac{35}{7}; \\ \text{„ „ } \frac{8}{8} \text{ составляйтёны } \frac{35 \cdot 8}{7} = \frac{5 \cdot 8}{1} = 40. \end{array}$$

Сідзкё, өтік часна поезды мунё 40 км.

2 задача. Матерьё 1 $\frac{3}{4}$ метр сулалө 32 $\frac{3}{8}$ руб. Кыным руб сулалө эта матерёлөн 1 м?

Сідз кыз 1 $\frac{3}{4}$ метрыс = $\frac{7}{4}$ метрлө и эна $\frac{7}{4}$ метрыс сулалёны 32 $\frac{3}{8}$ руб, то 32 $\frac{3}{8}$ рубсө 7-ись учөтсьөтөм бөрын мийө төдам, уна я сулалө метрлөн $\frac{1}{4}$ тор, а сыбөрын этө стоимость-сө 4-ись ыждөтөм бөрын мийө төдам, уна я сулалө быдса метр. Мыччалам этө подробнөя гижөмөн:

$$\begin{array}{ll} \text{метрлөн } \frac{7}{4} \text{ сулалёны } 32 \frac{3}{8} \text{ руб} = \frac{259}{8} \text{ руб}; \\ \text{„ } \frac{1}{4} \text{ „ } \frac{259}{8 \cdot 7} \text{ руб}; \\ \text{„ } \frac{4}{4} \text{ „ } \frac{259 \cdot 4}{8 \cdot 7} = 18 \frac{1}{2} \text{ руб}. \end{array}$$

3-өт задача. Адззыны число, кёдалон $\frac{8}{3}$ составляйтёны $2\frac{2}{9} (= \frac{20}{9})$.

$$\begin{array}{lcl} \text{Төдтөм числолөн } \frac{8}{3} & \text{составляйтöны} & \frac{20}{9}; \\ \text{„ „ } \frac{1}{3} & \text{составляйтö} & \frac{20}{9 \cdot 8}; \\ \text{„ „ } \frac{3}{3} & \text{составляйтöны} & \frac{20 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{5}{6}. \end{array}$$

Эна задачаэзис петкөтам правило: медбы төдтөм число адззыны сы дробись сетөм величина съөртi, эа понда колö этö величинасö учөтсьөтны сынымись, кыным единица дробь числительнын, и результатсö ыждөтны сынымись, кыным единица дробь знаменательнын.

148. Сетөм проценттэз съөртi число адззөм. Ась сетөм, что кытшөмкө числолөн 18% составляйтöны $14\frac{2}{5}$; медбы адззыны этö числосö, мийö казялам, что $14\frac{2}{5}$ составляйтöны эа число-лись $\frac{18}{100}$; сийөн одзза параграфись правило съөртi төдтөм числоыс аркмас сэк, көр $14\frac{2}{5} = \frac{72}{5}$ юкны 18 ылө (лоас $\frac{4}{5}$) и результатсö бөсьтны 100 ылө (лоас 80).

Видзөтам кык задача.

1 задача. *Сберегательной кассасы вклатчиклөн 4 годөн доходыс составитис 12 р. 84 к. Адззыны вклатлись сумма¹.*

Решайтөм. 4 годөн доходыс составитис 12 р. 84 к., мөднөж 1284 копейка. Сидзкө, 1 годö доходыс составляйтö 1284 : 4 = 321 (копейка). Сидз кызд сберкассасы годовöй доходсис вештис 3% , то 321 копейкаыс составляйтöны вклат суммасыс 3% . Медбы адззыны вклатлись сумма, колö одзза параграфын правило съөртi этö числосö юкны 3 ылө и результатсö бөсьтны 100 ылө:

$$\frac{321}{3} \cdot 100 = 10700 (= 107 \text{ руб}).$$

2-к задача. *Городись населеннө составляйтö 134 400 морт. Великой Октябрьской социалистической революция кадсян сйа быдмис 60% ылө. Кыным олис вöлисö городас революциябдз?*

Решайтөм. Олисез төдтөм число дынö содисö эа числолөн 60% . Сидз кызд быд числоыс составляйтö ачыс асси 100% (доляэзлись сто сотöй), то олисезлөн виль числоыс (134 400) составляйтöны одзза числоыс 160% . Сийөн одзза олисезэлись числосö адззөм понда колö одзза параграфын правило съөртi число 134 400 юкны 160 ылө и результатсö бөсьтны 100 ылө:

$$\frac{134\,400}{160} \cdot 100 = 84\,000 \text{ (морт).}$$

¹ Эа дырни предполагйтчö, что быд год конецö вклатчик бөсьтö кассасыс ассис доходсö, сидз что вклатлөн суммасыс мөдi год кезас кольччö одззасыс.

Дроба числоэз юкѳм.

150. Определеннѳ. Юкѳм эм сѳтшѳм действе (босѳтѳмлѳ обратнѳйѳн), кѳда состоитѳ сын, что кык сомножителісь сѳтѳм произведеннѳ (юксян) сѳѳртѳ да эна сомножителлзсѳ ѳтыс (юкан) сѳѳртѳ адзѳны мѳѳ сомножителсѳ (частнѳйѳ).

Например, $\frac{7}{8}$ юкны $\frac{3}{5}$ вылѳ—ѳта лѳѳ адззыны сѳтшѳм число, кѳдѳ колѳ босѳтны $\frac{3}{5}$ вылѳ, медбы получитны $\frac{7}{8}$; нетѳ адззыны сѳтшѳм число, кѳда вылѳ колѳ босѳтны $\frac{3}{5}$, медбы получитны $\frac{7}{8}$. Первѳй случайын частнѳйыс лѳас кошшана боссянѳн, мѳѳ случайс—кошшана босѳтанѳн.

Сідз кызд боссяныслісь да босѳтаныслісь местаэзнысѳ позѳѳ вежны, то частнѳйлѳн величинаыс оз зависит сысянѳ, мый мыччалѳ ѳта частнѳйыс: боссянсѳ нетѳ босѳтансѳ.

Замечаннѳэз. 1) Быдса числоэз арифметикаын ѳта определеннѳыс лѳсялѳ только *колянѳѳг* юкѳм дынѳ; а дроба числоэз арифметикаын ѳта определеннѳыс, кызд мийѳ адззылам, лѳсялѳ кѳтъкѳр. Оз лѳсяв только сѳк, кѳр юканыс—нуль.

2) *Правильнѳй дробь вылѳ юкѳмсянѳ числоыс ыждѳ, а неправильнѳй дробь вылѳ юкѳмсянѳ числзыс чинѳ, кызди ѳта неправильнѳй дробыс единицасѳ ыджытжык, и кольчѳѳ вессытѳг, кызди сѳѳ единица ыжда.*

Например, $5 : \frac{7}{8}$ частнѳйыс должен лоны 5-сѳ ыджытжык сѳйѳн что ѳта частнѳйыс $\frac{7}{8}$ вылѳ босѳтѳм бѳрын должен составитны 5; а сідз кызд $\frac{7}{8}$ вылѳ босѳтѳм дырни, кызд мийѳ тѳѳдам, кѳтъ кытшѳм число чинѳ, то ѳта частнѳйыс должен лоны 5-сѳ ыджытжык. Сідз жѳ, ѳбѳясенѳйтѳѳ, что $5 : \frac{9}{8}$ частнѳйыс должен лоны 5-сѳ ычѳтжык (сідз кызд $\frac{9}{8}$ вылѳ босѳтѳкѳ ѳта частнѳйыс, ыждѳкас, должен сетны число 5).

150. Юкѳмын правилоэз петкѳтѳм. Юкѳм дырни вермасѳ пантасѳны то кытшѳмѳсѳ 5 случай.

1) *Быдса число вылѳ быдса число юкѳм.* Сѳтшѳм юкѳмыс вѳлѳ видзѳтѳм быдса числоэз арифметикаын. Но сѳтчин точнѳй юкѳмсѳ не пыр позис керны, сідз кызд юксяныс не пыр овлѳ юкансѳ быдса число вылѳ произведеннѳн; сѳйѳн общѳй случайын ковсѳывлѳс видзѳтны *колянѳн* юкѳм. ѳнѳ, кѳр мийѳ шумим поэнабн дробь вылѳ босѳтѳмсѳ, мийѳ быдса числоэз юкѳмын быд случайсѳ вермамѳ лыддыны поэнабн, нуль вылѳ юкѳмсѳ, ѳта случайыс и эстѳн лѳѳ непозыабн. Асѳ, шум, ко-

лө 5 юкны 7 вылө, мөднөж шуөмөн адззыны число, кодалөн 7 вылө произведеннёйс сетө 5. Сэтшөм числонас лоө дробь $\frac{5}{7}$, сийөн что $\frac{5}{7} \cdot 7 = 5$. Сидз жө и $20 : 7 = \frac{20}{7}$, сийөн что $\frac{20}{7} \cdot 7 = 20$.

1-й правило. Медбы быдса число юкны быдса число вылө, колө составитны сэтшөм дробь, кодалөн числительыс равняйтчө юксянлө, а знаменательыс—юканлө.

Висьталам, что быдса числоэзын колянтөг юкөмыс мөднөж шусьö „быдсөн“ юкөмөн, сидз кыз частнёйс петө быдса число, а не дроба.

2) **Быдса число вылө дробь юкөм.** Ась колө $\frac{8}{9}$ юкны 4 вылө, мөднөж шуөмөн колө адззыны сэтшөм число, көдө колө босьтны 4 вылө, медбы получитны $\frac{8}{9}$.

Сидз кыз 4 вылө босьтөмсянь көть кытшөм число ыждө 4-ись, то, лоө, кошшана числоыс, көда ыждөтөма 4-ись, должен составитны $\frac{8}{9}$, сийөн, медбы сийө адззыны, колө $\frac{8}{9}$ дробсө учөтсөйтны 4-ись. Медбы дробсө учөтсөйтны 4-ись, колө 4-ись учөтсөйтны сылсь числительсө либо 4-ись ыждөтны сылсь знаменательсө (§ 126). Сийөн:

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8 : 4}{9} = \frac{2}{9},$$

либо

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

2-й правило. Медбы дробь юкны быдса число вылө, колө юкны эта быдса число вылө дроблсь числительсө (кыззи позьө керны этө), а знаменательсө кольны сийө жө, либо босьтны эта быдса число вылө дроблсь знаменательсө, а числительсө кольны сийө жө.

3) **Дробь вылө быдса число юкөм.** Ась колө 3 юкны $\frac{2}{5}$ вылө, мөднөж шуөмөн колө адззыны сэтшөм число, көдө колө босьтны $\frac{2}{5}$ вылө, медбы получитны 3. Сидз кыз кытшөм-ни-будь число босьтны $\frac{2}{5}$ вылө—лоө адззыны эта числолсь $\frac{2}{5}$, то:

төдтөм частнөйлөн $\frac{2}{5}$ составляйтөны 3;

” ” $\frac{1}{5}$ составляйтө $\frac{3}{2}$;

” ” $\frac{5}{5}$ составляйтөны $\frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{2}$.

Сідзкё,

$$3 : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}.$$

3-өт правило. Медбы быдса число юкны дробь вылө, колө быдса числосё босытны сетөм дробь знаменатель вылө и этө произведеннёсё босытны числительён, а знаменательнас керны сетөм дроблсь числительсё.

4) **Дробь вылө дробь юкөм.** Ась колө $\frac{5}{6}$ юкны $\frac{7}{11}$ вылө, мөднёж шуөмөн колө адззыны сэтшөм число, кёда $\frac{7}{11}$ вылө босытөм бёрын составитас $\frac{5}{6}$. Сідз кыз кытшөм-нибудь число босытны $\frac{7}{11}$ вылө—лоё адззыны эта числослсь $\frac{7}{11}$, то:

$$\text{төдтөм частнөйлөн } \frac{7}{11} \text{ составляйтөны } \frac{5}{6};$$

$$\text{„ „ } \frac{1}{11} \text{ составляйтө } \frac{5}{6 \cdot 7};$$

$$\text{„ „ } \frac{11}{11} \text{ составляйтөны } \frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7}.$$

Сідзкё,

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{11} = \frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7} = \frac{55}{42} = 1 \frac{13}{42}.$$

4-өт правило. Медбы дробь юкны дробь вылө, колө первөй дроблсь числительсё босытны мөд дроблсь знаменатель вылө, а первөй дроблсь знаменательсё мөд дроблсь числитель вылө и первөй произведеннёсё босытны числительён, а мөдсё знаменательён.

Замечаннё. Эта правило увтө позё вайөтны и быдөс одзза случайсё, кыззз только быдса числосё пондам видзөтны кызз сэтшөм дробь, кёдалөн знаменательыс единица. Сідз,

$$5 : 7 = \frac{5}{1} : \frac{7}{1} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 7} = \frac{5}{7};$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9} : \frac{4}{1} = \frac{8 \cdot 1}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9};$$

$$3 : \frac{2}{5} = \frac{3}{1} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}.$$

Сідзкё, дроббз юкан правилосё быдөс случайезын позё мыччавны то кытшөм буквеннөй равенствөн.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

5) **Сора числозз юкөм.**

5-өт правило. Медбы юкны сора числозз, колө пөртны нйө неправильнөй дроббзё и сыбёрын юкны дроббзз юкан правилозз сьөрті.

Например:

$$8 : 3 \frac{5}{6} = 8 : \frac{23}{6} = \frac{8 \cdot 6}{23} = \frac{48}{23} = 2 \frac{2}{23};$$

$$7 \frac{3}{4} : 5 \frac{1}{2} = \frac{31}{4} : \frac{11}{2} = \frac{31 \cdot 2}{4 \cdot 11} = \frac{31}{22} = 1 \frac{9}{22}.$$

151. Юкѡмсѡ босѣтѡмѡн вежѡм. Сетѡм дробын числительсѡ сувѣтѡтам кѡ знаменатель местаѡ и знаменательсѡ числитель местаѡ, то дробь, кѡда аркмис эта перестановка бѡрын, шусѣ сѣтѡм дробь сѣртѡ *обратнѡйѡн*. Сѡдз, $\frac{7}{8}$ понда обратнѡй дробь лоас $\frac{8}{7}$. Быдса числѡлѡн сѡдзжѡ эм обратнѡй дробь; например,

5 понда нетѡ $\frac{5}{1}$ понда обратнѡй дробь лоас $\frac{1}{5}$. Сѡйѡн обратнѡй дроббесѡ буржык шуны *обратнѡй числѡзѡн*. Число, кѡда сетѡмыслѡ обратнѡй, позѣѡ определяйтны и кыдз частнѡйѡ, кѡда аркмѡ единицасѡ сетѡм число вылѡ юкѡмсянѣ. Сѡдз $\frac{7}{8}$ -лѡ

обратнѡй число лоас $\frac{1}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7}$.

Эта определеннѡ сѣртѡ позѣѡ адззыны обратнѡй числѡзѡ и сѡра числѡзз понда. Сѡдз, число $4 \frac{5}{8}$ понда обратнѡй числѡѡн лоасѡ

$$4 \frac{1}{\frac{5}{8}} = \frac{1}{\frac{37}{8}} = \frac{8}{37}.$$

Тыдалѡ, что кѡтъ кытшѡм числѡлѡн сылѡ обратнѡй число вылѡ произведеннѣыс равняйтѡѡ единицалѡ.

Эта сѣртѡ вермам петкѡтны юкѡмлѣс то кытшѡм правило: медбы ѡтѡк число юкны мѡдѡк число вылѡ, позѣѡ юксянсѡ босѣтны юканлѡ обратнѡй число вылѡ.

Вернѡй я эта правилѡыс, позѣѡ кѡзнѡта убедѡтчыны то кытшѡм примеррез вылын:

$$8 : 9 = \frac{8}{9} \text{ и } 8 \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{9};$$

$$\frac{7}{8} : 5 = \frac{7}{40} \text{ и } \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{40}; \quad \frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{10}{21} \text{ и } \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{21};$$

$$5 : \frac{7}{8} = \frac{40}{7} \text{ и } 5 \cdot \frac{8}{7} = \frac{40}{7}; \quad 5 : 3 \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \text{ и } 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2}.$$

152. Юкѡм дырни сократѡтѡм. Дроба числѡзз юкѡм дырни, ежели позѣѡ, колѡ керны *предварѡтельной* сократѡтѡм, кыдз мыччалѡма эна примеррезын:

$$1) 12 : \frac{8}{11} = \frac{12 \cdot 11}{8} = \frac{3 \cdot 11}{2} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2};$$

$$2) \frac{8}{9} : \frac{6}{7} = \frac{8 \cdot 7}{9 \cdot 6} = \frac{4 \cdot 7}{9 \cdot 3} = \frac{28}{27} = 1 \frac{1}{27};$$

$$3) \frac{5}{12} : \frac{7}{18} = \frac{5 \cdot 18}{12 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14} = 1 \frac{1}{14}.$$

Сэтшөм сократитомсö поэбö керны сийөн, что дроблөн величинаыс оз вежсы сылөн числительыс и знаменательыс учотсьöтöмөсö кö отымдайсö.

153. Кыдз юкны произведеннө вылö. Юкöмлөн сия свойствоыс (колянтöг), кöдö мийö мыччалим быдса числоэз понда (§ 75), кольччö и дроба числоэз понда, а именно:

мөдбы кытшöм-нибудэ число юкны кынымкö сомножитель произведеннө вылö, поэбö этö числосö юкны первöй сомножитель вылö, лöм результатсö юкны мöд сомножительыс вылö и сидз одз.

Сидз, $10 : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \right) = 10 : \frac{2}{3} : \frac{5}{7}$, сийөн что дроббөз бөсь-тöмын да юкöмын правилоэз сьöртi мян лoас:

$$10 : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \right) = 10 : \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10 \cdot (3 \cdot 7)}{2 \cdot 5} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5},$$

$$10 : \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{10 \cdot 3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5},$$

мöднөж шуöмөн мян лoас öтiк и сия жö число, кыдз öтдруг произведеннө вылö юкöм дырни, сидз и быд сомножитель вылö последовательнöя юкöм дырни.

154. Сетöм числоэз вежсьöмсянь частнöйлөн вежсьöм. Юксян либо юкан вежсьöмсянь дроба числоэз юкöмсянь частнöйыс вежсьö сидз жö, кыдз и быдса числоэз юкöмсянь частнöйыс (§ 76), а именно:

кыдзи юксянсö кынымиськö ыждöтны (либо учотсьöтны), то частнöйыс ыждас (либо чинас) сынымись жö; кыдзи юкансö кынымиськö ыждöтны (либо учотсьöтны), то частнöйыс чинас (либо ыждас) сынымись жö.

Особöя бөсьтам тöдвылö сийö, что

кыдзи юксянсö и юканö ыждöтны либо учотсьöтны öттымдайсö, то частнöйыс оз вежсы;

$$\text{сидз, примерын } \frac{5}{6} : \frac{7}{11} = \frac{55}{42} \text{ мийö юксянсö и юкансö ыж-}$$

дöтам кö, шуам, 3-исö, то полóчитам:

$$\frac{15}{6} : \frac{21}{11} = \frac{15 \cdot 11}{6 \cdot 21} = \frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7} = \frac{55}{42};$$

частнöйыс кольччис сия жö.

Общій видѣн этѣ позбѣ мыччавны сідз:

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a : m}{b : m}.$$

155. Кык числѣн отношеннѣ. Дроба числозз пыртѣм бѣрын юкѣмыс, кыдз мийѣ адззылім, пыр лѣѣ возможнѣй действеѣн (нуль вылѣ юкѣмся). Сідзкѣ, сетѣмѣсь кѣ кык число, то ѣм частнѣй, кѣда лѣѣ первѣй числоѣ мѣд число вылѣ юкѣмсянѣ (кыдзи только мѣд числоыс не нуль).

Ѳтѣк числоѣ мѣдѣк вылѣ юкѣмсянѣ частнѣйыс мѣднѣж шусѣѣ ѣна числозз *отношеннѣн*. Первѣй числоыс (юксян) шусѣѣ *отношеннѣ одзланыс членѣн*; мѣд числоыс (юкан) шусѣѣ *отношеннѣ бѣрланыс членѣн*.

