A. KIŞEĻEV

34-31

ALGEBRA

ȢƏR ȢKOLALЬ VEĻƏDÇAN KŅIGA

PEPVOJJA ÇAŞŢ

KOMI GIZ
SЬKTЬVKAR — 1934

A. KIŞEĻEV.

512
K-44
~~1297~~
ÇITAĻŅA №
Obl. Centr. Biblioteka ...

ALGEBRA

ƧƏR ƧKOLALЬ VEĻƏDÇAN KŅIGA

PERVOJJA ÇAŞŢ
6-əd da 7-əd VO VEĻƏDÇЬŞJASLЬ

A. N. BARSUKOV REDAKCIJA ULЬN
PERERABOTAJTƏM 11-əd IZDAŅŅƏ

VЬNƧƏDƏMA RSFSR-sa NKP KOĻĻEGIJAƏN, KOMI-
ƏDƏMSƏ VЬNƧƏDIS KOMI OBLONOЬN JURALЬS.
KOMIƏDIS N. ŞIĐJAKOV.

34-31

Обязательный экземпляр
Республиканской
БИБЛИОТЕКИ Коми АССР

KOMI GIZ
SЬKTЬVKAR—1934

А. КИСЕЛЕВ

АЛГЕБРА

УЧЕБНИК ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ
6 и 7 ГОДЫ ОБУЧЕНИЯ

ИЗДАНИЕ 11-е ПЕРЕРАБОТАННОЕ
ПОД РЕДАКЦИЕЙ А. Н. БАРСУКОВА
Утверждено Коллегией НКП РСФСР.
Перевод утвердил зав. Коми ОБЛОНО

Ответств. ред. Г. Терентьев. Техн. редактор М. Шестаков.

Коми ГИЗ. № 111. Тираж 3500. Сдано в производство 7/VI-34 г. Подписано к печати 28/VI-34 г. Упол. Облита № 866. Заказ № 938. Стат. фор. 62×94, 1/16. 8,5 печ. листов. 52000 знаков в печ. листе.

г. Сыктывкар, типография Коми ГИЗ-а, Коммунистическая 2.

V O ʒ Ķ Ь V.

Pervoj jukənas izloƶitəma stavsə, mъj kolə velədnь Narkomprosən lezəm programma şerţi sər skolasa 6-əd, 7-əd velədçan vojasə.

Izloƶitəmlən poşļedovaţeļnoşţьs algeʙraiçeskəj droʙjas jukədьş ətdor munə programma şerţi. Izloƶitəmьn medьm loi jeḑinstvo, algeʙraiçeskəj droʙjas jьlьş maţerial ətlavləma əţi jukədə, seki kor sijəs programma şerţi kolə velədnь əţi jukənsə 6-əd voьn, a məd jukənsə 7-əd voьn. Velədьş kokņida vermas torjədnь tajə jukənjassə.

Tajə vьļ izdaņņəas stav adʒəm opeçatkajassə da ņetoçnoşţjassə veşkədəma; kən-şurə vəçaləma sodtədjas da veƶəmjas ţekstsə ļuçkiʒьk oʙjaşņitəm mogьş.

Sodtəma upraƶņeņņəjas lьdsə (pervoj jukənas upraƶņeņņəьs vəli 200, əni 240) da kņiga pomas şetəma stav upraƶņeņņəjasьslь ətvetjas.

Nuļevəj pokazaţeļ jьlьş gəgərvoəm, kodi voʒsə izlagajtçis 57 § pervoj jukənas, əni vuʒədəma məd jukənas „pokazaţeļ jьlьş veƶərtas oʙoʙsɛajtan“ jukədə.

Tajə kņigasə ləşədigən çaşţiçnə ɛəɛ otsaşis prof. A. N. Barsukov, kodlь assaņ şija ьʒьd ʙlagodarnoşţ.

A. Kişeļev.

Ļeņingrad, okţaʙr 1933 vo.

MEDVOZZA JUKƏD.

PREDVARIŢEĻNƏJ VEƵƏRTASJAS.

I. ALGEBRAIÇESKƏJ PASJAS TEÇƏM.

1. Sьpasjasəs upotreвļajtəm. a) *Lьdjaslьş овsєəj svojstvojas petkədləm mogьş.* Suam, mijan kolə petkədlьnь giƶədən, mьj kьk lьdlən proizvedeņņə oz vezşь, kor əktanlьd da əktьşlьd vezam mestajasnas. Əţi lьd pasjam a, a məd b sьpasən. Sek vermam giƶnь ravenstvo: $a \times b = b \times a$; zeņьdzьka: $ab = ba$. Ta şerţi oz kov vunədnь: kor giƶəma ortçən kьk sьpas da na kostьn ņekuєəm pas авu, sek kolə tədnь, mьj na kostьn em (подразумевается) əktan pas. Sьpasjasən pasjənь, kor kəsjənь viştavnь, mьj kuєəmkə svojstvo prinadļeƶitə oz səmьn əţi torja lьdlь, a вьdşikas lьdjaslь.

Lьdjas pasjьşşənь laţin (ļiвə francuz) alfavitsa sьpasjasən.