Сідз, $2\frac{1}{2}$ да $\frac{1}{7}$ числозз *отношеннѣн* лѣѣ частнѣй

$$\frac{2\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2};$$

$2\frac{1}{2}$ — ѣта *отношеннѣлѣн* одзланыс член, $\frac{1}{7}$ сылѣн бѣрланыс член.

Кыдзи кык числѣн *отношеннѣыс* ѣм быдса число, то сѣя мыччалѣ, кынымыс одзланыс членыс лѣѣ бѣрланыс¹; но баитчисѣ *выраженнѣыс* ѣта способѣн пользуйтчыны и сѣк, кѣр *отношеннѣыс* дроба число; сідз, видзѣтѣм примерас мийѣ баитам, что число $\frac{1}{7}$ число $2\frac{1}{2}$ -ын лѣѣ дассизимыс да джыныс.

Приложеннѣзын часто ковсѣывлѣ видзѣтны Ѳтѣк наименованнѣа нима кык числоззлыс *отношеннѣ*. Асѣ, шуам, колѣ тѣдны, кынымыс $4\frac{1}{4}$ кг-ыс ыджытжыкѣсь $2\frac{1}{2}$ кг-ся. Ответыс сетсѣѣ $4\frac{1}{4}$ да $2\frac{1}{2}$ числозз *отношеннѣн*; но ѣта *отношеннѣлыс* членнѣсѣ часто гижлѣны Ѳтлаын ны наименованнѣн, мѣднѣж

$$\frac{4\frac{1}{4} \text{ кг}}{2\frac{1}{2} \text{ кг}} = 1\frac{7}{10};$$

ѣстѣн ачыс $1\frac{7}{10}$ числоыс — отвлечѣннѣй, сідз кыдз сѣя мыччалѣ, кынымыс Ѳт весыс лѣѣ мѣдас.

¹ Сідз, 107 §-ын мийѣ шувлім ны *отношеннѣн* кык однороднѣй мералыс сѣтшѣм число, кѣда мыччалѣ, кынымыс учѣтжык мераыс лѣѣ ыджытжыкас.

Сідз кызд числоэзлөн отношеннёе эм эна числоэзлөн частнй, кёдаын юксяннас лоё одзланысь членыс, а юканнас—бёрланысь членыс, то сылөн лоёны частнйылөн быдёс свойствоэс; эна свойствоэзись висьталам то кытшоммезо:

1) отношеннёлөн одзланысь членнас вермас лоны кёть кытшом число; бёрланысь членнас вермас лоны кёть кытшом число, только не нуль;

2) одзланысь членыс равняйтчё отношеннё вылө босьтём бёрланысь членлө;

3) бёрланысь членыс равняйтчё отношеннё вылө юкём одзланысь членлө;

4) отношеннёе оз вежсы, кызди сылесь кыкнан членсё босьтны либо юкны өтік и сия жё число вылө.

4-өт свойство сыөрти петө, что дроба членнэза отношеннёсё позё вежны быдса числоэз отношеннёөн. Ась, шуам, сетёма отношеннё $\frac{5}{12} : \frac{3}{8}$; эта отношеннёлись кыкнан членсё сетём дроббес медучөт общй знаменатель вылө, мөднёж шуёмөн 24 вылө босьтёмөн, мийё сетём отношеннёсё вежам сылө равнй отношеннёөн $10 : 9$, кёдалөн членнэзнас лоёны быдса числоэз ни.

Этадз жё

$$3 \frac{1}{4} : \frac{5}{6} = \frac{13}{4} : \frac{5}{6} = \left(\frac{13}{4} \cdot 12 \right) : \left(\frac{5}{6} \cdot 12 \right) = 39 : 10.$$

Замечаннёэз. 1. Кык числолись отношеннёсё, кёдө мийё оперелитим, мукөд пора шуёны кратнй, либо геометрическй отношеннёөн, кёда лоё мөдкодь кык числолөн разностнй, либо арифметическй отношеннё сыөрти, кёда определяйтсё кызд эна числоэзлөн разность. Одзланын отношеннё увтас мийё кётькөр пондам думайтны кратнй отношеннё.

2. Отношеннё членнэзлись местаэзнысё вежны кё, мөднёж шуёмөн одзланысь членсё керны бёрланысьөн и бёрланысьсё одзланысьөн, то получитём виль отношеннёе шусё одззаыслө обратнйөн.

3. Нима числоэзлөн отношеннёе кётькөр вермас лоны вежём отвлечённой числоэз отношеннёөн. Эта понда колө нима числоэсё выразитны өтік и сия жё единицаын да босьтны лоём отвлечённой числоэзлись отношеннёсё. Например, 10 т 5 ц-лөн 7 ц дынө отношеннёе равняйтчө 105 ц-лөн 7 ц дынө отношеннёлө, а эта отношеннёе равняйтчө отвлечённой числоэз 105-лөн 7 дынө отношеннёлө. Нима числоэз вылын действиеэз дырни отношеннёнас шуёны только сийё частнйсё, кёда аркмө кык өтчужома нима числоэз юкөмянь.

156. Кык числолөн процентнй отношеннё. Ась колө төдны, кыным процент число 250-ись составляйтө число $42\frac{1}{2}$.

Число 250-исъ ѳтѣк процентые составляйтѣ $\frac{250}{100}$; сѣйѳн число

$42\frac{1}{2}$ составляйтѣ число 250-исъ сыным процент, кынымисъ

$42\frac{1}{2}$ -ын лѳѳ $\frac{250}{100}$, мѳднѣж

$$42\frac{1}{2} : \frac{250}{100} = \frac{42\frac{1}{2}}{250} \cdot 100 = 17 (\%).$$

Число, кѳда мыччалѣ, кыным процент сетѣм числоые составляйтѣ мѳдѣк числоисъ, шусъѣ эна числоэзлѣн *процентнѣй отношеннѣн*. Видзѣтѣм примерые мыччалѣ, что *кык числолѣсь процентнѣй отношеннѣсѣ адззѣм понда колѣ эна числоэзлѣсь отношеннѣсѣ босътны 100 вылѣ*.

Эта жѣ вывод дынѣ позъѣ локны и мѳднѣж. Медбы адззыны, кыным процент число 250-исъ составляйтѣ число $42\frac{1}{2}$, колѣ

$42\frac{1}{2}$ отношеннѣсѣ мыччавны проценттэзѣн, мѳднѣж шуѣмѣн $\frac{42\frac{1}{2}}{250}$ сотѣй долязѣн. Но медбы тѣдны, кыным сотѣй доля сетѣм числоас, колѣ этѣ числосѣ босътны 100 вылѣ (сѣдз, число

5-ын лѳѳ $5 \cdot 100 = 500$ сотѣй, число $\frac{1}{2}$ -ын лѳѳ $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50$

сотѣй, и сѣдз одз). Сѣйѳн число $\frac{42\frac{1}{2}}{250}$ составляйтѣ $\frac{42\frac{1}{2}}{250}$

$\cdot 100 = 17$ сотѣй доля, мѳднѣж шуѣмѣн 17 процент.

Видзѣтам кык задача.

1 задача. Совхозлѣн эм 80 000 га му, сѣтѣсь 69 200 га вылѣ кѳдзѣма шогдѣ. Кытшѣм процент общѣй площадьсѣс занимайтѣны шогдѣ ыббес?

Задачасѣ решайтѣм понда колѣ адззыны, кыным процент число 80 000-исъ составляйтѣ число 69 200. Мѳднѣж шуѣмѣн, колѣ адззыны 69 200 да 80 000 числоэзлѣсь процентнѣй отношеннѣ. Установитѣм правило сѣбртѣ адззам:

$$\frac{69200}{80000} \cdot 100 = 86 \frac{1}{2} (\%).$$

2-ѣк задача. 325 кг пѣзѣсь пѣтѣс 429 кг нянь. Адззыны припѣклѣсь процент.

Решайтѣм. Припѣкыс составляйтѣ $429 - 325 = 104$ (кг).

Задачасѣ решайтѣм понда колѣ адззыны 104 да 325 числоэзлѣсь процентнѣй отношеннѣ; установитѣм правило сѣбртѣ адззам:

$$\frac{104}{325} \cdot 100 = 32 (\%).$$

ВИТӨТ ОТДЕЛ. ДЕСЯТИЧНӨЙ ДРОББЕЗ.

I. ДЕСЯТИЧНӨЙ ДРОББЕЗЛӨН ОСНОВНӨЙ СВОЙСТВОЭЗ.

157. Десятичнөй доляэз. Доляэз, көднә лөөнн кытшөм-ни-будь единица 10 ылө, 100 ылө, 1000 ылө, вообще равнөй частез сәтшөм число ылө юкөмянь, көдә мыччалөмә өтiк ли-бо кынымкө нуля единицаөн, шусьöны *десятичнөй доляэзөн*.

Сидзкө, десятичнөй доляэз, көднә жагвыв чинөны, лөасө то кытшөмөсь:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{1000000} \text{ и сидз одз.}$$

Кык неөткодь десятичнөй доляэзись ыджытжыкыс шусьö *вышшөй* разрядись десятичнөй доляөн, а учөтжыкыс—*низшөй* разрядись десятичнөй доляөн. Быд десятичнөй доляын одзлань-ся низшөй разрядись 10 десятичнөй доля. Сидз,

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}, \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}, \frac{1}{1000} = \frac{10}{10000} \text{ и сидз одз.}$$

158. Десятичнөй дробь. Дробь, көдәлөн знаменательыс өтiк ли-бо кынымкө нульөн единица, шусьö *десятичнөйөн*; сәтшө-мөсь, шуам, дроббез:

$$\frac{3}{10}, \frac{27}{100}, \frac{27401}{1000}, 3\frac{1}{1000} \text{ и сидз одз.}$$

Дроббез, көднә десятичнөйез сьöртi мөдкодьöсь сийөн, что знаменателлес нылөн вермасө лоны көть кытшөмөсь, шусьöны *обыкновеннөй*, нето *простөй*, дроббезөн.

159. Десятичнөй знаккез. Көр быдсә числоыс мыччалөмә цифраэзөн, то ордчөн сулалан кык цифраись веськытланысьыс көтькөр мыччалө единицаэз, көднә шульга цифрася 10-ись учөт-жыкөсь. Висьталамө местаэзлiсь этö значеннөсö босьтны и нiя цифраэз пондә, көднә вермасө лоны гижөмөсь простөй едини-цаэз дынсянь веськытланьö. Висьталам, например, что сәтшөм гижөмын:

63,48259...

цифра 3 мыччалө простөй единицаэз. Сәк цифра 4 мыччалө сәтшөм единицаэз, көднә простөй единицаэзся 10-ись учөтжы-көсь, мөднөж десятөй доляэз; 8 мыччалө сотөй доляэз, 2—ты-

сячнѡйезѡ, 5—десятитысячнѡйезѡ, 9—стотысячнѡйезѡ и сідз одз. Медбы не соравны местаэзлісь значеннѣсѡ, пондамѡ десятичнѡй доляэз дынісь быдса числосѡ янсѡтны запятѡйѡн. Нетырман доляэз местаэзѡ, а сідзжѡ быдса число местаѡ, кѡр быдса число ыс абу, пондам сувѡтѡтны нуллез. Например, сѣтшѡм условиеэз дырни 0,0203 выраженнѣыс мыччалѡ: 2 сотѡй 3 десяти тысячной.

Сідзжѡ 25,703 мыччалѡ 25 быдса 7 десятѡй 3 тысячной; 0,82 мыччалѡ 8 десятѡй 2 сотѡй и сідз одз.

Цифраэз, кѡдна запятѡй дынсянъ сулалѡны веськытланьын, шусьѡны *десятичнѡй знаккезѡн*.

160. Знаменательтѡг десятичнѡй дробь мыччалѡм. Быд десятичнѡй дробсѡ мийѡ вермам гижны знаменательтѡг. Ась, шу-

ам, сетѡма десятичнѡй дробь $\frac{32736}{1000}$. Медперво эта дробись исключитам быдса число, лоас $32\frac{736}{1000}$. Ѳні этѡ дробсѡ мыччалам сідз:

$$\frac{32736}{1000} = 32 + \frac{700}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{6}{1000} = 32 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000}.$$

Сідзкѡ, этѡ дробсѡ позьѡ мыччавны то кызд:

$$\frac{32736}{1000} = 32,736.$$

Этѡ позьѡ кокнита проверитны, колѡ только число 32,736-ын быдса единицаэсѡ да быдѡс десятичнѡй доляэсѡ посвѡтны медучѡт (тысячной) доляэзѡ; этѡ простожык керны сідз: сідз кызд быдса единицаын 10 десятѡй, то 32 быдсаыс составляйтѡны 320 десятѡй; содтам кѡ ны дынѡ 7 десятѡйсѡ, получитам 327 десятѡйѡ. Сідз кызд десятѡй доляын 10 сотѡй, то 327 десятѡйыс составляйтѡны 3270 сотѡйѡ; содтам кѡ ны дынѡ 3 сотѡйсѡ, получитам 3273 сотѡйѡ. Сідз кызд 1 сотѡйыс = 10 тысячнойлѡ, то 3273 сотѡйыс = 32730 тысячнойлѡ; содтам кѡ эта число дынѡ эшѡ 6 тысячнойѡ, получитам сетѡм дробсѡ 32736 тысячнойѡ.

Ась сетѡм десятичнѡй дробь $\frac{578}{100000}$, кѡдаын быдса число ыс абу. Этѡ дробсѡ позьѡ мыччавны то кызд:

$$\frac{578}{100000} = \frac{500}{100000} + \frac{70}{100000} + \frac{8}{100000} = \frac{5}{1000} + \frac{7}{10000} + \frac{8}{100000}.$$

Сідзкѡ, эта дробыс лоас гижѡма то кызд:

$$\frac{578}{100000} = 0,00578.$$

Правило: Медбы десятичнѡй дробь гижны знаменательтѡг, колѡ только гижнысылісь числительсѡ да веськытлань-

сянь янсѳтны сыын запятѳйѳн сыным десятичнѳй знак, кыным нуль знаменателяс. (ѳта понда мукѳд пора числителяс шульга ладорсянь ковсывлѳ гижны кынымкѳ нуль).

Одзлансья баитѳмын мийѳ кѳтъкѳр пондам думайтны (оз кѳло керѳм особѳй оговорка), что десятичнѳй дробыс мыччалѳма знаменательтѳг.

Замечаннѳ. Кыдзи десятичнѳй дробын (кѳда гижѳма знаменательтѳг) веськытлансьянь либо шульгалансьянь гижны нулез, ѳтасянь дроблѳн величинаыс оз вежсьы. Например, ѳна числоѳзись:

7,05; 7,0500; 007,05

быдыс мыччалѳ ѳтѳк число: 7 быдса 5 сотѳй, сѳдз кыз 500 десяти тысячнѳйыс равняйтчѳ 5 сотѳйлѳ, а 007 мыччалѳ просто 7.

161. Кыдз лыддѳтны десятичнѳй дробь. Перво лыддѳтѳны быдса число (а кѳр сѳя абу, то баитѳны: „нуль быдса“), сыбѳрын лыддѳтѳны сѳйѳ числосѳ, кѳда гижѳма запятѳй бѳрас, лыддѳтѳны кыз быдса числос и содтѳны названнѳсѳ нѳя доляззлѳсь, кѳднѳн кончайтчѳ дроблѳн десятичнѳй изображеннѳыс; например, 0,00378 лыддѳтѳны сѳдз: 0 быдса 378 стотысячнѳй. Сѳдзкѳ, десятичнѳй дробь, кѳда гижѳма знаменательтѳг, лыддѳтѳны сѳдз, кыз ежели бы сѳя вѳлі гижѳма числительѳн и знаменательѳн.

Кѳлѳ висьтавын, что десятичнѳй дробь, кѳдалѳн десятичнѳй знаккес ѳ д ѳ ѳ н у н а ѳ с ѳ, лыддѳтѳны мѳднѳж: быдѳс десятичнѳй знаккесѳ, запятѳй дынсянь пондѳтчѳмѳн, янсѳтѳны граннез вылѳ, быд граньын 3 знакѳн (медбѳрья грансья, кѳдаын вермас лѳны ѳтѳк либо кык знак); сыбѳрын быд грансьѳ лыддѳтѳны, кыз быдса число, первѳй гранись число названнѳ дынѳ содтѳны кыв „тысячнѳй“, мѳд грань дынѳ—„миллионнѳй“, куимѳт грань дынѳ—„миллиарднѳй“ и сѳдз одз.; медбѳрья гранись число названнѳ дынѳ содтѳны доляззлѳсь названнѳ, кѳднѳ мыччалѳ дроблѳн медбѳрья цифраыс. Сѳдзкѳ, дробь

0,028 306 000 07

лыддѳтѳны сѳдз: 0 быдса 28 тысячнѳй 306 миллионнѳй 07 стомиллиарднѳй.

162. Величина сьѳртѳ десятичнѳй дроббез сравнивайтѳм. Ась мяянлѳ кѳлѳ тѳдны, кѳда ѳна числоѳз коласѳсь ыджытжык:

0,735 али 0,7348.

ѳта понда число дынѳ, кѳдалѳн десятичнѳй знаккес етшажыкѳсь, гижам (кѳтъ только аскѳттяным) веськыт ладорсяняс сыным нуль, медбы кыкнан числоас десятичнѳй знаккеслѳн числоыс лѳис ѳтѳк:

0,7350; 0,7348.

ѳнѳ адззам, что первѳй числоас 7350 десяти тысячнѳй, а мѳд числоас 7348 десяти тысячнѳй; дроббезлѳн знаменателлес лѳисѳ ѳткодьѳсь; сѳдзкѳ, ны коласѳсь ыджытжыкыс лѳас сѳя, кѳдалѳн

числительные ыджытжык: сідзкыдз 7350-ыс ыджытжык 7348-ся, то первой числоис модыся ыджытжык.

Сідзкө кокнит убедитчыны, что

$3,01 > 2,998$; $3,7 > 3,6874$; $3,64 < 3,6985$ и сідз одз.

Правило. Кык десятичной дробись ыджытжыкыс сия, көдалөн быдсаэзлөн числоис ыджытжык; быдсаэз равенство дырни—көдалөн десятиёезлөн числоис ыджытжык; быдсаэз да десятиёез равенство дырни—көдалөн сотёйезлөн числоис ыджытжык и сідз одз.

163. Запятый вуджөтөмсянь десятичной дробь величиналөн вежсьөм. Число 3,274-ын запятыйсө вуджөтамө өтік знак сайө веськытланьө; сэк получитам виль число: 32,74. Первой числоын цифра 3 мыччалө простой единицаэз, а модас—десятоккез; сідзкө, сылөн значеннёис ыждіс 10-ісь. Цифра 2 первой числоас мыччалө десятий доляэз, а модас—простой единицаэз; сідзкө, сылөн значеннёис тожө ыждіс 10-ісь. Сідзжө төдам, что и мукөд цифраэзлөн значеннёис ыждіс 10-ісь. Сідзкө:

запятыйсө веськытланьө өтік знак сайө вуджөтөмсянь десятичной дробь ыждө 10-ісь.

Этись петө, что запятыйсө веськытланьө кык знак сайө вуджөтөмсянь десятичной дробь ыждө 100-ісь, куйм знак сайө—1000-ісь и сідз одз.

Мөднөж: запятыйсө шульталаньө өтік знак сайө вуджөтөмсянь десятичной дробь чинө 10-ісь.

Сідзкө, запятыйсө шульталаньө кык знак сайө вуджөтөмсянь дробь чинө—100-ісь, куйм знак сайө вуджөтөмсянь—1000-ісь и сідз одз.

164. Десятичной дробь 10-ісь, 100-ісь, 1000-ісь и сідз одз. ыждөтөм либо учөтсьөтөм. Ась колө число 0,02 ыждөтны 10000-ісь. Эта понда колө запятыйсө сыын вуджөтны веськытланьө нель знак сайө. Но сетөм числоас десятичной знаккес только кыка. Медбы вөлі нель знак, веськыт ладорсянь гижам кык нуль, этасянь числолөн величинаис оз вежсьы. Сыбөрын запятыйсө вуджөтам число концеас, мяян лоас быдса число 0200, нето просто 200.

Ась колө сійө жө 0,02 числосө учөтсьөтны 100-ісь. Эта понда колө запятыйсө сыын вуджөтны шульталаньө кык знак сайө. Но сетөм числоас запятый дынсяняс шульталаньө эм только өтік знак. Шультга ладорсяняс гижам кык нуль, этасянь числолөн величинаис оз вежсьы. Сыбөрын запятыйсө вуджөтам шульталаньө кык знак сайө, мяян лоас 0,0002.

Көть кытшөм быдса число позьө видзөтны кыдз десятичной дробь, көдалөн запятый дынсянь веськытланьын сулалөны көть кыным нуль; сійөн быдса числосө 10-ісь, 100-ісь, 1000-ісь и сідз одз. ыждөтөмыс да учөтсьөтөмыс керсьө сідзжө, кыдз и десятичной дробын. Например, быдса число 567,000... учөтсьөтам кө 100-ісь, то лоас 5,67.

Замечаннё. Десятичной дроблөн мыччалөм свойствоис—запятый вуджөтөм дырни вежны ассис величинасө 10-ісь, 100-ісь

и сідз одз.—сетö возможность öддöн перыта керны метрической меразöн мыччалöм нима числозз по снъ öтöм сö да пöртöм сö.

Ась, шуам, нима составнöй число 3 метр 8 дециметр 4 сантиметр колö мыччавны метррезын. Сідз кызд дециметр—этö метрлөн десятöй доля, сантиметр—метрлөн сотöй доля, то, тыдалö, сетöм нима составнöй числозс метррезын лоас мыччалöм сідз: 3,84 метр. Эта десятичнöй дробын запятöйсö веськытланö вуджötöмön адззам, что 3,84 метр = 38,4 дециметрлö = 384 сантиметрлö.

Ась эшö колö нима простöй число 8746 миллиграмм пöртны составнöйö (мöднөж шудöмön мыччавны высшöй разряддэза мераззын). Сідз кызд грамм равняйтчö 1000 миллиграммлö, то 8746 миллиграмм = 8,746 граммлö = 8 граммлö 7 дециграммлö 4 сантиграммлö да 6 миллиграммлö.

II. ДЕСЯТИЧНÖЙ ДРОББЕЗÖН ДЕЙСТВИЕЗЗ.

Десятичнöй дроббез öтлаалöм.

165. Десятичнöй дроббез öтлаалöмыс керсьö сідз жö, кызд быдса числозз öтлаалöм. Ась, например, колö öтлаавны $2,078 + 0,75 + 13,5602$. Гижамо энö числозсö öтамöд увдөрö сідз, медбы быдсазс сулалісö быдсазз увтын, десятиёес десятиёез увтын, сотöйес сотöйез увтын и сідз одз.; эта дырни быдсө запятöйес сулалöны öтамöд увдöрын:

$$\begin{array}{r} 2,078 \\ + 0,75 \\ 13,5602 \\ \hline 16,3882 \end{array}$$

Öтлаалöмсö пондöтам медучöt долязсянь. Десятичнöй долязз öтлаалöмсянь лоас 2; этö цифрасö гижама черта увтас. Тысячнöйез öтлаалöмсянь лоас 8; гижамо 8-сö черта увтас. Сотöйез öтлаалöмсянь лоас 18; но 18 сотöйес = 10 сотöй + 8 сотöй; дас сотöйес составляйтöны öтик дасöt тор; пондам видзны сійö тöдвылын, медбы сыбöрын öтлаавны содтаннэз дасöt долязскöt, а 8 сотöйсö гижама черта увтас. Этадз действиисö керамö копецöдз. Суммаын запятöйес сулалö содтаннэзын запятöй увтын.

Десятичнöй дроббез чинтöм.

166. Десятичнöй дроббез чинтöмыс керсьö сідз жö, кызд быдса числозз чинтöм. Ась, например, колö керны чинтöм: $5,709 - 0,3078$.

Чинтансö гижамо чинаные увтö сідз, медбы öтик названнеа единицазз сулалісö öтамöд увдöрын:

$$\begin{array}{r} 5,709 \\ - 0,3078 \\ \hline 5,4012 \end{array}$$

Медбы чинтанлісь чинтны медбөрья цифрасё, босьтам 9 ты-
сячнэйсь 1 тысячнэй да посьнётам сійо десятидесячнэйсё;
лоас 10 десятидесячнэй. Сідзкё, чинтанлісь цифра 8 колё чинт-
ны 10-ісь, а цифра 7—8-ісь.

Сідзжё быдса числоісь чинтоны десятичнэй дробь; напри-
мер:

$$\begin{array}{r} \dot{3} \\ - 1,873 \\ \hline 1,127 \end{array}$$

3 единица бердісь босьтам ётік единица да посьнётам сійо
дасёт торрезё; ны бердісь босьтамё ётікё да посьнётам сійо со-
тёйезё; сотёйез бердісь босьтамё 1 сотёй да посьнётам сійо ты-
сячнэйезё. Этасянь 3 быдса туйё получитам: 2 быдса 9 дасёт
тор 9 сотёй тор да 10 тысячнэй тор. Сідзкё, чинтанлісь цифра
3 колас чинтны 10-ісь, цифраэз 7 да 8—9-ісь, а цифра 1—2-
ісь.

Десятичнэй дроббез босьтём.

167. Видзётам кык случай: первёй—кёр *сомножителлез ко-
ласісь ётыс быдса число*, мёдыс,—кёр *кыкнан сомножителис
десятичнэй дроббез*.

Примеррез:

$$1) 3,085 \cdot 23; \quad 2) 8,375 \cdot 2,56.$$

Ежели бы эна примеррезын десятичнэй дроббесё мийё мыч-
чалім числительён да знаменательён и действиесё керимё обык-
новеннэй дроббез босьтан правило съёрті, то получитім
бы:

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{3085}{1000} \cdot 23 &= \frac{3085 \cdot 23}{1000} = \frac{70955}{1000} = 70,955; \\ 2) \quad \frac{8375}{1000} \cdot \frac{256}{100} &= \frac{8375 \cdot 256}{1000 \cdot 100} = \frac{2144000}{100000} = 21,44000 = 21,44. \end{aligned}$$

Правило. Медбы босьтны десятичнэй дроббез, колё, за-
пятёйез вылё видзёттёг, босьтны нійо ётамёд вылё кыдэ
быдса числоэз и произведеннёас веськытланьсянь янсётны
запятёйён сыным десятичнэй знак, кыныма нія боссянас и
босьтанас ётлаын.

Действиесё буржык гижны сідз:

$$\begin{array}{r} 3,085 \\ \cdot 23 \\ \hline 9255 \\ 6170 \\ \hline 70,955 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8,375 \\ \cdot 2,56 \\ \hline 50250 \\ 41875 \\ \hline 16750 \\ \hline 21,44000 \end{array}$$

Десятичной дробез юкѡм.

168. Быдса число вылѡ юкѡм. Приближѣнной частной. Ась колѡ 39,47 юкны 8 вылѡ. Действиесѡ гижам сідз, кызд сїа гижсѡ быдса числоэз юкѡм дырни.

$$\begin{array}{r|l} 39,47 & 8 \\ \hline 74 & 4,93 \\ \hline 27 & \\ \hline & 3 \end{array}$$

39 быдсасѡ юкам 8 вылѡ; частнойын лоѡ 4 быдса да колянн 7 быдса. Колянсѡ поснѣотам дасѡт доляэзѡ да лѣдзѡтам юксянлїсь 4 дасѡтсѡ; лоас 74 дасѡт. 74 дасѡтсѡ юкам 8 вылѡ; частнойын лоас 9 дасѡт да колянн 2 дасѡт. Колянсѡ поснѣотам сотѡй доляэзѡ да лѣдзѡтам юксянлїсь 7 сотѡй; лоас 27 сотѡй. Нїѡ 8 вылѡ юкѡм обрын частноас лоас 3 сотѡй и колянн 3 сотѡй.

Висьталам, что эта вылын мийѡ действиесѡ дугдѡтїм. Сѣк получитам *приближѣнной частной* 4,93. Медбы тѡдны, мымда вылѡ сїа неѡткодѣ точной частной сѣбртї, адззамѡ этѡ точной частнойсѡ да сравнитам сїѡ приближѣннойскѡт. Медбы получитны точной частнойсѡ, колѡ число 4,93 бердѡ ѡтлаавны дробѣ, кѡда лоас колянсѡ (3 сотѡйсѡ) 8 вылѡ юкѡмсянь. 3 единицасѡ 8

вылѡ юкѡмсянь получитам единицалїсь $\frac{3}{8}$; 3 сотѡйсѡ 8 вылѡ юкѡмсянь получитам сотѡйлїсь $\frac{3}{8}$. Сїдзкѡ, точной частнойсѡ

равняйтчѡ $4,93 + \frac{3}{8}$ суммалѡ. $\frac{3}{8}$ сотѡйсѡ чапкїкѡ, мийѡ керам ѡшибка, кѡда быдса сотѡйсѡ учѡтжык. Сїѡн баїтѡны, что 4,93 ѣм приближѣнной частной *точностьѡн* $\frac{1}{100}$ -ѡдз. Ежели сы туйѡ,

медбы $\frac{3}{8}$ сотѡйсѡ чапкыны, мийѡ этїѡ дробсѡ тыртамѡ быдса сотѡй доляѡдз ($\frac{5}{8}$ сотѡй вылѡ сїѡ ыждѡтѡмѡн), то керам ѡшиб-

ка, тожѡ $\frac{1}{100}$ -сѡ учѡтжыкѡ; сѣк получитам мѡдїк приближѣнной

частной $4,93 + 0,01$, мѡднѣж 4,94, тожѡ *точностьѡн* $\frac{1}{100}$ -ѡдз.

Число 4,93 учѡтжык, а 4,94 ыджытжык точной частнойсѡ, а сїѡн баїтѡны, что первѡй числоас ѣм приближѣнной частной *недостатѡкѡн*, а мѡдыс—*избытокѡн*.

Ежели действиесѡ пондамѡ керны одзланѣ, коляннсѡ поснитжык десятичной доляэзѡ пѡртѡмѡн, то приближѣнной частнойсѡ лоасѡ точнойжыкѡсѣ. Сїдз, 3 сотѡй колянсѡ пѡртамѡ кѡ тысячной доляэзѡ да 30 тысячнойсѡ юкам 8 вылѡ, то получи-

там приближённой частной 4,933 (недостатокн) либо 4,934 (избытокн), эта дырни ошибкаыс 0,001-ся учётжык. Пондам кő действеисő керны одзлань, миян лоас:

$$\begin{array}{r} 39,47 \mid 8 \\ \underline{74} \quad 4,93375 \\ 27 \\ \underline{30} \\ 60 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Кызди юкőмсő пондам керны дыр, мийő мукőд пора вермам локны 0 колянőдз (кызд миян примерын); сак получитам точной частной. Мőднėж кő, ковсьылő пользуйтчыны приближённой частнойн, и ошибкасő позьő керны учётжыкő. Шуам, миянлő колő адззыны приближённой частнойсő точностьн őтїк миллионнойн, то юкőмсő дугдўтам сак, кőр частнойын лоис миллионной доляэза цифра.

Правило. Десятичной дробсő быдса число вылő юкőмыс керсьő сїдз жő, кызд и быдса числоэз юкőм, эта дырни коляннэсő пőртőны поснитжык десятичной доляэзő и действеисő керőны сэтчőдз, кытчőдз либо оз пет точной частной, либо приближённой частнойс оз пет нїя десятичной доляэзлőн цифра, кőднан мőдőны ограничитчыны.

Сїдз жő керőны, кőр быдса число юкőны быдса число вылő, мőдőны кő частнойсő получитны десятичной дробь кодьн. Например, 123 7 вылő юкőмсő позьő керны сїдз:

$$\begin{array}{r} 123 \mid 7 \\ \underline{53} \quad 17,57... \\ 40 \\ \underline{50} \\ 1 \end{array}$$

Замечаннė. Медбы мыччавны, что кытшőм-нибудь равенство не точной, а только приближительной, эта понда мукőд пора гижőны чуклялőм равенство знак $\approx$; сїдз, гижőм кő:

$$39,47 : 8 \approx 4,93,$$

то этőн мőдőны мыччавны, что 8 вылő 39,47-сő юкőмсянь частнойс *приближительной* равняйтчő 4,93.

169. Приближённой частной погрешностьн величина. *Кыж приближённой частнойись*, (кőдна босьтőмсь őтїк и сїя жő точностьн), *кőдна коласїсь őтыс босьтőм недостатокн, а мőдыс избытокн, кőда-нибудь őтыс кőтькőр точной медбőрьяз разрядїсь $\frac{1}{2}$ десятичной долян, а именно сэтшőм частнойнас лоас недостатокн частной, ежели колянныс учётжык юкан $\frac{1}{2}$ -ся, и избытокн частной, ежели колянныс ыджытжык юкан $\frac{1}{2}$ -ся.* Видзўтам, например, юкőм 39,47 : 8 (видзўт одзза параграф). Висьталам, мийő бось-

там приближённой частной 4,93, кода дырни колян 3 юкан джынся учотжык (4-ся учотжык). Сэк точной частнойе лоас $4,93 + \frac{3}{8}$ сотой; сідзкѳ, сія 4,93 число съорті неѳткодь $\frac{3}{8}$ сотой вылѳ ($\frac{1}{2}$ сотойся етшажык), а 4,94 число съорті неѳткодь $\frac{5}{8}$ сотой вылѳ ($\frac{1}{2}$ сотойся унажык) (эта случайнн выгоднойжык лоас частнойсѳ бѳсѳтны недостатѳкѳн).

Юкѳмсѳ керамѳ одзлань:

$$\begin{array}{r} 39,47 \mid 8 \\ \hline 74 4,933 \\ \hline 27 \\ \hline 30 \\ \hline 6 \end{array}$$

ѳнѳ эта жѳ примерын приближённой частнойсѳ бѳсѳтам 4,933, кодаын колян 6 юкан джынся ыджытжык. Точной частнойе лоас $4,933 + \frac{6}{8}$ тысячной сідзкѳ, сія 4,933 число съорті неѳткодь $\frac{6}{8}$ тысячной вылѳ ($\frac{1}{2}$ тысячнойся унажык), а 4,934 число съорті неѳткодь $\frac{2}{8}$ тысячной вылѳ ($\frac{1}{2}$ тысячнойся етшажык) (эта случайнн, сідзкѳ, выгоднойжык лоас частнойсѳ бѳсѳтны избытокѳн).

Кѳр коляннѳ юкан джынся учѳтжык, сѳк частнойлѳн цифраыс, кода должен мунны сы бѳрын, кола вылын мийѳ еувтчим, тыделѳ, лоас 5-ся учѳтжык, а ежели коляннѳ юкан джынся ыджытжык, то эта цифраыс должен лонн 5 либо 5-ся ыджытжык.

170. Десятичной дробь вылѳ юкѳм. Асѳ колѳ 3,753 юкнн 0,85 вылѳ. Эта понда юксянын и юканын запятѳйсѳ вуджѳтам веськытланѳ десятичной знакез сыным ѳткодѳ число сайѳ (миян примерын 2 сайѳ), медбы юканнѳ с пѳртчис быдса числоѳ. Сідз кызд эта дырни юксяннѳ и юканнѳ ыждасѳ ѳтмымдаисѳ (миян примерын 100-исѳ), то этасянн частнойе оз вежсы (§ 154). Сідзкѳ, десятичной дробь вылѳ юкѳмсѳ мийѳ вайѳтам быдса число вылѳ юкѳм дынѳ:

$$375,3 : 85 \approx 4,415,$$

кода керсѳ сідзжѳ, кызд вѳлі мыччалѳм одзжык.

Сідзжѳ керѳны быдса числѳсѳ десятичной дробь вылѳ юкѳм дырни; например:

$$7 : 0,325 = 7000 : 325 \approx 21,538.$$

Правило. Медбы кытшѳм-нибудѳ число юкнн десятичной дробь вылѳ, колѳ юканын запятѳйсѳ чапкыны и юксянсѳ ыждѳтны сынымисѳ, кынымисѳ ыждѳс юканнѳ сыын запятѳйсѳ чапкѳмсянѳ, сѳсся, юкнн быдса число вылѳ юкѳмын правило съорті.

171. Десятичной дроббезкѳт вычисляютѳм вылѳ пример. Асѳ колѳ вычислитнн дробь:

$$\begin{array}{r} 7,5 \cdot 0,09 \cdot 3,725 \\ \hline 0,18 \cdot 2,7 \cdot 3,2675 \end{array}$$

Чапкам эта дробын быдѣс запятѣйсѣ и видзѣтам, кыз эта-сянь вежсяс дроблѣн величинаыс. Сылѣн числительныс ыждас $10 \cdot 100 \cdot 1000$ -ись, мѣднѣж шуѣмѣн 1000000 -ись. Знаменательныс ыждас $100 \cdot 10 \cdot 10000$ -ись, мѣднѣж шуѣмѣн 10000000 -ись. Медбы дроблѣн величинаыс эз вежссы, колѣ числительсѣ ыждѣтны эшѣ 10 -ись, например, число 9 туйѣ, кѣдѣ получитѣм $0,09$ дробын запятѣйсѣ чапкѣмѣн, босытны 90 . Онѣ вычислитам выраженнѣ:

$$\frac{75 \cdot 90 \cdot 3725}{18 \cdot 27 \cdot 32675}$$

медодз числоэз 75 да 18 сократитам 3 вылѣ, числоэз 90 да 27 — 9 вылѣ и числоэз 3725 да 32675 — 25 вылѣ, и миян лѣас:

$$\frac{25 \cdot 10 \cdot 149}{6 \cdot 3 \cdot 1307} = \frac{37250}{23526} \approx 1,58.$$

172. Десятичнѣй дроббезѣн процентнѣй вычисленнѣэз. Процентнѣй вычисленнѣэз дырни, кыз мийѣ адззам, часто колѣ босытны да юкны 100 вылѣ; а сѣдз кыз десятичнѣй дроббезѣн эна действиеэс керсѣбны ѡддѣбѣн простѣя, то быдкѣдь процентнѣй вычисленнѣэз дырни десятичнѣй дроббезѣн пользуйтѣмыс лѣѣ ѡддѣбѣн удобнѣй. Видзѣтам кынымкѣ задача.

1-й задача. Мымда ваясѣ доходсѣ 2 годѣн да 3 месяцѣн 728 руб, кѣдна пунктѣмѣс сберегательнѣй кассѣс?

Сѣдз кыз кассасы вайѣ годовѣй доходсѣ 3% , то годовѣй доходыс составляйтѣ 3% , либо число 728 -ись $0,03$, мѣднѣж

$$728 \cdot 0,03 = 21,84 (= 21 \text{ р. } 84 \text{ к.}).$$

3 месяцѣ, мѣднѣж шуѣмѣн годѣсѣ $0,25$ понда, доходыс составитас годовѣй доходсис $0,25$, мѣднѣж

$$21,84 \cdot 0,25 = 5,46 (= 5 \text{ р. } 46 \text{ к.}).$$

2 годѣ да 3 месяцѣ доходыс составитас

$$21,84 \cdot 2 + 5,46 = 49,14 (= 49 \text{ р. } 14 \text{ к.}).$$

2-й задача. Неизвестнѣй чиселѣн $3,4\%$ составляйтѣ $1,6388$. Адззыны этѣ числосѣ.

148 §-ын правило сѣртѣ мийѣ долженѣс число $1,6388$ юкны $3,4$ вылѣ да результатсѣ босытны 100 вылѣ.

Адззам:

$$\frac{1,6388}{3,4} \cdot 100 = \frac{1638,8}{34} = 48,2.$$

3-й задача. Сберегательнѣй кассѣс пунктѣм вклад. 9 месяцѣ бѣртѣ вкладсѣ босытсѣ бѣр, эта дырни вкладчикысѣ сетѣсѣ 633 р. 95 к. Мымда вѣлѣ пунктѣм деньгасы перво?

Вкладчиклѣн годовѣй доход составляйтѣ 3% , либо неизвестнѣй вкладсис $0,03$. Сѣдзкѣ, 9 месяцѣ (мѣднѣж $\frac{3}{4}$ понда, нетѣ годѣсѣ $0,75$ понда) доходыс составитас:

$$0,03 \cdot 0,75 = 0,0225 (= 2,25\%)$$

неизвестной вкладсис. Сідзкѡ, вкладчикѡн получитѡм суммасы 633,95 руб. составляйтѡ неизвестной вкладсис 1,0225 (либѡ 102,25%). Медбы этѡ вкладсѡ адззыны, мийѡ долженѡсь 633,95 юкны 1,0225 вылѡ:

$$\frac{633,95}{1,0225} = 620 \text{ (руб.)}$$

4-ѡт задача. План сѡртѡ магазинлѡн оборѡт составляйтѡс 75 300 руб.; былысѡ эта оборѡтыс составляйтѡс 85 842 руб. Кымым процент вылѡ тыртѡма планыс?