в) *Zeņdədəmən pravilo vьraƶitəm mogьş*, kod (*pravilo*) *şerţi poƶə resajtnь zadaçajas*, kodjas stav uslovijəjas şerţi məda-mədnьskəd ətkodəş, a torjalənь məda-mədşьs səmьn indəm lьdjas ьzdajasən.

Suam, mijan kolə resitnь taєəm zadaça:

$$\text{korşnь } 3\% \ 520 \text{ lьdlьş.}$$

Məvpalam taz:

1% kuєəmkə lьdlən sostavļajtə $\frac{1}{100}$ jukən sijə lьdьş; sizkə:

$$1\% \ 520 \text{ lьdlən loə } \frac{520}{100} = 5{,}2;$$

$$3\% \quad " \quad " \quad " \quad \frac{520}{100} \times 3 = 15{,}6.$$

Resitam-kə ņekьmьn ta noga zadaça, adzam, mьj kuєəmkə lьdlьş % korşigən səmьn kolə indəm lьdsə juknь 100 peļə da rezuļtatsə əktьnь prəçent lьd vьlə. Medьm tajə vəli tьdalana, вoştam овsєəj vida zadaça:

$$\text{korşnь } p \% \ a \text{ lьdlьş.}$$

Zadaça resitam so kьz:

$$1\% \ a \text{ lьdlən loə } \frac{a}{100};$$

$$p\% \quad " \quad " \quad " \quad \frac{a}{100} \times p.$$

Korşan lьd pasjam x sьpasən. Seki ravenstvo giƶşas:

$$x = \frac{a}{100} \times p,$$

kьtьş veşkьda tьdalə, kьz poƶə kəţ kuєəm lьdlьş prəçent korşnь.

Boştam nəsta primer. Arifmeţikaьn drobjasəs əktan pravilo vьrazajtçə kьvjasən so kьз: medьm əktьnь droвəs droв vьlə, kolə torjən məda-məd vьlə əktьnь çişliţeljas da torjən-zə znamenaţeljas da pervoj proizvedeŋŋəsə kolə juknь məd vьlas. Sьpasjasən pasjaləmən tajə praviləsə vermam formuļirujtnь zev зeŋьda. Pasjam pervoj droвlьş çişliţel a-ən, znamenaţel b-ən, mədlьş çişliţel c-ən, znamenaţel d-ən. Ta вərţi vermam giznь:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Aвu şəkьd adзьnь, mьj tajə gizəd şetə oвsɛəj pravilo kəţ kuɛəm droвjas əktəm vьlə, sь vəsna, mьj sьpasjas pьdđi vermam puktavnь kuɛəm kolə lьdjas.

Зik-zə taз droвjasəs jukan pravilo vьlə mijan loə gizəd:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Kaʐalam, mьj **вьd ravenstvo, koďi sьpasjasən da ďejstvijə pasjasən petkədlə lьdjas kostьş kuɛəmkə sootnoseŋŋə, suşə formulaən.**

Vajədam nəsta ŋekьmьn formula.

Veşkьd ŋolpeləsalьş poduvtassə da зuзta murtalam-kə ətkoď liŋejnəj jeđiŋicaən da poduvtasьs-kə loə b, a зuзtaьs h, sek tajə veşkьd ŋolpeləsalən s ploseadьs, kodəs vьraʐitəma sootvetstvujtan kvadratnəj jeđiŋicajasən, vьraʐitças $s = bh$ formulaən. Tajə-zə pasjədjas đьrji kujimpeləsa ploseadlь loə so kuɛəm formula:

$$s = \frac{1}{2} bh.$$

Fiʐikaьş tədam, mьj udeļnəj ves tədmaligən kolə indəm veseestvolьş vessə juknь sijə oвjom vьlə. Ţeləlьş-kə şəkta pasjam (grammjasən) p-ən, sьlьş oвjom (kuв. sanţimetrjasən) v-ən da udeļnəj ves d-ən, mi vozьn vajədəm udeļnəj ves tədmalan pravilo vermam зeŋьda vьraʐitnь so kuɛəm formulaən:

$$d = \frac{p}{v}.$$

2. Algeвraiçeskəj vьraʐeŋŋə. Kor ŋekьmьn lьd, kodjasəs pasjəma sьpasjasən (libə sьpasjasən da lьdpasjasən), da məda-mədnьskəd ətlaaləma pasjasən, kodjas indənь kuɛəm pəradokən da kuɛəm đejstvijəjas na vьlьn kolə vəçnь, sek taɛəm pasjədьs suşə **algeвraiçeskəj vьraʐeŋŋəən.**

Naprimer, taɛəm vьraʐeŋŋəjas:

$$\frac{a}{100} \times p; \quad ab; \quad 2x + 1.$$

Зeŋdədəm mogьş mi pьrзьk „algeвraiçeskəj vьraʐeŋŋə“ pьdđi kutam sunь prəsta „vьraʐeŋŋə“.