Этѡ задачасѡ решайтѡм понда мийѡ долженѡсь адззыны 85 842 да 75 300 числоазлысь процентной отношеннѡ, мѡднѡж шуѡмѡн $\frac{85842}{75300}$ отношеннѡсѡ сетны сотѡй доляэзын; эта понда простожык лоас эна числоаз юкѡмсянъ частнойсѡ мыччавны десятичной дробѡн, кыз эта мыччалѡм 170 §-ын:

$$\frac{85842}{75300} = 1,14;$$

сідзкѡ, планыс тыртѡма 114% вылѡ.

III. ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОББЕЗ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОББЕЗѡ ПѢРТѢМ.

173. Предварительной замечаннѡэз. Сідз кыз десятичной дроббезѡн действиеэ керсѡны простѡйжыка, нежели обыкновенной дроббезѡн, то часто овлѡ буржык обыкновенной дроббесѡ пѡртны десятичнойсѡ¹. Мыччалам сѡтшѡм пѡртѡмыслѡсь кык способ.

174. Первый способ: знаменательсѡ простѡй бѡсьтаннѡз вылѡ торйѡтѡмѡн. Асѡ колѡ дробѡ $\frac{7}{40}$ пѡртны десятичной дробѡ.

Эта понда сувтѡтам ас одзаным вопрос: оз я позѡ этѡ дробсѡ вайѡтны сѡтшѡм знаменатель дынѡ, кѡда бы выразитчис нуллѡза единицаѡн. Ежели бы этѡ позис керны, то мийѡ бы сѡк получитѡм десятичной дробѡ, кѡда гижѡм числительлѡн да знаменательлѡн, а сѡтшѡм дробсѡ мянлѡ сѡбѡрын эз бы вѡв сѡбит гижны и знаменательѡтѡг. Медбы несократимѡй дробѡ вайѡтны мѡдѡк знаменатель дынѡ, колѡ сылѡсь кыкнан членсѡ бѡсьтны ѡтѡк и сѡя жѡ число вылѡ (§ 131). Медбы тѡдны, кытшѡм число вылѡ колѡ бѡсьтны 40-сѡ нуллѡза единица получитѡм понда, бѡсьтам тѡдвыланым, что *кѡтъ кытшѡм число, кѡда*

¹ Колѡ вѡсѡтавы, что десятичной да обыкновенной дроббезѡн ѡтлаын вычисленнѡсѡ керѡм дырни не пыр позѡ энѡ дроббесѡ вайѡтны ѡтѡк вид дынѡ; шуам, колѡ 0,567 бѡсьтны $\frac{3}{7}$ вылѡ, то нем понда $\frac{3}{7}$ пѡртны десятичной дробѡ; позѡ 0,567 бѡсьтны 3 вылѡ да результатѡ юкны 7 вылѡ.

выражайтчо нуллеза единицайн, торйотчо только 2 да 5 босытаннэз вылө, эта дырни кыкнан босытаныс торйотомас пырöны öтмымдаись, именно сынымись, кыным нуль сулалöны единицаыс дынын.

Например:

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$10\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \text{ и сідз одз.}$$

Этö казаялөм бöрын, 40-сö торйотам простöй босытаннэз вылө:

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

Эта торйотомись адззам, что 40-сö кыкись босытны кö 5 вылө, то босытөм бöрас лoас сэтшöм число, кöдä 2 да 5 босытаннэзнас пондасö пырны öтмымдаись (3-ись); сідзкö, сэк лoас число, кöдä мыччалöма нуллеза единицайн (куим нульöн). Медбы эта дырни дробыс ассис величинасö эз веж, колö и числительсö сылись босытны 2-ись 5 вылө; сэк:

$$\frac{7}{40} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{40 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{175}{1000} = 0,175.$$

Примеррез:

$$1) \frac{7}{8} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{875}{1000} = 0,875;$$

$$2) \frac{4}{125} = \frac{4}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{32}{1000} = 0,032;$$

$$3) \frac{11}{20} = \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{11 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{55}{100} = 0,55.$$

175. Кытшöм обыкновеннöй дроббез пöртчöны десятичнöй-езö и кытшöмсь озö пöртчö. Обыкновеннöй дроббесö десятичнöй дроббезö пöртöм понда мыччалöм способсис позö петкөтны то кытшöмсь кык следствие:

1) Кыдзи обыкновеннöй дробь знаменательлөн абусь некытшöм мөдк простöй босытаннэз, 2-ся да 5-ся, то сэтшöм дробь пöртчö десятичнöйö, эта дырни эта десятичнöй дроблөн сыным десятичнöй знак, кынымись обыкновеннöй дробь знаменательын сійö сократитөм бöрын повторяйтчö 2 да 5 босытаннэзись сја босытаныс, кöдä сыö пырö унажыкись.

Ась, шуам, обыкновеннöй дробь знаменательын сійö сократитөм бöрын унажыкись повторяйтчö босытан 2 и ась эта босытаныс пырö 4-ись. Сэк колас босытан 5-сö содтыны сынымись, медбы содтөм бöрас кыкнан босытаныс (2 да 5) пырисö 4-ись; сідзкö, босытöмыс бöрын знаменателяс лoас нель нульöн 1, а сійöн и десятичнöй дробыслөн лoас 4 десятичнöй знак. Например:

$$\frac{7}{80} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{80 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{875}{10000} = 0,0875.$$

2) Кыдзи обыкновеннöй дробь знаменательын эмöсь кытшöм-нибудь простöй босытаннэз, нöдна 2 да 5-көт нейт-

кодъёсь, и эна босьтанныс числительыскот озё сокращайтчö, то сэтшöм дробыс десятичнёяс оз пöртчы.

Босьтам, например, дробь $\frac{35}{84}$, кöдаын знаменательыслөн эмöсь простöй босьтанныс 3 да 7 (именно $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$). Ны коласись öтыс (7) сокращайтчö; сократитöм бöрын получитам $\frac{5}{12}$. Сидз

кыз 12-ын эм босьтан 3, то эта дробыс десятичнёяс оз пöртчы, сийöн что кытшöм бы быдса числоз вылö мийö эгö босьтö сылись знаменательсö, некöр огö получитö число, кöда изображайтчö нуллеза единицаөн.

Сэтшöм дроббесö позьö пöртны только п р и б л и ж ё н н ö й д е с я т и ч н ö й е з ö пöртöмын мöдик способ сьöртi.

176. Мöдик способ: числительсö знаменатель вылö юкöмөн.

Этөн способнас пользуйтчöны унажык, нежели первöйнас, сидз кыз сия лöсялö и сэтшöм обыкновеннöй дроббез дынö, кöдна пöртчöны только приближённöй десятичнöй дроббезö.

Ась колö дробь $\frac{23}{8}$ пöртны десятичнöйö. Число $\frac{23}{8}$ позьö видзöтны кыз 23-сö 8 вылö юкöмсянь частнöйö (§ 150, правило 1-й). Но, кыз мийö адззылiм, быдса числоз юкöмсянь частнöйсö позьö адззыны десятичнöй дробь кодöн, точнöя нето приближённöя. Эта понда колö только юкöмсянь коляннэсö пöртлыны сё поснитжык десятичнöй долязö, сэтчöдз, кытчöдз колянас оз ло нуль, либо кытчöдз частнöяс озö лöб долязз сия разрядись, кöдася ылöжык озö мöдö керны.

$$\begin{array}{r} 23 \mid 8 \\ \hline 70 \quad 2,875 \\ \hline 60 \\ \hline 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Миян примерын ло и точнöй частнöй: $\frac{23}{8} = 2,875$.

Ась колö $\frac{3}{14}$ пöртны десятичнöй дробö. Сидз кыз эта дробыс оз сокращайтчы и сылөн знаменателяс эм простöй босьтан 7, кöда 2 да 5-кöt абу öткодь, то сийö оз позь пöртны десятичнёяс; но позьö адззыны сэтшöм десятичнöй дробь, кöда п р и б л и з и т е л ь н ö я равняйтчö $\frac{3}{14}$ -лö и кытшöм колö точностьöн. Шуам, миянлö колö адззыны десятичнöй дробь, кöда мед $\frac{3}{14}$ -кöt вöли неöткодь 0,001 вылö етшажыкись, то колö адззыны 3-сö 14 вылö юкöмсянь 3 десятичнöй знак:

$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 14 \\ \hline 30 \quad 0,214 \\ \hline 20 \\ \hline 60 \\ \hline 4 \end{array}$$

Приближённой частной 0,214 неоткуда точной частной съёрти, мѡднѣж $\frac{3}{14}$ съёрти, тысячной джын вылѡ етшажыкись. Юкѡмсѡ керны кѡ одзлань, то погрешностьыс лѡб сѣ учѡтжык и учѡтжык. Но юкѡмыс некѡр оз вермы кончитчыны, сійѡн что мѡднѣж кѡ, то мийѡ получитѡм бы десятичной дробь, кѡда точностьын равняйтчѡ $\frac{3}{14}$ -лѡ, мый оз вермы лоны; сідзкѡ, пондам кѡ юкѡмсѡ керны одзлань, мийѡ вермам частнояс получитны десятичной знаккесѡ мымда колѡ.

177. Конечной да бесконечной десятичной дроббес. Числоэз гѡгрѡстѡм. Кызди простѡй дробь, например $\frac{3}{14}$, оз вермы лоны мыччалѡма десятичной дробѡн, то мийѡ сѣ жѡ вермам, кызд мыччалѡм 176 §-ын, 3-сѡ 14 вылѡ юкѡмѡн, гижны частнояс вились-виль цифраэз, сідзкѡ получайтны вились-виль десятичной дроббес; эна десятичной дроббес сетѡны число $\frac{3}{14}$ дынѡ буржык и буржык приближеннѣэз; сійѡн эта случайын баитѡны, что число $\frac{3}{14}$ торйѡтчѡ *бесконечной* десятичной дробѡ:

$$\frac{3}{14} = 0,214\dots;$$

эстѡн куим точкаыс мыччалѡны, что частнойын цифраэзлѡн рядыс оз кончайтчы сувтѡтѡм цифраэзнас (2, 1, 4), а вермас лоны керѡма концѡтѡг; этасянь мийѡ вермим бы гижны:

$$\frac{3}{14} = 0,2\dots; \quad \frac{3}{14} = 0,21\dots; \quad \frac{3}{14} = 0,2142\dots; \text{ и сідз одз.}$$

Сэтшѡм бесконечной десятичной дроббес дынсян торйѡтѡм понда нийѡ десятичной дроббесѡ, кѡднѡ мийѡ ѡнѡдз велѡтѡм, шѡѡны *конечной* десятичной дроббесѡн.

Бесконечной десятичной дроббесѡ (а сідзжѡ и конечнойесѡ, кѡдналѡн десятичной знаккес унаѡсѡ) практической надобностез понда ковсьывлѡ *гѡгрѡстны*, точной дробь туйѡ босѡтны приближённой, колана точностьѡн, недостатѡкѡн нетѡ избытѡкѡн (168 §). Сідз, мѡдам кѡ точностьсѡ босѡтны ѡтѡк сотѡйѡдз, то

$$3,141592653 \dots$$

дробь туйо босытам приближенне 3,14 (недостатокон); а кызди вопрос условиез съорті тоностыс колө отік тысячнөйөдз, сэк босытам 3,142 (избытокон).

178. Периодическөй дроббес. Бесконечнөй десятичнөй дробь, көдалон отік либо кынымкө цифра неизменнөй повторяйтчыны отік и сія жө последовательностьын, шусь *периодическөй* десятичнөй дробон, а повторяйтчан цифраэзлон совокупностыс шусь эта дробь *периодон*.

Периодическөй дроббес овлөны *чистөйөсь* и *сорабсь*. Чистөй периодическөй дробон шусь сэтшөм, көдалон периодыс пондөтчө сэкжө запятөй бөрас, например 2,363636...; сорабн—сэтшөм, көдалон запятөй коласын да первөй период коласын эм отік нето кынымкө цифра, көдна озө повторяйтчө, например 0,5232323... Периодическөй дроббесө сокращеннөй гижөны сідз:

$$\begin{array}{l} 2,3636 \dots \text{ туйө гижөны : } 2,(36) \\ 0,52323 \dots \dots \dots 0,5(23), \end{array}$$

мөднөж шуөмон, периодеө пыртөны екобказө.

179. Бесконечнөй десятичнөй дробь, көда лоө обыкновеннөй дробь пөртөм дырни, должен лоны периодическөйон. Убедитчам эта свойствоын кытшөм-нибудь пример вылын. Ась

миянлө колө дробь $\frac{19}{7}$ пөртны десятичнөйө. Сідз кызд знаменатель 7 абу составитөма 2 да 5 босытаннызись и сетөм дробыс оз сокращайтчы, то сія оз вермы пөртчыны конечнөй десятичнөй дробө. Сідзкө, сія пөртчө бесконечнөй десятичнөй дробө. Медбы полчитны сылсь кынымкө первөй десятичнөй знак, пондам 19 юкны 7 вылө. Сідз кызд юкөмыс оз вермы кончитчыны

$$\begin{array}{r} 19 \quad | \quad 7 \\ \hline 50 \quad 2,71428571\dots, \\ \hline 10 \\ \hline 30 \\ \hline 20 \\ \hline 60 \\ \hline 40 \\ \hline 50 \\ \hline 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

то коляннэс долженөсь лоны өддбөн уна. Но коляннэс көтькөр юканься учөтжыкөсь; сийон *быдкодь* коляннэс оз вермө лоны унажык кваться; энася: 1,2,3,4,5,6. Этаись петө, что юкөмсө керны кө одзлань, то коляннэс быль пондасө повторяйтчыны. Действительно, сизимөт коляныс лоө сэтшөм жө, кызд и первөйыс. Но кызди повторитчис коляныс, то, сы дынө нуль гижөм бөрын, мийө полчитам сэтшөм жө юксян, кытшөм вөлі одзжык (50); сідзкө, частнөяс пондасө петны ния жө цифраэс, кытшөмөсь вөлісө одзжык, мөднөж шуөмон частнөяс петас периодическөй дробь. Миян примерын периодыс пондөтчис запя-

тѡй бѡрас первой цифрасянь, и сійѡн петіс чистой периодической дробь. Мѡдік примеррезын вермас лоны, что периоды пондѡтчас не первой цифрасянь, а, шум, куимѡтссянь нето кытшѡм-нибудь мѡдік цифрасянь; сѡк петас сѡра периодической дробь.

IV. ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДРОББЕЗ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОББЕЗѢ ПѢРТѢМ.

180. Предварительной замечаніе. 179 §-ын мийѡ адзылім, что простой дробѡ десятичной дробѡ пѡртѡм дырни кѡтъкѡр петѡ десятичной дробь либо конечной, либо периодической. Оні ась лѡѡ мѡднѡж, сѡтѡм периодической десятичной дробь, и мянлѡ колѡ тѡдны, кытшѡм сія простой дробыс, кѡдѡ тор-йѡтѡм дырни петѡ сѡтѡм периодической дробыс. Эта понда перво видѡтам, кытшѡм периодической дроббес петѡны сѡтшѡм обыкновенной дроббес пѡртѡмсянь, кѡдналѡн числительыс единица, а знаменательыс цифра 9, кѡда гижѡм ордчѡн ѡтпырись нето унаись, например $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ и сідз одз.

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{9} & \\ \hline 10 & 0,111... \\ \hline 10 & \\ \hline 1 & \\ \hline 1 & \\ \hline 9 & = 0,(1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{99} & \\ \hline 100 & 0,0101... \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\frac{1}{99} = 0,(01)$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{999} & \\ \hline 1000 & 0,001001... \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\frac{1}{999} = 0,(001).$$

Энѡ юкѡммесѡ видѡтѡмись кокнит петкѡтны, что сѡтшѡм периодической дроббезын периоды состоитѡ либо единицаись, либо нуллеза единицаись, и периодас цифразе сымда, кыны-мись дробь знаменательын повтѡряйтѡ цифра 9.

181. Чистой периодической дробь обыкновенной дробѡ пѡртѡм. Ась мянлѡ колѡ адзыны обыкновенной дробь, кѡда-ись лѡѡ чистой периодической 0,2323... Эта понда этѡ периоди-ческой дробѡ сравнитамѡ мѡдік, простойжык дробкѡт, кѡдалѡн периодас сыным жѡ цифра, но сія состоитѡ нуллеза единицаись:

$$0,232323...$$

$$0,010101...$$

Первой дробын: 23 сотѡй 23 десятитысячной 23 миллионной и с. одз.; мѡд дробас: 1 сотѡй 1 десятитысячной 1 миллионной и с. одз. Сідзкѡ, первой дробын быдѡс эна разряддзѡіс десятичной доляес 23-ись унажыкѡс, нежели мѡдас. Сійѡн, ежели эм обыкновенной дробь, кѡдѡ пѡртѡмсянь лѡѡ периодической 0,(23), то сія должен лоны 23-ись ыджытыжык обыкновенной дробысся, кѡдаись петѡ 0,(01)¹; но 0,(01) дробыс, кыз мийѡ

¹ Эта утверждѡннѡіс стрѡгойжык обоснованнѡс видѡтѡ 189 §-ын.

адззылім, петö $\frac{1}{99}$ -ісь; сідзкө, дробь 0,(23) должен петны $\frac{23}{99}$ -ісь. И действительно:

$$\begin{array}{r} 23 \quad | \quad 99 \\ 230 \quad 0,23... \\ \hline 198 \\ 320 \\ 297 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\frac{23}{99} = 0,232323... = 0,(23).$$

Правило. Медбы чистöй периодическöй дробь пöртны обыкновеннöй, колö сылісь периодсö керны числительнö, а знаменательнöи гижны цифра 9 сынымись, кыным цифра периодас.

Примеррез: 1) $0,(7) = \frac{7}{9}$; 2) $2,(05) = 2\frac{5}{99}$;

$$3) 0,(063) = \frac{63}{999} = \frac{7}{111}.$$

182. Сора периодическöй дробь обыкновеннöй дробö пöртм. Ась колö адззыны обыкновеннöй дробь, кöдансь петö сора периодическöй 0,3(52). Эта понда сетöм дробын запятöйсö вуджöтам öтик места сайö веськытланьö; сэк получитам чистöй периодическöй дробь 3,(52), кöда петö обыкновеннöй $3\frac{52}{99}$ дробись. Но, веськытланьö öтик знак сайö запятöйсö вуджöтöмөн, мийö дробсö ыждöтимö 10-ісь; сідзкө, $3\frac{52}{99}$ дробыс лoас 10-ісь ыджытжык сія дробся, кöдансь лoас дробь 0,3(52). Сійöн, медбы адззыны кошшан дробсö, колö $3\frac{52}{99}$ юкны 10 ылö. Сідзкө,

$$0,35252... = 3,(52) : 10 = 3\frac{52}{99} : 10 = \frac{349}{99} : 10 = \frac{349}{990}.$$

И действительно,

$$\begin{array}{r} 349 \quad | \quad 990 \\ 3490 \quad 0,352... \\ \hline 2970 \\ 5200 \\ 4950 \\ \hline 2500 \\ 1980 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\frac{349}{990} = 0,3525252... = 0,3(52).$$

Сора периодическôй дробсô обыкновеннôй дробô пöртöм понда позô петкöтны öддöн удобнôй правило; эта понда видзö-там, кыз позô сора число $3\frac{52}{99}$ юкны 10 вылö. Перво сора числосô пöртам неправильнôй дробô. Эта понда колö 3 босътны 99 вылö да сыбöрын содтыны 52. Но, сы туйö, медбы 3 босътны 99 вылö, мийö вермам 3 босътны 100 вылö и результатесô учöтсöтны 3 вылö. Сидзкö,

$$3\frac{52}{99} = \frac{3 \cdot 99 + 52}{99} = \frac{3 \cdot 100 - 3 + 52}{99}.$$

Сы туйö, медбы чинтны 3, а сыбöрын содтыны 52, позô перво содтыны 52, а сыбöрын чинтны 3. Сидзкö,

$$3\frac{52}{99} = \frac{3 \cdot 100 + 52 - 3}{99} = \frac{352 - 3}{99}.$$

Кольчö этö дробсô учöтсöтны 10-исъ, мöднëж шуöмөн сы знаменатель дынö гижны нуль; сэк мяян лоас сiя обыкновеннôй дробыс, кöдансъ лöö периодическôй 0,3 (52) дробыс. Сидзкö,

$$0,35252... = \frac{352 - 3}{990} = \frac{349}{990}.$$

Одззакъ моз баиткö адззам, что:

$$0,26444... = \frac{264 - 26}{900} = \frac{238}{900} = \frac{119}{450},$$

$$5,7888... = \frac{578 - 57}{90} = \frac{521}{90} = 5\frac{71}{90},$$

нето

$$5,7888... = 5\frac{78 - 7}{90} = 5\frac{71}{90}.$$

Правило. Медбы сора периодическôй дробь пöртны обыкновеннôй, эта понда колö мöд период одзын сулалан числоисъ чинтны число, кöда сулалö первöй периодöдз, и лööm разностьсô босътны числительöн, а знаменательöн гижны цифра 9 сынымись, кыным цифра периодас, сыным нульöн, кыным цифра запятöй да период коласын.

183. Кытшöм обыкновеннôй дроббес пöртчöны чистöй периодическôйезö и кытшöмбось—сораэзö. Мийö тöдам ни, что кöть кытшöм обыкновеннôй дробь, кöр сiйö пöртам десятичнôй, сетö либо конечнôй, либо периодическôй десятичнôй дробь. Мийö сидзжö тöдам, кытшöм случайезын петö конечнôй и кöр—периодическôй десятичнôй дробь. Öнi мийö тöдам, кытшöм случайезын периодическôй дробыс лоас чистöйöн и кöр—сораöн. Эта дырни правилöс, кöднö мийö мыччалам, лоасö висьталöмсь одзланься параграффезын; эстөн мийö вайöтам только кынымкö предварительнôй соображеннö, кöдна баитöны эна правилöз понда.

1. Обыкновенной дробь, кóдалон сократитом бóрын знаменателяс 2 да 5 босьтанныс абубсь, пóртчó чистой периодической дробё.

Например:

$$\frac{3}{7} = 0, (428571); \quad \frac{2}{3} = 0, (6); \quad \frac{5}{11} = 0, (45).$$

Действительно, óткó, сэтшóм дробице должен пóртчыны кытшóм-нибудь периодической дробё (179 §); мóдкó, эта периодической дробице оз вермы лоны сораóн, сийóн что сора периодической дробице, кыз мийó адззылím, пóртчó сэтшóм обыкновенной дробё, знаменателяс кóдалон эмóсь 2 да 5 босьтанныс. Сидзкó, сэтшóм дробице должен пóртчыны чистой периодической дробё.

2. Обыкновенной дробь, кóдалон сократитом бóрын знаменателяс óтлаын мóдík босьтанныэкóт эмóсь 2, нето 5, нето кынан босьтаныс, пóртчó сора периодической дробё.

Например:

$$\frac{35}{42} = \frac{5}{6} = 0,8 (3); \quad \frac{8}{15} = 0,5 (3);$$

$$\frac{119}{450} = 0,26 (4) \text{ и сидз одз.}$$

Действительно, óткó, сэтшóм дробице должен пóртчыны кытшóм-нибудь периодической дробё; мóдкó, эта периодической дробице оз вермы лоны чистойóн, сийóн что чистой периодической дробице, кыз мийó адззылím, лó сэтшóм обыкновенной дробсянь, кóдалон знаменателяс абубсь 2 да 5 босьтанныс. Сидзкó, сэтшóм дробице должен пóртчыны сора периодической дробё.

Периодической дроббес теориялон обоснованнё.

184. *Замечаннё.* Периодической дроббесó обыкновенной дроббесó пóртóм-лón одзза изложеннёс не быдсón стрóгий; сынн, колó висьтавны, лэдзсё (181 §), что быд содтаныс кынымиськó ыждас кó, то сынымись жó ыждас и суммаис. Óтò предложённёс, кóда быдсón обоснованной содтанныз *конечной* числа суммааз понда, оз позь применити особóй доказательствóтòг содтанныз *бесконечной* числа суммааз дыаó (сэтшóмбс быдсё периодической бесконечной дроббес).

Периодической дроббеслón стрóгий теорияс основанной предел йылís понятие вылын. Висьталамó дженытика óтò теорияс.

185. Числóз последовательностьлón предел. Ась сэтóм $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ числóзлón бесконечной последовательность. Пондамó a числóс шуны эта последовательность *пределón*, ежели $a_n - a$ разностьс абсолютной величина сбóрти лó быдсё ыджытжык n понда кыз позьó учóтón.

Сидз,

$$1 + 1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{3}, \dots, 1 + \frac{1}{n}, \dots,$$

числóз последовательностьлón пределыс лó числó 1, сийóн что разностьс

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right) - 1 = \frac{1}{n}$$

лó быдсё ыджытжык n понда кыз позьó учóтón.

186. Бесконечной десятичной дробью мийо босьтам ко кынымко первой десятичной знак, а модиккесо чапкам, то лоас конечной десятичной дробь, кодо мийо пондам шуны сетом бесконечной дробьюс отрезокон.

Сидз, дроббес

0,8; 0,83; 0,833; 0,8333; и с. одз.

лобны бесконечной 0,8 (3) периодической дроблон отрезоккесон. Вообще, коть кытшом бесконечной десятичной дроблон эм отрезоккеслон бесконечной последовательность; эта дырни эна отрезоккесизь быд отрезокыс эм конечной десятичной дробь.

1-й теорема. Обыкновенной дробь, кода портчо бесконечной десятичной дробь, лоэ эта бесконечной десятичной дробь отрезоккес последовательностьлон предел.

Доказательство. Быль эд, мийо тодам, что получитом бесконечной десятичной дроблон первой отрезокыс (моднэж шуомон, кода кончайтчо первой десятичной знакон) сетом простой дробь съорті нейткодь $\frac{1}{10}$ выло

етшажыкись; мод отрезокыс сы съорті нейткодь $\frac{1}{100}$ выло етшажыкись; куймотыс — $\frac{1}{1000}$ выло етшажыкись; и сидз одз. Сийон коть кытшом отрезок, кода босьтом тырмөмви уна знаккесон, сетом простой дробь съорті лоас нейткодь кыз позьо етша; но предел определеннэ съорті эта и лоэ, что сетом простой дробьюс эм отрезоккес последовательностьлон предел сия бесконечной десятичной дроблон, кодао сия торйөтчо.

187. 2-й теорема. Кыз обыкновенной дробь ас коласаныс равчойбось ко, то ния портчоны өтик и сия жэ десятичной дробь (конечной либо бесконечной).

Доказательство. Ась $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ дроббес равчойбось. Висьталам, что нийо десятичной дроббесө порткө (числительсө знаменатель выло юкөмон), мийо сувтчим тысячной доляэз вылын. Сэк мийо тодам тысячнойеэзизь медыджыт число, кода эм $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ кыкнан дробас (сидз кыз, частнойсө коть бы 1 тысячной выло ыждөтөмсянь, мийо получитим бы унажык, нежели колө правильной юкөм дырни). Но условиыс съорті $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ дроббес равчойбось; сидзкө, тысячной доляэзлон медыджыт числыс, кода эм быд дробас, должен лоны өтик и сия жэ. Сидзкө, кыкнан десятичной дроблон куйм первой десятичной знакыс, кодна лобны $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ дроббес портөмсянь, долженөс лоны өткодьөс. Сидзжө байтөмон убелитчам, что десятичной знаккеслон лобой число должен лоны өтыжда; моднэж висьталөмон, кыкнан дробьюс долженөс лоны совсем өткодьөс.

188. 3-й теорема (одзансөл обратнөй). Кыдзи кыз обыкновенной дробь портчоны өтик и сия жэ десятичной дробь (конечной либо бесконечной), то ния равчойбось.

Доказательство. Ась $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ дроббес портчоны өтик и сия жэ десятичной N дробь. Кыдзи эта дробьюс конечной, то мян лоасө точной равенствөз:

$$\frac{a}{b} = N \text{ и } \frac{a_1}{b_1} = N;$$

сидзкө,

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}.$$

А N дробьюс бесконечной ко, то $\frac{a}{b}$ да $\frac{a_1}{b_1}$ дроббесизь быдыс равняйтчө N

дробись отрезоккез последовательность пределлō и, сідзкō,

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}.$$

189. 4-ѳт теорема. Чистōй периодическōй дробь отрезоккез последовательностьлōн эм предел, равнōй обыкновеннōй дроблō, числительыс кōдалōн эм разность число коласын, кōда сулалō мōд периодддз, и число коласын, кōда сулалō первōй периодддз, а знаменательыс—цифра 9, кōда гижōма свѳрсьбн-бѳрсьбн сынымись, кыным цифра периодас.

Доказательство. Босьтам, например, чистōй периодическōй дробь $7,2323 \dots$. X_n буквабн обозначитам эта дробльсь отрезок, кōдаѳ пырōны n периодддз, мōднѳж висьталам сідз:

$$\overbrace{7,23 \ 23 \dots 23}^n = 7 + \frac{23}{100} + \frac{23}{100^2} + \dots + \frac{23}{100^n} = X_n.$$

Эта равенстволсь кыкнан частью босьтам 100 выдō:

$$\overbrace{723,23 \ 23 \dots 23}^{n-1} = 723 + \frac{23}{100} + \frac{23}{100^2} + \dots + \frac{23}{100^{n-1}} = 100X_n.$$

Эта равенствоись чинтам кō одззасѳ, адззам:

$$723 - 7 - \frac{23}{100^n} = 99X_n;$$

кысянь

$$\frac{723 - 7}{99} - \frac{23}{100^n \cdot 99} = X_n,$$

либо

$$\frac{723 - 7}{99} - X_n = \frac{23}{100^n \cdot 99}.$$

Медбѳрья равенствосис тыдалō, что ежели n периодддзлōн числоыс ыждō, то пырся число $(723 - 7) : 99$ да X_n число коласын разностьыс керсьѳ да кольччō любѳй сетѳм числося учѳтжык (кытшѳм бы учѳт эта числоыс эз бѳв); а эта лѳб, что

$$\text{предел } X_n = \frac{723 - 7}{99} = 7 \frac{23}{99}.$$

Этѳ пределсѳ получитам спосѳбись тыдалō, что 723 эм число, кōда сулалō мōд периодддз, а 7—число, кōда сулалō первōй периодддз; сідзкō, числительыс удовлетворяйтѳ сылō, мыѳ йылсь бантьсѳ теоремаас. Знаменательыс сідзжѳ удовлетворяйтѳ теоремалō, сідз кызд цифра 9 боссьѳ сынымись, кыным цифра периодас.

Висьталам, что периодическōй дробльсь быдса числосѳ мийѳ верним бы сы дынись торйѳтны, мōднѳж шуѳмѳн гижны сідз:

$$\text{предел } 7,(23) = 7 + \text{предел } 0,(23) = 7 + \frac{23}{99} = 7 \frac{23}{99}.$$

190. 5-ѳт теорема. Сѳра периодическōй дробь отрезоккез последовательностьлōн эм предел, кōда равняйтѳ обыкновеннōй дроблō, кōдалōн числительыс эм разность число коласын, кōда сулалō мōд периодддз, и число коласын, кōда сулалō первōй периодддз, а знаменательыс—цифра 9, кōда гижѳм ордѳн сынымись, кыным цифра периодас, конецас сыным нульѳм, кыным цифра запятѳй да первōй период коласын.

Доказательство. Босьтам сѳра периодическōй дробь, например, сѳтшѳмѳ:

$$8,52(375),$$

Да бѣра висѣталам:

$$\overbrace{8,52375 \ 375 \dots 375}^n = 8 + \frac{52}{100} + \frac{375}{100 \cdot 1000} + \frac{375}{100 \cdot 1000^2} + \dots + \frac{375}{100 \cdot 1000^n} = X_n.$$

Эта равенстволісь кыкнан частысѣ босѣтам 100 вылѣ, а сыбѣрын мѣдпыра босѣтамѣ 100 - 1000 вылѣ, и мяня лѣас:

$$852 + \frac{375}{1000} + \dots + \frac{375}{1000^n} = 100X_n;$$

$$852 \ 375 + \frac{375}{1000} + \dots + \frac{375}{1000^{n-1}} = 100 \ 000X_n.$$

Медбѣрья равенстволісь одзасѣ чынтѣм бѣрын, адзасѣм:

$$852 \ 375 - 852 - \frac{375}{1000^n} = 99 \ 900X_n;$$

жысянь

$$\frac{852375 - 852}{99900} - \frac{375}{1000^n \cdot 99900} = X_n,$$

либо

$$\frac{852375 - 852}{99900} - X_n = \frac{375}{1000^n \cdot 99900}.$$

Медбѣрья равенстволісь тыдалѣ, что кѣр n -ыс бѣдымѣ неограниченныя, то

$$\text{предел } X_n = \frac{852375 - 852}{99900} = 8 \frac{52323}{99900}.$$

Периодическѣй дроблѣсь бѣдѣа числѣсѣ мѣйѣ вермим бы и эстѣн сы ды-
нѣсь торѣйтны, мѣднѣж шубѣмѣн гѣжны сѣдѣ:

$$\text{предел } X_n = 8 + \text{предел } 0,52(375) = 8 + \frac{52375 - 52}{99900}.$$

Примерре:

$$1) \ 2,(05) = \frac{205 - 2}{99} = \frac{203}{99} = 2 \frac{5}{99}.$$

$$2) \ 0,(063) = \frac{63}{999} = \frac{7}{111}.$$

$$3) \ 0,26(4) = \frac{264 - 26}{900} = \frac{238}{900} = \frac{119}{450}.$$

$$4) \ 5,7(8) = \frac{578 - 57}{90} = \frac{521}{90} = 5 \frac{71}{90}, \text{ либо } 5,7(8) = 5 \frac{78 - 7}{90} = 5 \frac{71}{90}.$$

191. *Замечаніе.* 4-ѣт да 5-ѣт теоремаз мыччалѣны, что бѣд периодическѣй десятичнѣй дробѣ отрезокѣз последовательностылѣн пределнас овлѣ кы-
тшѣмѣ обыкновеннѣй дробѣ. Эстѣсь 1 теорема сѣртѣ лѣб, что вообще зм кѣ
сѣтшѣм обыкновеннѣй дробѣ, кѣда торѣйтѣсѣ сѣтѣм периодическѣй дробѣ, то
эта обыкновеннѣй дробѣс равняйтѣс сѣтѣм периодическѣй дробѣ пре-
деллѣ.

Но одзасѣа теоремаз сѣртѣ эшѣ оз туй висѣтавыны, что бѣд периодическѣй дробѣ понда адзясѣас сѣтшѣм обыкновеннѣй дробѣ, кѣда сыѣ торѣйтѣсѣ.
И бѣлѣ эд, кыдз мѣйѣ часѣт адззылам, не бѣд периодическѣй дробѣ понда
эта лѣб вернѣйѣн.

192. *6-ѣт теорема.* Сѣтѣм периодическѣй дроблѣн периодѣс состоитѣ
кѣ ѣтѣк цифра 9-исѣ, то абу сѣтшѣм обыкновеннѣй дробѣ, кѣда бѣ торѣ-
йтѣчис сѣтѣм периодическѣй дробѣ. Бѣдѣс мѣдѣк случаетѣзын сѣа обыкно-
веннѣй дробѣс, кѣда овлѣ периодическѣй дробѣ отрезокѣзлѣн сѣтѣм по-
следовательностѣ пределлѣн, торѣясѣсѣ сыѣ.

Эта лоб, что ежели мийö гижам любöй (чистöй нето сора) периодическöй дробь, только мед сылөн периодыс эз вöв öтик девяткамсь, мийö кöтькөр вермам адззыны обыкновеннöй дробь, кöда бы торйöтчис сетöм периодическöй дробь; мöднөж, периодическöй дробь, кöдалөн периодыс цифра 9, оз вермы лоны некытшöм периодическöй дробь торйöтмөн.

Доказательство. 1) Ась сетöм любöй периодическöй дробь, кöдалөн периодыс 9, например 5,28(9). Ежели бы вöли обыкновеннöй дробь, кöда десятичнöй торйöтöм дырни сетис 5,28(9), то кызд мийö тöдамö, эта обыкновеннöй дробыс должен вöли бы равняйтчыны сетöм периодическöй дробь отрезоккес последовательность пределö; но 5,28(9) дробь понда эта пределыс 5-öt теорема сьöртi то кытшöм

$$\frac{5289 - 528}{9 \cdot 10^2} = \frac{5280 + 9 - 528}{9 \cdot 10^2} = \frac{528 \cdot 10 - 528 + 9}{9 \cdot 10^2} = \frac{528 \cdot 9 + 9}{9 \cdot 10^2} = \frac{528 + 1}{10^2},$$

мöднөж шубöмөн дробь, кöда знаменательлөн мöдик простöй босьтанныс, 2-ся да 5-ся, абуöсь; а сэтшöм обыкновеннöй дробыс, кызд мийö тöдам, торйöтöм конечнöй, а не периодическöй десятичнöй дробь. Мийö докажитимö примерөн (медбы буржыка тыдалис), но эта баитöмыс, тыдалö, кольччö вернöйөн 9 периода любöй периодическöй дробь понда.

2) Ась öнi сетöм периодическöй дробь сэтшöм периодөн, кöда состоитö либо кынымкö цифрансь, либо öтик цифрансь, кöда 9-кöt неöткодь, например 7,(23). 4-öt теорема докажитикö мийö баитимö:

$$\overbrace{7,2323 \dots 23}^n = X_n$$

и адззылимö, что көр n -ыс быдмö,

$$7 \frac{23}{99} = \frac{723 - 7}{99} = X_n \text{ пределö;}$$

точнöйжыка, миян сэтчин вöли

$$\frac{723 - 7}{99} - X_n = \frac{23}{100^n \cdot 99} < \frac{1}{100^n},$$

сидз кызд $\frac{23}{99} < 1$ (именно эта медбöрья неравенствоыс, кöда кольччö вернöйөн любöй, 9-кöt неöткодь период понда керö познаян частнöй пример понда вайöтöм рассуужденнöсь ласькöтны көгь кытшöм дроббөз вылö, кöдалөн периодыс 9-кöt неöткодь). Но эта лоб, что конечнöй десятичнöй дробь X_n , кöдалөн знаменательыс 100^n , число $\frac{723 - 7}{99}$ понда лоб приближеннöй точ-

ностьөн $\frac{1}{100^n}$ -öдз (недостатокөн); сэтшöм приближеннөзнас лобны, кызд мийö тöдамö, ния отрезоккес, кöдна петöны сетöм числосö десятичнöй дробь торйöтöм дырни; сидзкө, X_n эм $\frac{723 - 7}{99}$ число торйöтöмлөн отрезок; а сидз кызд

n -ыс произвольнöй, то $\frac{723 - 7}{99}$ числөлөн десятичнöй дробь торйöтöмыс действительно öтвыдасьö сетöм 7,(23) периодическöй дробькöt.

193. Следствиез. 1) Обыкновеннöй дроблөн, кöда пöртчö чистöй периодическöй, сократитöм бöрас знаменательын 2 да 5 босьтанныс абуöсь, сидз кызд 4-öt теорема сьöртi сиз кöтькөр вермас лоны мыгчалöм числон, кöда кончайтчö цифра 9-өн и сийөн оз вермы юксыны не 2 вылö, не 5 вылö, сидзжө дробьсö сократитöм бöрын сыын эна босьтанныс озö вермö лоны.

2) Обыкновеннöй дробь, кöда пöртчö сора периодическöйö, знаменательлөн эм босьтан 2, либо 5, либо öтыс и мöдыс öтлаын.

Действительно, эта знаменательыс 5-öt теорема сьöртi вермас лоны мыгчалöм числон, кöда кончайтчö нульөн, а сийөн юксьö и 2 вылö и 5 вылö. Эна кыкнан босьтаныс вермисö бы сократитчыны числительыскöt только сэк, көр числительыс кончайтчис бы нульөн. Но числительыс лоб первöй перио-

дѣдз сулалан числосѣ мѣд периодѣдз сулалан числосѣ чинтѣмѣянь; сѣдз кыдз периодлѣн медбѣрья цифраыс оз вермы лоны ѳткодѣн периодѣдз медбѣрья цифракѣт (ежели периодыс пондѣтѣм колан мѣстасянь), то числительыс оз вермы кончайтчыны нульѣн. Сѣйѣн и сократитѣм бѣрас (ежели сѣйѣ позѣб жерны), знаменателяс кольччас либо бѣсѣтан 2, либо 5, либо ѳтыс и мѣдыс ѳтлаын.

3) *Обыкновенной дробь, кѣда знаменательлѣн 2 да 5 бѣсѣтанныс абу-ѣсь, пѣртѣб чистой периодической дробѣ.*

Например:

$$\frac{3}{7} = 0,(428571); \quad \frac{2}{3} = 0,(6); \quad \frac{5}{11} = 0,(45).$$

Действительно: 1) сѣтшѣм дробыс должен пѣртчыны кытшѣм-нибудѣ периодической (179 §); 2) ѣта периодической дробыс оз вермы лоны сораѣн, сѣйѣн что сора периодической дробѣ, кыдз мийѣ адззылѣм, вермас пѣртчыны только сѣтшѣм обыкновенной дробѣ, кѣдалѣн знаменателяс ѣмѣсь 2 да 5 бѣсѣтанныс. Сѣдзкѣ, сѣтѣм дробыс должен пѣртчыны чистой периодической дробѣ.

4) *Обыкновенной дробь, кѣдалѣн сократитѣм бѣрас знаменателяс ѳтлаын мѣдѣк бѣсѣтаннысзкѣт ѣм 2 нетѣ 5 (либо кыкнан) бѣсѣтаныс, пѣртѣб сора периодической дробѣ.*

Например:

$$\frac{35}{42} = \frac{5}{6} = 0,8(3); \quad \frac{8}{15} = 0,5(3); \quad \frac{119}{450} = 0,26(4) \text{ и с. ѳдз.}$$

Действительно: 1) сѣтшѣм дробѣ должен пѣртчыны кытшѣм-нибудѣ периодической; 2) ѣта периодической дробыс оз вермы лоны чистойѣн, сѣйѣн что чистой периодической дробыс, кыдз мийѣ адззылѣм, лѣб только сѣтшѣм обыкновенной дробыс, кѣдалѣн знаменателяс абуѣсь 2 да 5 бѣсѣтанныс. Сѣдзкѣ, сѣтѣм дробыс должен пѣртчыны сора периодической дробѣ.

I. ПРОПОРЦИЯЭЗ.

194. Пропорцияэз. *Кык отношеннёлён равенство шусё пропорцияён. Сідз, равенствоэз*

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad \frac{10}{2\frac{1}{2}} = \frac{1\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}, \quad \frac{3\frac{1}{2} \text{ кг}}{5 \text{ кг}} = \frac{\frac{1}{2} \text{ м}}{\frac{5}{7} \text{ м}}$$

лообны пропорцияэзён. Энё пропорцияэсё позёо гижны и сідз:

$$3 : 4 = 9 : 12, \quad 10 : 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{3} : \frac{1}{3} \text{ и сідз одз.}$$

Кыввезён энё пропорцияэсё лыддьётёны сідз: 3 *относитчё* 4 *дынё*, *кыдз* 9—12 *дынё*; 10 *относитчё* $2\frac{1}{2}$ *дынё*, *кыдз* $1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ *дынё*, и сідз одз. Пропорция составляйтан кык отношеннёись быд членые вермасё лоны либо отвлечённой числоэзён (кыдз первёй кык примерас), либо ётік и сія жё наименованнёа (кыдз куймёт примерас) нима числоэзён. Медбёрья случаяе вермас лоны, что первёй отношеннёись членнэзлён наименованнёые ётік (например килограммез), а мёд отношеннёись членнэзлён—совсем мёдік (например метррез); эта дырни кык отношеннёись быд числоые эм отвлечённой число, и пропорцияыс аснас представляйтё эна кык отвлечённой числоэзлісь равенство.

Быд пропорциялён, сідзкё, эмёсь кык одзланься да кык бёрланься член. Отношеннёэзлён членнэз, кёдна составляйтёны пропорциясё, шусёёны сідзжё *пропорция членнэзён*. Пропорцияын

$$3 : 4 = 9 : 12 \quad (1)$$

3 да 12 членнэз шусёёны *дориссезён*, 4 да 9 членнэз—*шёриссезён*. Пропорция членнэзісь быд членёб шубёны мёдік куйм член дынё *нёлёт пропорциональнён*.

195. Пропорцияэзлён основнёй свойство. Эта параграфын мийё пондам баитны только сэтшём пропорцияэз йылісь, кёдналён быдёс членнэз—отвлечённой числоэз.

$$\text{Видзётам пропорция } \frac{3}{4} = \frac{9}{12};$$

кык равной отношеннейс быдсё босьтам отик и сия жё число $4 \cdot 12$ выло, моднёж шуёмон бөрланись членнэз произведеннё выло; этасянь лооны бёра равной числоаз:

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 12}{4} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 12}{12},$$

либо, сократитом бёрын,

$$3 \cdot 12 = 9 \cdot 4.$$

Эта равенствоыс мыччалё, что

пропорция дорись членнэзлөн произведеннёыс равняйтчё сы шёрись членнэз произведеннёлө.

Но конит убедитчыны, что и моднёж, нель число, кодна бёриймось сідз, что ны коласись кыкыслөн произведеннёыс равняйтчё модик кык число произведеннёлө, коть көр лооны пропорция членнэзлөн.

Быль эд, босьтам, шуам, равенство

$$4 \cdot 15 = 3 \cdot 20;$$

сылись кыкнан частьсё $15 \cdot 3$ произведеннё выло юком бёрын да сократитом бёрын адззам:

$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15};$$

мийё вермим бы сетом равенстволись кыкнан частьсё юкны и модик произведеннёз выло, шуам $4 \cdot 3$ выло, $4 \cdot 20$ либо $15 \cdot 20$ выло и, сідзкө, получитны кынымкө неёткодь пропорция.

Эта правилоис единственной исключеннё овло сэк, көр кык произведеннейс отас (либо кыкнанас) кыкнан босьтаныс—нулез, например $0 \cdot 5 = 0 \cdot 0$; эта случайын сетом числоазись, тыдалө, пропорциясё составитны оз туй, сійөн что сэтшөм пропорцияын бөрланись членнэзись коть отыс должен вёлі бы лоны нульон, мый, кызд мийё тодам, лоны оз вермы.

Общөй видөн $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ пропорциялөн основнөй свойствоыс гижьсё сідз:

$$ad = bc.$$

Моднёж, $ad = bc$ равенствоись петө, что

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad \text{да} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

196. Основнөй свойстволөн следствиез. 1) Пропорциялөн быд дорись членыс равняйтчё шёриссез произведеннёлө, кода юком модик дорись член выло, и

пропорциялөн быд шёрись членыс равняйтчё дориссез произведеннёлө, кода юком модик шёрись член выло.

Эта сетө мянлө возможность адззавны пропорциялись неизвестнөй членсө, кызди сылөн мукөд 3 членыс известнөйбсь; шуам, пропорцияись

$$10 : x = 45 : 20,$$

кытён x -нас обозначитём пропорциялён шөрись неизвестной членые, адзам

$$x = \frac{10 \cdot 20}{45} = 4 \frac{4}{9}.$$

2) Пропорцияын членнэзлсь местаэз вежём. Быд пропорцияын позь вежлыны местаэс: 1) шөрись членнэзлсь, 2) дорись членнэзлсь и 3) дориссесё сувтётны шөриссез местаэ и шөриссесё—дориссез местаэ. Местаэзнысё сэтшөм вежөмсянь пропорцияыс оз дзугсы, сійөн что дорись да шөрись членнэз произведеннээз коласын равенствоыс оз дзугсы. Ась, например, миян эм пропорция:

$$1) 4 : 7 = 12 : 21.$$

Шөрись членнэзлсь местаэзнысё вежём бөрын миян лоас:

$$2) 4 : 12 = 7 : 21.$$

Эна пропорцияэзын быдас дорись членнэзлсь местаэс вежам; сэк миян лоасё эшө кык пропорция:

$$3) 21 : 7 = 12 : 4; \quad 4) 21 : 12 = 7 : 4.$$

Медбөрын, лоём нель пропорцияэзын быдас шөриссесё сувтөтам дориссез местаэ, а дориссесё—шөриссез местаэ, сэк полчитам эшө нель пропорция:

$$\begin{array}{ll} 5) 7 : 4 = 21 : 12; & 7) 7 : 21 = 4 : 12; \\ 6) 12 : 4 = 21 : 7; & 8) 12 : 21 = 4 : 7. \end{array}$$

Позис бы эна кыкымыс пропорцияын быдас вежны отношеннэзлсь местаэсё, мөднөж шүөмөн мөд отношеннэсё сувтөтны первөйыс местаэ, а первөйсё мөдыс местаэ, но этасынь виль пропорцияыс оз ло, этаын кокнит убедитчыны непосредственной. Шуам, 5-өт пропорцияын отношеннэзлсь местаэсё вежам кё, то миян лоас не виль пропорция, а 4-өт пропорцияыс. Сидзкё, пропорция членнэзлсь местаэсё быднөж вежөмөн өтік пропорция туйё позьё полчитны кыкымыс пропорция.

3) Пропорциясё проверитём. Сія жё основной свойство сьёрті, медбы проверитны пропорциясё, колё убедитчыны, что пропорцияын дорись членнэзлён произведеннэыс равняйтчө шөриссез произведеннёлө. Например, пропорция $4 : 7 = 868 : 1519$ верной, сидз кыз $1519 \cdot 4 = 868 \cdot 7$.

197. Шөрөт геометрической. Босьтам пропорция, кодаын шөрись членнэс өткөдөсё, например:

$$36 : 12 = 12 : 4.$$

Сэтшөм пропорциялөн повторыйтчан членые шусьё пропорцияыс мукөд кык членнэзлөн *шөрөт геометрической* числобн. Сидз, 12 эм шөрөт геометрической 36-лөн да 4-лөн.

Сидзкё, колё кё адзыны a да b числозлсь шөрөт геометрической, то, сійө x буквабн обозначитём бөрын, мийб вермам гижны пропорция:

$$a : x = x : b,$$

$$x^2 = av.$$

Сідзкѡ, кык сетѡм числолѡн шѡрѡт геометрической эм сѣтшѡм кумѡт число, кѡдалѡн квадраты равняйтѡ сетѡм числоз произведеннѡ¹. Например, шѡрѡт геометрической 25-лѡн да 4-лѡн равняйтѡ 10-лѡ, сійѡн что $10^2 = 25 \cdot 4$.

198. Шѡрѡт арифметической. Кынымкѡ сетѡм числозлѡн шѡрѡт арифметическойн шусѡ частнѡй, кѡда лѡѡ эна числозлѡс суммасѡ ны число вылѡ юкѡмсян. Например, нѣль числолѡн: 10, 2, 8, 12 шѡрѡт арифметическойн равняйтѡ:

$$\frac{10 + 2 + 8 + 12}{4} = \frac{32}{4} = 8.$$

Шѡрѡт арифметическойлѡн эм сѣтшѡм свойство, что сетѡм числозѡѡ ѡтлаалѡм дырни мѡйѡ ны коласѣс быд числосѡ вежам кѡ шѡрѡт арифметическойн, то эта вежѡмсян суммасѡ оз вежсы. Сідз, 10, 2, 8 да 12 числозлѡн суммасѡ 32 и $8 + 8 + 8 + 8$ суммасѡ сідзжѡ 32.

Висѣталам, например, что эта годѡ первѡй нѣль месяц сѡрна фабриклѡн производительностыс, сравнитны кѡ сійѡ чулалѡм год декабрь месяца производительностѡкѡт; ыждѣс: январын 10 000 руб вылѡ, февралын 2000 руб вылѡ, мартын 8000 руб вылѡ и апрелын 12 000 руб вылѡ. Сѣк позѡ висѣтавы, что эна 4 месяцѡ производительностѡлѡн шѡрѡт ыждѡмыс составляйтѡ месяцнас 8000 руб. Этѡ колѡ вежѡртны сідз, что 4 месяцѡ фабриклѡн производительностыс лѡис сѣтшѡм жѡ, кытшѡм вѡлѡ бы, ежели бы сѣя быд месяцѡ ыждѣс ѡтмымдаѡн, именно 8000 руб вылѡ.

Сідзжѡ часто байтѡны шѡрѡт доход ылысѣ, движеннѣ шѡрѡт скорость ылысѣ, населеннѣ шѡрѡт плотность ылысѣ и сідз ола. Быдѡс сѣтшѡм выраженнѣзас подразумевайтѡ, что сѣрнныс мунѡ шѡрѡт арифметической ылысѣ.

199. Производнѡй пропорцияз. Ѳтѣк пропорциясѡ позѡ полчитны кынымкѡ мѡдѣк пропорция, кѡдна шусѡбны прои з в о д н ѡ й пропорциязѡн. Эта дырни видѡбны тѡдвылын сѣтшѡм соображеннѣзс.

Босѣтам кытшѡм-нибудѡ отношеннѣ, например $21 : 7$. Отношеннѣ одзланыс член дынѡ пуктам кѡ бѡрланысѡ, а бѡрланысѡ колям вежтѡг, то полчитам виль отношеннѣ $(21 + 7) : 7$, кѡда, тыдалѡ, одззаысѣя ыджытжык 1 единица вылѡ. А одзланыс членсис чинтам кѡ бѡрланысѡ (ежели этѡ позѡ керны, кыз миян примерын), а бѡрланысѡ колям вежтѡг, то полчитам виль отношеннѣ $(21 - 7) : 7$, кѡда одззаысѣя уѡтѡжык 1 единица вылѡ.

Этѡ тѡдвылын видѡмѡн, босѣтам кытшѡм-нибудѡ пропорция:

$$21 : 7 = 30 : 10$$

и сыисѡ составитам виль пропорция то кыз:

$$(21 + 7) : 7 = (30 + 10) : 10. \quad (1)$$

Эта пропорциясѡ вернѡй, сійѡн что сын быд отношеннѣс ыджытжык сетѡм пропорция отношеннѣзсѣя ѡтѣк и сѣя жѡ число вылѡ, именно 1 единица вылѡ. Миянѡн составитѡм производнѡй пропорциясѡ позѡ висѣтавын сідз:

¹ Сідзкѡ, кык числолѡн шѡрѡт геометрическойн равняйтѡ сетѡм числоз произведеннѣс квадратнѡй вужлѡ.

первѡй отношеннѣ членнѣзлѡн сумма относитчѡ сы бѡрланись член дынѡ, кыдз мѡдік отношеннѣ членнѣзлѡн сумма относитчѡ сы бѡрланись член дынѡ.

Онѣ сетѡм пропорціяныс составитам то кытшѡмѡ:

$$(21 - 7) : 7 = (30 - 10) : 10. \quad (2)$$

Эта пропорціяныс вернѡй, сѣйѡн что сыын быд отношеннѣыс учѡтжык сетѡм пропорція отношеннѣеззся ѡтік и сѣя жѡ число вылѡ, именно 1 единица вылѡ. Миянѡн составитѡм мѡдік производнѡй пропорціясѡ позьѡ висѣтавыны сідз:

первѡй отношеннѣ членнѣзлѡн разность относитчѡ сы бѡрланись член дынѡ, кыдз мѡдік отношеннѣ членнѣзлѡн разность относитчѡ сы бѡрланись член дынѡ.

Эна кык производнѡй пропорціяын членнѣзлісь местаэсѡ вежлѡмѡн позьѡ получитны эшѡ мѡдік производнѡй пропорціяз. Сідз, первѡй производнѡй пропорціяын и сетѡм пропорціяын шѡрись членнѣзлісь местаэсѡ вежам

$$\begin{aligned} (21 + 7) : (30 + 10) &= 7 : 10; \\ 21 : 30 &= 7 : 10. \end{aligned}$$

Эна кык пропорціяын мѡд отношеннѣэс ѡткодьѡсь, сідзкѡ, первѡй отношеннѣэс долженѡсь лоны равнѡйѡсь:

$$(21 + 7) : (30 + 10) = 21 : 30.$$

Шѡрись членнѣзлісь местаэсѡ вежѡм бѡрын получитам:

$$(21 + 7) : 21 = (30 + 10) : 30. \quad (3)$$

Этѡ куимѡт производнѡй пропорціясѡ позьѡ висѣтавыны сідз: первѡй отношеннѣ членнѣзлѡн сумма относитчѡ сы одзланись член дынѡ, кыдз мѡдік отношеннѣ членнѣзлѡн сумма относитчѡ сы одзланись член дынѡ.

Мѡдік производнѡй пропорціяын и сетѡм пропорціяын шѡрись членнѣзлісь местаэсѡ вежам и получитам:

$$\begin{aligned} (21 - 7) : (30 - 10) &= 7 : 10; \\ 21 : 30 &= 7 : 10; \end{aligned}$$

кысянь

$$(21 - 7) : (30 - 10) = 21 : 30,$$

либѡ

$$(21 - 7) : 21 = (30 - 10) : 30. \quad (4)$$

Этѡ нѣльѡт производнѡй пропорціясѡ позьѡ висѣтавыны сідз: первѡй отношеннѣ членнѣзлѡн разность относитчѡ сы одзланись член дынѡ, кыдз мѡдік отношеннѣ членнѣзлѡн разность относитчѡ сы одзланись член дынѡ.

Первѡй да мѡдік производнѡй пропорціяззын шѡрись членнѣзлісь местаэсѡ вежѡм бѡрын получитам:

$$\begin{aligned} (21 + 7) : (30 + 10) &= 7 : 10, \\ (21 - 7) : (30 - 10) &= 7 : 10; \end{aligned}$$

кысянь

$$(21 + 7) : (30 + 10) = (21 - 7) : (30 - 10),$$

$$(21 + 7) : (21 - 7) = (30 + 10) : (30 - 10). \quad (5)$$

Этo витoт производнoй пропорциясo пoзбo висьтавны сiдз: пepвoй oтнoшeннe члeннeзлoн сyмма oтнoситчo ны разнoсть дынo, кыдз мoдiк oтнoшeннe члeннeзлoн сyмма oтнoситчo ны разнoсть дынo.

200. Равнoй oтнoшeннeзлoн сoйствo. Мыччалам эшo oтiк сoйствo, кoдa пpинадлeжитo нe тoлькo пpoпoрциялo, мoднeж шyoмoн кык oтнoшeннe равенствoлo, нo ж кyим, нeль и yнажык oтнoшeннeзз равенствoлo.

Бoсьтам кынымкo равнoй oтнoшeннe, шyам, сaтшoммeзo:

$$40 : 10 = 20 : 5 = 8 : 2 = \dots$$

Сiдз кыдз бьд oтнoшeннeын oдзланысь члeныс равняйтчo бoрланысьлo, кoдa бoсьтoм oтнoшeннe вылo, и сiдз кыдз миян пpимepын бьд oтнoшeннeыс равняйтчo 4, тo вepмaм гижны:

$$40 = 10 \cdot 4; \quad 20 = 5 \cdot 4; \quad 8 = 2 \cdot 4; \dots$$

Эна равенствoзлiсь шyльгaланысь и вeськытланысь частe-сo aскoласаныс oтлаалам. Тыдалo, чтo равнoй числoзз oтлаалoм-сянь мийo дoлжeнoсь пoлучитны и равнoй сyммаэз; сийoн

$$40 + 20 + 8 + \dots = 10 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + \dots$$

Эта равенствo вeськытланысь частьын 10, 5, 2 ... числoзсo тoрийoн бoсьтoны 4 вылo и лoм пpoизвeдeннeэсo oтлаалoны. Эта туйo пoзбo 10, 5, 2, ... числoзсo пepвo oтлаавны и сьбoрын сyм-мaсo сpазy бoсьтны 4 вылo. Сийoн миянoн пeткoтoм мeдбoрья равенствoсo мийo вepмaм гижны сiдз:

$$40 + 20 + 8 + \dots = (10 + 5 + 2 \dots) \cdot 4.$$

Эта равенствoлись кыкнан частeсo юкам $10 + 5 + 2 + \dots$ сyм-мa вылo, aтaсянь равенствoыс oз дзyгeсь, и мийo пoлучитaм:

$$(40 + 20 + 8 \dots) : (10 + 5 + 2 + \dots) = 4.$$

Но миянoн бoсьтoм равнoй oтнoшeннeэзiсь быдыс сiдзжo равняйтчo числo 4-лo, сiдзкo:

$$(40 + 20 + 8 + \dots) : (10 + 5 + 2 + \dots) = 40 : 10 = 20 : 5 = 8 : 2 = \dots$$

Ась вooбщe миян эмoсь кынымкo равнoй oтнoшeннe:

$$\frac{a}{e} = \frac{a_1}{e_1} = \frac{a_2}{e_2} \dots = g.$$

Сак

$$a = eg; a_1 = e_1g; a_2 = e_2g; \dots \text{ да сiдз oдз.}$$

Энo равенствoэсo oтлаалoм бoрын, пoлучитaм:

$$a + a_1 + a_2 + \dots = eg + e_1g + e_2g + \dots = (e + e_1 + e_2 + \dots)g.$$

oнi равенствoлись кыкнан частeсo юкам $e + e_1 + e_2 + \dots$ сyмма вылo, aтaсянь равенствoыс oз дзyгeсь:

$$\frac{a + a_1 + a_2 + \dots}{b + b_1 + b_2 + \dots} = g.$$

Но сетѳм отношеннѳзисѳ былыс сідзжѳ равняйтѳ г-лѳ; сідзкѳ,

$$\frac{a + a_1 + a_2 + \dots}{b + b_1 + b_2 + \dots} = \frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots$$

Сідзкѳ,

ежели кынымкѳ отношеннѳ ѳтамѳдныслѳ равнѳйѳсѳ, то нылѳн быдѳс одзланысѳ членнѳзлѳн суммаыс сідз относитѳ ѳыдѳс бѳрланысѳсз сумма дынѳ, кыдз кытшѳм-нибудѳ ѳтѳк одзланысѳ член относитѳ аслас бѳрланысѳ дынѳ.

Кѳтъ кытшѳм пропорция представляйтѳ аснас кык отношеннѳлыс равенство; сідзкѳ, мянѳн мыччалѳм свойствоыс принадлежитѳ кѳтъ кытшѳм пропорциялѳ.

II. ВЕЛИЧИНАЭЗЛѳН ПРОПОРЦИОНАЛЬНѳЙ ЗАВИСИМОСТЬ.

201. Прямо пропорциональнѳй величинаэз. Асѳ 3 *м* сукно сулалѳ 360 руб, сѳк кыкысѳ унажык сукноыс, мѳднѳж 6 *м*, сулалѳ кыкысѳ унажык, мѳднѳж $360 \cdot 2 = 720$ руб; куимысѳ унажык сукноыс, мѳднѳж 9 *м*, сулалѳ куимысѳ унажык, мѳднѳж $360 \cdot 3 = 1080$ (руб), и сідз одз.

Вообще, сетѳм товарлысѳ количествѳсѳ ыждѳтны кѳ кынымысѳ-кѳ, то и стоимостысѳ сылѳн ыждас сынымысѳ жѳ; сетѳм товарлысѳ количествѳсѳ кынымысѳкѳ учѳтѳлѳтны кѳ, то и стоимостысѳ сылѳн чинас сынымысѳ жѳ.

Кык величина ыйтѳсѳмась кѳ ас коласаныс сідз, что ны коласѳсѳ ѳтыслѳн кынымысѳкѳ ыждѳмсянѳ (чинѳмсянѳ) сынымысѳ жѳ ыждѳ (чинѳ) мѳдѳк величинаыс, то ѳтѳшѳм кык величинаыс шусѳбны прямо пропорциональнѳйезѳн.

Сідз, товарлѳн количество да сылѳн стоимость—прямо пропорциональнѳй величинаэз. Сідзкѳ

однороднѳй телѳлѳн вес (шуам, кѳрт кусѳклѳн вес) прямо пропорциональнѳй сы ѳбѳмлѳ;

туылѳн кузя, кѳдѳ мунѳ равномѳрнѳй вѳшпан тело (шуам, кѳрттуй поезд), прямо пропорциональнѳй движеннѳ продолжительностьлѳ;

дроблѳн величина, кѳр знаменательыс ѳз вежсы, прямо пропорциональнѳй сы числительлѳ и сідз одз.

Кыдзи ѳтѳк отрезыс сукно 4 *м*, а мѳдѳкын—10 *м*, то мѳдѳк отрезыс первѳйысѳя $\frac{10}{4} = 2 \frac{1}{2}$ -исѳ кузьжык; сідзкѳ, мѳдѳк отрезлѳн и стоимостысѳ первѳй отрез стоимостьюсѳя $2 \frac{1}{2}$ -исѳ ыджытжык, мѳднѳж шубѳмѳн:

$$\frac{\text{стоимость } 10 \text{ м}}{\text{стоимость } 4 \text{ м}} = \frac{10 \text{ м}}{4 \text{ м}} \left(= 2 \frac{1}{2} \right).$$

Сідзкё, кыдзи кык величина прямо пропорциональнóйсь, то первой величинась кóть кытшóм кык значеннёлóн отношеннё-ыс равняйтчó мóдик величинась соответствующóй значеннёа отношеннёлó.

202. Задача. 8 м сукно сулалóны 960 руб; уна я сулалó 15 м сэтшóм жó сукно?

1) Единица дынó вайóтómон решайтóm.

Сукнолóн стоимостыс пропорциональнóй метррез числолó; сйóн 1 м сулалó 8-ись етшажык, нежели 8 м, а 15 м сулалóны 15-ись унажык, нежели 1 м; но

8 м сулалóны 960 руб,

сідзкó,

$$1 \text{ м сулалó } \frac{960}{8} (= 120 \text{ руб}),$$

$$15 \text{ м сулалóны } \frac{960}{8} \cdot 15 (= 1800 \text{ руб}).$$

Способ, кóдóн мийó решайтím этó задачасó, пусьó единица дынó вайóтómон, сідз кызд, медбы тóдны 15 м сукнолísь стоимостёс, мийó перво адззим 1 м-лísь стоимостёс.

2) Пропорциян задачасó решайтóm.

Обозначитам кó 15 м сукнолísь стоимостёс x -óн, то 201 §-ын правило сьóрти мян лоас пропорция:

$$x : 960 = 15 : 8,$$

кысянь

$$x = \frac{960 \cdot 15}{8} = 1800 \text{ (руб)}.$$

203. Пропорциональнóй зависимостьсó формулаñ мыччалóm. Ась мян эмóсь кытшóм-нибудь кык пропорциональнóй A да B величинаэз, и висьта-лам, что, кóр A величинась равняйтчó единицалó (эта родísь величинаэз), сэк мóдик B величинась лóб равнóй k единицаэзлó (эта мóдик родísь величинаэз). Ежели óнi шуам, что A величинась получитас x единицалísь кытшóмкó значеннё, сэк B величиналóн значеннёыс лоас не ни k единица, а кытшóм-нибудь мóдик число, кóдó мийó обозначитам y -óн. Буржыка вежóртóm понда мыччалам этó сэтшóм табличкаñ:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 1 & k \\ \hline x & y \end{array}$$

Сідз кызд условие сьóрти A да B величинаэс пропорциональнóйсь, то $1 : x$ отношеннёыс должен лóны равнóй $k : y$ отношеннёлó. Сідзкó, мийó вер-мам гижны пропорция:

$$1 : x = k : y,$$

кóдансь адззам:

$$y = kx.$$

Эта формула сьóрти мийó кокнита вермам адззыны число y , кóда соот-ветсвуйтó x любóй значеннёлó, кызди только k числоыс известнóй. Шуам,

$x = 1, 2, 3, 4, 4\frac{1}{2}, 9\frac{3}{4}, \dots$ и сідз одз, то y пондас соответственнóя равняйт-чыны $k, 2k, 3k, 4k, 4\frac{1}{2}k, 9\frac{3}{4}k$ и сідз одз.

Сідзкѳ:

кык величина пропорциональнѳйѳс кѳ, то ны коласын зависимость-ыс вермас лоны мыччалѳма формулаѳн: $y=kx$, кѳдаын у да x —переменной числоз, кѳдна мыччалѳны бѳстѳм величиназзлыс ѳтамѳдлѳ соот-ветствующѳй значеннѳз, а k —постояннѳй число, кѳда равнѳй у сѳя част-нѳй значеннѳлѳ, кѳда соответсвуйтѳ $x=1$ значеннѳлѳ. ѳтѳ числоѳ примѳтѳма шуны пропорциональность коэффициентѳн (у относительнѳй x -лѳ).

Например, применитны кѳ ѳтѳ формуласѳ мяян задача дынѳ (§ 202), мийѳ вермам гѳжвы:

сукнолѳн стоимость $= k \times$ сукно количество вылѳ,

кытѳн k -ыс—стоимостьюн величина, кѳр сукнолѳн количествѳыс рав-няйтѳ единѳцалѳ. Сідзкѳ, стоимостыс мыччалѳма кѳ руббзын, а количес-тѳыс метррезын, то k зм 1 м-лѳн пѳва (120 руб).

204. Обратнѳ пропорциональнѳй величиназз. Видзѳтам сз-тшѳм задача: 6 морт рабочѳйез кытшѳмкѳ удзж кончайтѳны 18 лунѳн. Кыным лунѳн кончитасѳ сѳйѳ жѳ уджсѳ 9 морт, пондасѳ кѳ нѳя уджавны сідзжѳ успешнѳя, кыдз и первѳйес?

ѳта задачаын байтсѳ тожѳ кык величина йылыс: рабочѳйез количество йылыс и нылѳн удж продолжител-ность йылыс. ѳна величиназз ѳтамѳд дынсянз зависѳтѳны, сѳйѳн что ѳтѳк величина вежсѳмсянз и мѳдыс вежсѳѳ. Но ѳта зависимостьс мѳдкодѳ, нежелѳ 202 §-исз задачаын.

Сзтчѳн ѳтѳк величинасѳ 2-исз, 3-исз и сідз одз. ыждѳтѳм дырни мѳдѳк величинаыс ыждылыс сынымыс жѳ. А зѳтѳн, ра-бочѳйеззлыс числосѳ ыждѳтны кѳ кыкысз, то сѳя жѳ уджлѳн продолжительностьс кыкысз чинас; мѳднѳж, шуам, рабочѳйез-лыс числосѳ учѳтсѳѳтны кѳ кунмысз, то ѳта уджлѳн продол-жительностьс, тыдалѳ, кунмысз ыждас.

Кыдзи кык величинаыс ѳтѳ кынымыскѳ ыждѳтѳм (учѳт-сѳѳтѳм) дырни мѳдѳк величинаыс сынымыс жѳ чинѳ (сѳдѳ), то сзтшѳм кык величинаыс шусѳѳны обратнѳ пропорциональнѳйез-зѳн.

Сідз, рабочѳйезлѳн числоыс да сетѳм уджлѳн продолжитель-ностьс—обратнѳ пропорциональнѳй величиназз.

Сідз жѳ

товарлѳн вес, кѳдѳ позѳѳ небны сетѳм деңыга вылѳ (шуам, 100 руб вылѳ), обратнѳ пропорциональнѳй ѳта товар вес единѳ-ца ценалѳ;

кад, кѳда коста мунѳ сетѳм туйсѳ равномернѳя вѳшшан те-ло, обратнѳ пропорциональнѳй движеннѳ скоростѳлѳ;

дроблѳн величинаыс, кѳр числительыс оз вежсѳы, обратнѳ пропорциональнѳй сы знаменательлѳ и сідз одз.

Кыдзи ѳтѳк бригадаын 6 рабочѳй, а мѳдѳкын—9 рабочѳй, мѳд-нѳж $\frac{9}{6} = 1\frac{1}{2}$ -исз унажык, то мѳд бригадаыс сѳйѳ жѳ уджсѳ керас

$1\frac{1}{2}$ -исз чѳжжыка, нежелѳ первѳйыс, мѳднѳж:

$$\frac{\begin{array}{c} 1\text{-ѳй бригада} \\ \text{уджлѳн продолжительность} \\ 2\text{-ѳй бригада} \\ \text{уджлѳн продолжительность} \end{array}}{\quad} = \frac{\begin{array}{c} 2\text{-ѳй бригадасыс} \\ \text{рабочѳйезлѳн число} \\ 1\text{-ѳй бригадасыс} \\ \text{рабочѳйезлѳн число} \end{array}}{\quad} \left(= 1\frac{1}{2} \right).$$

Сідзкѡ, кык величина обратно пропорциональнѡйсь кѡ, то первѡй величинась любѡй кык значеннѡлѡн отношеннѡе равняйтчѡ мѡд величинась соответствующѡй значеннѡа обратнѡй отношеннѡлѡ.

205. Онѡ пондам решайтны задача, кѡдѡ сетѡм 204 § пондѡтчикѡ.

1) Единица дынѡ вайѡтѡмѡн решайтѡм.

Луннѡзлѡн числое обратно пропорциональнѡй рабочѡйез числолѡ; сѡйѡн 1 морт кончитас уджсѡ луннѡз числолѡ, кѡда 6-ись ыджытжык, нежели луннѡзлѡн число, кѡда коста сѡйѡ жѡ уджсѡ кончитасѡ 6 морт; а 9 морт кончитасѡ этѡ уджсѡ луннѡз числолѡ, кѡда 9-ись учѡтжык, нежели луннѡзлѡн число, кѡдаѡ сѡйѡ кончитас 1 морт. Но 6 мортые уджсѡ кончитасѡ 18 лунѡн; сідзкѡ, 1 мортые кончитас сѡйѡ 18·6 (=108 лунѡн), а 9 мортые сѡйѡ жѡ уджсѡ кончитасѡ $\frac{18 \cdot 6}{9} = 12$ (лунѡн).

2) Пропорцияѡн решайтѡм. Обозначитам кѡ x -пыр луннѡз-лисѡ неизвестнѡй числосѡ, кѡдаѡ кончитасѡ уджсѡ 9 рабочѡй, сѡк 204 §-ын правило сѡртѡи миян лоас пропорция:

$$\frac{18}{x} = \frac{9}{6},$$

кысянь

$$x = \frac{18 \cdot 6}{9} = 12 \text{ (лун)}.$$

Замечаннѡ. Сы понда, медбы ѡтамѡд дынсянь зависитан кык величина вѡлісѡ пропорциональнѡйсь (прямѡя нетѡ обратнѡя), етша лѡѡ сѡя обстоятельствое, что ѡна величиназѡсѡ ѡтыс ыждѡ, кѡр и мѡдые ыждѡ (прямѡй пропорциональность понда), либо что ѡт величинае ыждѡ, кѡр мѡдые чинѡ (обратнѡй пропорциональность понда). Например, кытшѡм-нибудѡ содтан ыждас кѡ, то и суммае ыждас; но вѡлі ѡы ошибкѡн висѡтавны, что суммае прямо пропорциональнѡй содтанлѡ, сідз кыз содтансѡ ыждѡтам кѡ, шуам, 3-ись, то суммае кѡтъ и ыждас, но не 3-ись. Сідзжѡ, оз позь, например, висѡтавны, что кык числолѡн разностысѡ обратно пропорциональнѡй чинтанлѡ, сідз кыз чинтане ыждас кѡ, шуам, 2-ись, то разностысѡ кѡтъ и чинас, но не 2-ись. Пропорциональность понда колѡ, медбы кыкнан величинае вѡлісѡ ыждѡтѡмѡе и учѡтсѡтѡмѡе ѡтмымдасѡ.

206. Обратнѡй пропорциональнѡй зависимостьсѡ формулаѡн мыччалѡм. Асѡ A да B лоасѡ кытшѡм-нибудѡ кык обратнѡ пропорциональнѡй величиназѡ и висѡталам, что кѡр A величинае равняйтчѡ единѡцѡлѡ (ѡта родѡе величиназѡ), сѡк мѡдік B величинае пондас равняйтчыны k единѡцазлѡ (ѡта мѡдік родѡе величиназѡ). Висѡталам сідз, что A величинае единѡца туйѡ примѡтас кытшѡм-нибудѡ мѡдік x единѡцѡлісѡ значеннѡ, сѡк B величинае олзза (k единѡца) значеннѡ туйѡ примѡтас кытшѡмкѡ y значеннѡ.

Буржыка вежѡртѡм понда гижамѡ этѡ сѡтшѡм табличкаѡн:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 1 & k \\ \hline x & y \end{array}$$

$$1 : x = y : k,$$
$$y = \frac{k}{x} \quad (\text{либо } xy = k).$$

Эта формула съорт мийо вермам лыддыны у величинасо, кор x -лөн
значенныс сётм коть кытшом, кыдзи только число k известной. Сідз, еже-
ли $x=1, 2, 3, 4, 4 \frac{1}{2}, \dots$ и сідз одз, то

$$y = k, \frac{k}{2}, \frac{k}{3}, \frac{k}{4}, \frac{k}{4\frac{1}{2}}, \dots \text{и сідз одз.}$$

207. Пропорциональнóй величинаэз вылò задача, кòр эна величинаэс кыкся унажыкòсь.

Эта задалась сетом числоэсö гижам сідз:

120 л—5 керосинка—6 час—24 лун;

216 л—9 керосинка—8 час—х лун.

Мийӧ адзам, что и керосинлӧн запасе, и керосинкаэзлӧн число, и пылӧн быдлуея сотчан кадыс виль условиеэзын вежсьӧмсь; быдӧс эна вежсьӧммезлсь влияннӧсӧ сразу тӧдны сьӧкыт; сийӧн мийӧ перво висьталам, что сетӧм числоэз коласись вежсьӧ кытшӧм-нибудь ӧтик число, шуам, керосинлӧн запасе, а мукӧд числоэс кольчӧны вежсьытӧг. Миян лоас сэтшӧм задача: кыным лун кежӧ тырмас 216 л керосины, ния жӧ 5 керосинкае пондасӧ кӧ олззамоз сотчыны луннас 6 часӧн? Эна условиеэз дырни 120 л тырмӧны кӧ 24 лун кежӧ, то 216 л тырмасӧ $\frac{24 \cdot 216}{120}$ лун кежӧ, сідз кыз луннӧзлӧн число, тыдалӧ, прямо пропорциональнӧй сотчӧм керосин количестволӧ. Ӗні мийӧ вермам гижны сідз: 216 л—5 керосинка—6 час— $\frac{24 \cdot 216}{120}$ лун.

Өні вежам керосинкаэзлісь числоё, а керосинлісь запасё (216 л) да быдлунся сотчан кадё (6 час) колям вежтёг. Тыда-

лана, что вит керосинкаыс туйё пондас кё сотчыны ётік, то сәтшөм жё быдлуңся сотчан кад дырни керосинлөн сйя жё запасыс тырмас луннәз число вылө, кёда 5-ись ыджытжык, а ётік керосинкаыс туйё пондасё кё сотчыны 9, то керосиныс тырмас луннәз число вылө, кёда 9-ись учётжык (луннәзлөн числоыс обратно пропорциональной керосинкаәз числөлө); сйён мийё вермам гижны сідз:

$$216 \text{ л} - 9 \text{ керосинка} - 6 \text{ час} - \frac{24 \cdot 216 \cdot 5}{120 \cdot 9} \text{ лун.}$$

Миянлө кольччө вежны чассәзлісь числосё, кёда коста быд лунё сотчө керосиныс. Тыдалө, что керосин сетөм запас дырни да керосинкаәз сетөм число дырни луннәзлөн числоыс ыждас (чинас) сынымись, кынымись мийё учётсьётам (ыждө-там) чассәзлісь числосё. Мөднөж висьталөмөн, луннәзлөн числоыс да чассәзлөн числоыс обратно пропорциональнойсь. Сйён, быд лунся сотчан 6 чассянь 8 час дынө вуджикө, мийё долженёсь медбөрря гижөмын полчитөм луннәзлісь числосё босьтны 6 вылө и юкны 8 вылө. Эта бёрын позьё гижны сідз:

$$216 \text{ л} - 9 \text{ керосинка} - 8 \text{ час} - \frac{24 \cdot 216 \cdot 5 \cdot 6}{120 \cdot 9 \cdot 8} \text{ лун;}$$

сідзкө,

$$x = \frac{24 \cdot 216 \cdot 5 \cdot 6}{120 \cdot 9 \cdot 8} = 18 \text{ (лун).}$$

III. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ ЮКОМ ВЫЛӨ ЗАДАЧАЭЗ.

208. 1-й задача. 84 юкны 3 часть вылө пропорциональной 7, 5 да 2 числоэз рядлө.

Ётө колө вежёртны сідз: 84 юкны сәтшөм куим часть вылө, медбы первой частьюс относитчис 7 дынө, кызд мөдыс 5 дынө и кызд куимөтыс 2 дынө.

Кошшан часттесө шуам x_1 , x_2 , x_3 букваэён. Задачаын колө, медбы эна часттес удовлетворяйтисө то кытшөм пропорцияэзлө:

$$\frac{x_1}{7} = \frac{x_2}{5} = \frac{x_3}{2}.$$

Эстись равной отношеннөэз (200 §) свойство съёрті адззам:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{7 + 5 + 2} = \frac{x_1}{7} = \frac{x_2}{5} = \frac{x_3}{2}.$$

Но $x_1 + x_2 + x_3 = 84$ и $7 + 5 + 2 = 14$; сйён одззася строчкаё мийё вермам мөдпөв гижны сідз:

$$\frac{84}{14} = \frac{x_1}{7}; \quad \frac{84}{14} = \frac{x_2}{5}; \quad \frac{84}{14} = \frac{x_3}{2};$$

Әстісь адззам:

$$x_1 = \frac{84}{14} \cdot 7 = 42; \quad x_2 = \frac{84}{14} \cdot 5 = 30; \quad x_3 = \frac{84}{14} \cdot 2 = 12,$$

мөднөж шуөмөн, мийө локтам то кытшөм правило дынө:

Правило. Медбы число юкны сетөм числоэзлө пропорциональнөй часттез вылө, колө сийө юкны эна числоэз сумма вылө и частнөйсө последовательнөй босьтны эна числоэзись быд число вылө.

209. 2-ік задача. 968 юкны 4 часть вылө пропорциональнөй $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{8}$ числоэз рядлө.

Перво дробнөй числоэзлөсь сетөм рядсө вежамө быдса числоэз рядөн. Эта понда быдөс дроббөсө вайөтам общөй знаменатель дынө да сора дробсө пөртамө неправильнөй дроббө:

$$1\frac{1}{2} = \frac{60}{40}; \quad \frac{3}{4} = \frac{30}{40}; \quad \frac{2}{5} = \frac{16}{40}; \quad \frac{3}{8} = \frac{15}{40}.$$

Кошшан числоэсө обозначитам x_1, x_2, x_3, x_4 , и сөк получитам:

$$\frac{x_1}{60} = \frac{x_2}{30} = \frac{x_3}{16} = \frac{x_4}{15},$$

либо нөльнан отношеннөсө учөтсөотам 40-ісь (бөрланысь членнэзын знаменатель 40 чапкөмөн),

$$\frac{x_1}{60} = \frac{x_2}{30} = \frac{x_3}{16} = \frac{x_4}{15},$$

эта бөрын задачасө решайтөны 1 задачасы моз.

Примечаннө. 2 задачасө позвө решайтны и веськыта правило сьөрті, кда сетөма 1 задачаын; но вычисленнөсө коньөтөм понда буржык лоас перво отношеннөэзлөсь бөрланысь членнэсө вежны быдса числоэзөн, кызд эта керөма гижөмас.

210. 3-өт задача. 125 юкны сәтшөм 4 часть вылө, медбы первой частыс относитчис мөд часть дынө, кызд 2 : 3, мөдыс куимөт дынө, кызд 3 : 5, а куимөтыс нөльөт дынө, кызд 5 : 6.

Кошшан часттесө x_1, x_2, x_3, x_4 пыр обозначитөмөн, мяян лоас:

$$x_1 : x_2 = 2 : 3, \quad x_2 : x_3 = 3 : 5, \quad x_3 : x_4 = 5 : 6;$$

эна пропорцияэзын шөрись членнэзлөсь местаөсө вежөмөн, адззам:

$$x_1 : 2 = x_2 : 3, \quad x_2 : 3 = x_3 : 5, \quad x_3 : 5 = x_4 : 6,$$

либо

$$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{5} = \frac{x_4}{6},$$

эта бөрын задачасө решайтөны 1 задача моз.

211. 4-от задача. 125 юкны сәтшөм 4 часть вылө, медбы первой частыс относитчис мөд часть дынө, кыз 2 : 3, мөдыс куимөт дынө, кыз 4 : 5, а куимөтыс нельөт дынө, кыз 6 : 11.

Вид сьөрті эта задачис вачкись 3-от задача вылө. Но эна задачаэз коласын әм ыджыт нейткодь. 3-от задачиын 2 : 3, 3 : 5 да 5 : 6 отношеннөс сәтшөмөсь, что первой отношеннөлөн бөрланыс членыс равняйтчө мөд отношеннөис одзланыс членлө, а мөд отношеннөлөн бөрланыс членыс равняйтчө куимөт отношеннөис одзланыс членлө. Эта сьөрті позь висьтавы, что первой задачиын колө 125 юкны 4 часть вылө пропорциональнөя 2, 3, 5, 6 числоэз рядлө. Сидзкө, эта задачис 1 задачакөт өткодь.

Мөд задачиын 2 : 3, 4 : 5 да 6 : 11 часттез коласын отношеннөс сәтшөмөсь, что өт отношеннөлөн бөрланыс членыс абу равнөй сы бөрся отношеннөис одзланыс членлө. Но и этө случайсө позь решайтны одза моз рассуждайтөмөн.

Кошшан часттесө x_1 , x_2 , x_3 , да x_4 букваэзөн обозначитөм бөрын мийө вермам гижны то кытшөмөсь куим пропорция:

$$x_1 : x_2 = 2 : 3; \quad x_2 : x_3 = 4 : 5; \quad x_3 : x_4 = 6 : 11.$$

Гижөм пропорцияэзын шөрись членнөзлис местаэсө вежөмөн, мийө адззам:

$$x_1 : 2 = x_2 : 3, \quad (1)$$

$$x_2 : 4 = x_3 : 5, \quad (2)$$

$$x_3 : 6 = x_4 : 11; \quad (3)$$

«2) пропорцияис мийө адззам:

$$x_2 = \frac{4 \cdot x_3}{5},$$

жытись

$$\frac{x_2}{3} = \frac{4x_3}{5 \cdot 3} = \frac{x_3}{\frac{15}{4}}.$$

Одзлань (3) пропорцияис адззам:

$$x_3 = \frac{6 \cdot x_4}{11},$$

кытись

$$\frac{x_3}{\frac{15}{4}} = \frac{6x_4}{11 \cdot \frac{15}{4}} = \frac{x_4}{\frac{55}{8}};$$

сидзкө,

$$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{\frac{15}{4}} = \frac{x_4}{\frac{55}{8}},$$

эта бөрын задачасө решайтөны 2-ик задача моз.

212. 5-от задача. Число a юкны обратно пропорциональнөя m , n , да p числоэзлө.

Эта лод, что число a колё юкны часттез выло, кодна прямо пропорциональнѡсь m , n да p числоз обратнѡй величина-эзлѡ, мѡднѣж шуѡмѡн прямо пропорциональнѡсь $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$ да $\frac{1}{p}$ числозэзлѡ. Кошшан часттеб x_1 , x_2 да x_3 пыр обозначитѡмѡн, мян лѡас:

$$x_1 : \frac{1}{m} = x_2 : \frac{1}{n} = x_3 : \frac{1}{p};$$

ѡстисѡ

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} = n : m,$$

$$x_2 : x_3 = \frac{1}{n} : \frac{1}{p} = p : n,$$

мѡднѣж шуѡмѡн x_1 , x_2 , x_3 числозэз обратнѡ пропорциональнѡсь m , n , p числозэзлѡ, то x_2 дынѡ x_1 отношеннѡйс равняйтѡ m дынѡ n отношеннѡлѡ (а не n дынѡ m , кызд прямѡй пропорциональнѡсть дырни); сѡдз жѡ x_3 дынѡ x_2 отношеннѡйс равняйтѡ n дынѡ p отношеннѡлѡ (а не p дынѡ n , кызд прямѡй пропорциональнѡсть дырни).

213. Пропорциональнѡй юкѡм выло сложнѡйжык задачалѡн пример. Рукопись переписка понда вешитсѡ 123 руб. Перепискѡсѡ керисѡ куим машинистка; первѡйѡйс уджалис 8 час, часнас гижис 6 страницѡн; мѡдыс уджалис 6 час, часнас гижис 10 страницѡн; куимѡтыс уджалис 7 час, часнас гижис 8 страницѡн. Уна я шедтис бѡд машинисткаѡйс?

Кызди бы куимнан машинисткалѡн труд производительнѡсть-ѡс вѡлѡ ѡткодѡ, то шедтѡм суммасѡ колѡс бы юкны ны уджалан кадлѡ пропорциональнѡ. Мѡдкѡ, кызди бы нѡя бѡдѡнныс уджалисѡ ѡтмыда часѡн, то заработокѡ колѡс бы юкны пропорциональнѡ ны труд производительнѡстьлѡ. Но былисѡсѡ и уджалан кадѡс и труд производительнѡстьѡс куимнан машинисткаѡслѡн неѡткодѡ. Сѡйѡн задачѡсѡ решайтѡм понда мийѡ байтамѡ сѡдз. Первѡй машинисткаѡйс, 8 часѡн уджаликѡ, гижлис часнас 6 страницѡн, сѡдзкѡ, бѡдѡсѡсѡ гижис $6 \cdot 8$ (страница); сѡдз жѡ мѡдыс гижис $10 \cdot 6$ (страница) и куимѡтыс $8 \cdot 7$ (страница). Сѡйѡн заработоклисѡ общѡй суммасѡ, мѡднѣж 123 рубсѡ, колѡ юкны пропорциональнѡ $6 \cdot 8$, $10 \cdot 6$ да $8 \cdot 7$ произведеннѡэзлѡ, мѡднѣж шуѡмѡн пропорциональнѡ 48, 60 да 56 числозэзлѡ, нетосократитѡм бѡрын, 12, 15 да 14 числозэзлѡ. Сѡйѡн кошшан числозѡсѡ x_1 , x_2 да x_3 пыр обозначитѡмѡн адззам:

$$x_1 = \frac{123 \cdot 12}{12 + 15 + 14} = \frac{123 \cdot 12}{41} = 3 \cdot 12 = 36 \text{ (руб)},$$

$$x_2 = \frac{123 \cdot 15}{41} = 3 \cdot 15 = 45 \text{ (руб)},$$

$$x_3 = \frac{123 \cdot 14}{41} = 3 \cdot 14 = 42 \text{ (руб)}.$$

600-ся НЕЫДЖЫТЖЫК ПРОСТОЙ ЧИСЛОЭЗЛӨН ТАБЛИЦА.

2	277	643	1039	1471	1901	2351	2797	3307	3761	4241	4733	5237	5741
3	281	647	1049	1481	1907	2357	2801	3318	3767	4243	4751	5261	5743
5	283	653	1051	1483	1913	2371	2803	3313	3769	4253	4759	5273	5749
7	293	659	1061	1487	1931	2377	2819	3323	3779	4259	4783	5279	5779
11	307	661	1063	1489	1933	2381	2833	3329	3793	4261	4787	5281	5783
13	311	673	1069	1493	1949	2383	2837	3331	3797	4271	4789	5297	5791
17	313	677	1087	1499	1951	2389	2843	3343	3803	4273	4793	5303	5801
19	317	683	1091	1511	1973	2393	2851	3347	3821	4283	4799	5309	5807
23	331	691	1093	1523	1979	2399	2857	3359	3823	4289	4801	5323	5813
29	337	701	1097	1531	1987	2411	2861	3361	3833	4297	4813	5333	5821
31	347	709	1103	1543	1993	2417	2879	3371	3847	4327	4817	5347	5827
37	349	719	1109	1549	1997	2423	2887	3373	3851	4337	4831	5351	5839
41	353	727	1117	1553	1999	2437	2897	3389	3853	4339	4861	5381	5843
43	359	733	1123	1559	2003	2441	2903	3391	3863	4349	4871	5387	5849
47	367	739	1129	1567	2011	2447	2909	3407	3877	4357	4877	5393	5851
53	373	743	1151	1571	2017	2459	2917	3413	3881	4363	4889	5399	5857
59	379	751	1153	1579	2027	2467	2927	3433	3889	4373	4903	5407	5861
61	383	757	1163	1583	2029	2473	2939	3449	3907	4391	4909	5413	5767
67	389	761	1171	1597	2039	2477	2953	3457	3911	4397	4919	5317	5869
71	397	769	1181	1601	2053	2503	2957	3461	3917	4409	4931	5419	5879
73	401	773	1187	1607	2063	2521	2963	3463	3919	4421	4933	5431	5881
79	409	787	1193	1609	2069	2531	2969	3467	3923	4423	4937	5437	5897
83	419	797	1201	1613	2081	2539	2971	3469	3929	4441	4943	5441	5903
89	421	809	1213	1619	2083	2543	2999	3491	3931	4447	4951	5443	5923
97	431	811	1217	1621	2087	2549	3001	3499	3943	4451	4957	5449	5927
101	433	821	1223	1627	2089	2551	3011	3511	3947	4457	4967	5471	5939
103	439	823	1229	1637	2099	2557	3019	3517	3967	4463	4969	5477	5953
107	443	827	1231	1657	2111	2579	3023	3527	3989	4481	4973	5479	5381
109	449	829	1237	1663	2113	2591	3037	3529	4001	4483	4987	5548	5987
113	457	839	1249	1667	2129	2593	3041	3533	4003	4493	4993	5501	
127	461	853	1259	1669	2131	2609	3049	3539	4007	4507	4999	5503	
131	463	857	1277	1693	2137	2617	3061	3541	4013	4513	5003	5507	
137	467	859	1279	1697	2141	2621	3067	3547	4019	4517	5009	5519	
139	479	863	1283	1699	2143	2633	3079	3557	4021	4519	5011	5521	
149	787	877	1289	1709	2153	2647	3083	3559	4027	4523	5021	5527	
151	491	881	1291	1721	2161	2657	3089	3571	4049	4547	5023	5531	
157	499	883	1297	1723	2179	2659	3109	3581	4051	4549	5039	5557	
163	503	887	1301	1733	2203	2663	3119	3583	4057	4561	5051	5563	
167	509	907	1303	1741	2207	2671	3121	3593	4073	4567	5059	5569	
173	521	911	1307	1747	2213	2677	3137	3607	4079	4583	5077	5573	
179	523	919	1319	1753	2221	2683	3163	3613	4091	4591	5081	5581	
181	541	929	1321	1759	2237	2687	3167	3617	4093	4597	5087	5591	
191	547	937	1327	1777	2239	2689	3169	3623	4099	4603	5099	5623	
193	557	941	1361	1783	2243	2693	3181	3631	4111	4621	5101	5639	
197	563	947	1367	1787	2251	2699	3187	3637	4127	4637	5107	5641	
199	569	953	1373	1789	2267	2707	3191	3643	4129	4639	5113	5647	
211	571	967	1381	1801	2269	2711	3203	3659	4133	4643	5119	5651	
223	577	971	1399	1811	2273	2713	3209	3671	4139	4649	5147	5653	
227	587	977	1409	1823	2281	2719	3217	3673	4153	4651	5153	5657	
229	593	983	1423	1831	2287	2729	3221	3677	4157	4657	5167	5659	
233	599	991	1427	1847	2293	2731	3229	3691	4159	4663	5171	5669	
239	601	997	1429	1861	2297	2741	3251	3697	4177	4673	5179	5683	
241	607	1009	1433	1867	2309	2749	3253	3701	4201	4679	5189	5689	
251	613	1013	1439	1871	2311	2753	3257	3709	4211	4691	5197	5693	
257	617	1019	1447	1873	2333	2767	3259	3719	4217	4703	5209	5701	
263	619	1021	1451	1877	2339	2777	3271	3727	4219	4721	5227	5711	
269	631	1031	1453	1879	2341	2789	3299	3733	4229	4723	5231	5717	
271	641	1033	1459	1889	2347	2791	3301	3739	4231	4729	5233	5737	

ПЫТШКӦС

Первѣй отдел. Быдса числоэз.

	<i>Стр.</i>
I. Быдса числоэз, нылӧн наименованнӧ да обозначеннӧ .	5
II. Счисленнӧ быдкодь системаэз. Римскѣй цифраэз . .	10
III. Ӧтлаалӧм	12
IV. Чинтӧм	15
V. Действиеэзлӧн знаккез. Равенстволӧн да неравенстволӧн знаккез. Скобкаэз	19
VI. Босьтӧм	21
VII. Юкӧм	31

Мӧдӧк отдел. Числоэз юксьӧм йылӧсь.

I. Юксьӧмлӧн признаккез	43
II. Простѣй босьтаннӧз вылӧ числоэз торйӧтӧм	49
III. Составнѣй числолӧсь юканнӧз адзӧм	55
IV. Кынымкӧ числолӧн медыджыт общѣй юкан	56
V. Кынымкӧ числолӧн медучӧт общѣй кратнѣй	60

Куимӧт отдел. Величинаэз меряйтӧм. Мераэзлӧн метрической система.

63

Нӧльӧт отдел. Обыкновеннѣй (простѣй) дроббез.

I. Основнѣй понятиеэз	69
II. Дробь членнӧз вежсьӧмсянь дробь величиналӧн вежсьӧм .	73
III. Дробь сократитӧм	76
IV. Медучӧт общѣй знаменатель дынӧ дроббез вайӧтӧм .	77
V. Дроба числоэзкӧт действиеэз	79

Витӧт отдел. Десятичнѣй дроббез.

I. Десятичнѣй дроббезлӧн основнѣй свойствоэз	103
II. Десятичнѣй дроббезлӧн действиеэз	107
III. Обыкновеннѣй дроббез десятичнѣй дроббезӧ пӧртӧм .	113
IV. Периодической дроббез обыкновеннѣй дроббезӧ пӧртӧм	118

Кватъӧт отдел. Пропорциональнѣй величинаэз.

I. Пропорцияэз	127
II. Величинаэзлӧн пропорциональнѣй зависимость . . .	133
III. Пропорциональнѣй юкӧм вылӧ задачаэз	138
6000-ся не ыджытжык простѣй числоэзлӧн таблица . .	142

ИЗДАТЕЛЬСТВОСЯНЬ.

Сійон, мыля Кудымкарскöй типографіяын латинскöй букваэз не быдöс, то этия учебникын ку ыджыт, ку учöт да б букваэс вежöмöсь то кытшöммезöн: g O, , в. Учебнöй материалсö велöтикö видзö этö тöдвыланыт.

Перевод *А. В. Хозяшева и Э. А. Тетюевой*
Редактор *Н. А. Спорова*

Техредактор *Ф. С. Яркова*
Корректор *Р. И. Попова*

Сдано в набор 11/III-42 г. Подписано к печати 1/VI-42 г. Формат бумаги 60×92¹/₁₆.
Печатных листов 9. Уч.-изд. листов 10. В 1 печ. листе 40000 тип. зн.
ЛБ114183. Заказ № 457. Тираж 2500.

г. Кудымкар. Типография Молотовского Областного Управления издательств и полиграфии

СОРАСЬÖММЕЗ.

Страница	Строка		Печатайтöма	Колö лыддьöтны
	Вылі- сянь	Улі- сянь		
12	12		— 84	= 84
	13		— 1937	= 1937
54	26		сьöртi). Ферма	сьöртi) Ферма
92		13	$a \frac{9}{8} + в$	$a \cdot \frac{9}{8} + в$
115		9	ло и	лоис
142	1		600-ся	6000-ся
		24	787 (2-ik столбикас)	487
	3		3318 (9-öt ")	3313
	4		3313 (9-öt ")	3319
	19		5767 (14-öt ")	5867
	20		5317 (13-öt ")	5417
	29		5381 (14-öt ")	5981
	30		5548 (13-öt ")	5483
143	10		31	32
144	4		: g O , , в.	: O , g , в.

Цена 1 р. 35 коп.

Р

*На коми-пермяцком
языке*