Sъpasjaslь lъda znaçeղղə şetəmən kueəmkə vъrazeղղə **artavnь**, sijə loə setçəs sъpasjas pъdḑi puktavnь tajə lъda znaçeղղəjassə da vъrazeղղəъn vəçnь stav indəm ḑejstviյəjassə; ta вərъn şurəm lъdъs suşə **lъda veḷiçinaən** algeвraiçeskəj vъrazeղղəsa sъpasjaslь tajə lъda znaçeղղəjas dъrji. Siз, lъda veḷiçina $\frac{a}{100} \times p$ vъrazeղղələn, kor $p = 3$ da $a = 520$ loə

$$\frac{520}{100} \times 3 = 5{,}2 \times 3 = 15{,}6.$$

3. **Algeвraiçeskəj ḑejstvijəjas.** Algeвraъn taeəm ḑejstvijəjas: sodtəm, çintəm, əktəm, jukəm, şṭepeղə leptəm da koreղ perjəm (sedədəm). Pervoj ղol ḑejstvijəъs tədsa-ղin arifmeṭikaъş. Vitəd ḑejstvijə—şṭepeղə leptəm—loə əktəmlən seeəm sluçaj, kor əktъşşənь ətgъrşa əktasjas. Seeəm əktasjaslən proizveḑeղղə suşə **şṭepeղən**, a nalən lъd—**şṭepeղ petkədlъşən.** Şṭepeղə leptan lъd susə **şṭepeղ osnovaղղəən.** Kueəmkə lъd-kə əktasən boşṭşə 2 pəv, sek proizveḑeղղəъs suşə **məd şṭepeղən**; kueəmkə lъd-kə əktasən boşṭşə 3 pəv, sek proizveḑeղղə suşə **kojməd şṭepeղən**, da s. v. Siз, 5-lən məd şṭepeղ loə proizveḑeղղə $5 \times 5 = 25$; $\frac{1}{2}$-lən kojməd şṭepeղ loə proizveḑeղղə $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$. Lъdlən **pervoj şṭepeղən** loə açъs sijə lъdъs.

Məd şṭepeղ mədnogən suşə **kvadratən**, a kojməd şṭepeղ—**kuвən**.

Taeəm ղimjas şetəma sъ vəsna, mъj proizveḑeղղə $a \times a$ petkədlə (kvadratnəj jeḑiղicajasən) kvadratlъş pləsead, kodlən вokъs a ḷiղejnəj jeḑiղica kuẓta, a proizveḑeղղə $a \times a \times a$ petkədlə (kuвa jeḑinicajasən) kuвlъş oвjom, kodlən dorъsъs (ребро) a ḷiղejnəj jeḑiղica kuẓta.

Koreղ perjəm jъlъş əni şorղitnь og kutəj sъ vəsna, mъj tajə ḑejstvijə algeвra velədnь zavoḑitigən oz kovmь.

4. **Algeвraъn upotreвḷajtçan pasjas.** Pervoj ղol ḑejstvijə pasjigən algeвraъn upotreвḷajtçənь sijə-zə pasjas, kueəm i arifmeṭikaъn, səmъn əktan pas, kъз mi suim-ղin, oz gizşъ, kor kъknan əktassə ḷiвə koḑsə-kə əṭisə pasjəma sъpasən. Siз, $a \times b$ (ḷiвə $a \cdot b$) pъdḑi gizənь ab; $3 \times a$ (ḷiвə $3 \cdot a$) pъdḑi gizənь $3a$. Jukan pas pъdḑi kъk çutkəd (:) ətkoḑa upotreвḷajtçə gorizontaḷnəj viẓ; siз, vъrazeղղə $a : b$ da $\frac{a}{b}$ petkədlənь əṭiəs, mъj a lъd jukşə b lъd vъlə.

Şṭepeղə leptəm зeղъda pasjənь taз: gizənь lъd, kodi вoşṭşə əktasən (şṭepeղ osnovaղղə), da sъ vъlə veşkъd вokşaղ puktənь məd lъd (şṭepeղ petkədlъş), kodiində, kъmъnъş kolə leptan lъdsə вoşṭnь əktasən. Siз, 3^4 (lъdḑъşşə: kujim ղoləd şṭepeղъn) vezə pasjəm: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Lъd dorъn-kə ղekueəm şṭepeղ petkədlъş oz sulav, poẓə tədnь, mъj sъ dorъn em şṭepeղ petkədlъş jeḑiղica; siз, a loə sijə-zə, mъj a^1.

Kor kьk vьrazeņņə ətьзdaəş, sek najəs petkədlənь = pasən, a kor kьk vьrazeņņə aвu ətьзđaəş, sek petkədlənь > pasən, kodlь as joş pomnas kolə lonь içətzьk lьdlaņ. Siз, gizəma-kə:

$$5+2=7 \qquad 5+2<10 \qquad 5+2>6,$$

tajə loə: 5 + 2 ravnəj 7; 5 + 2 10-ьş eѳазьk, 5 + 2 6-ьş ьзьdзьk.

5. Đejstvijəjaslən pəradoк. Kuѳəm pəradokən vəçavnь algeвraiçeskəj vьrazeņņəьn indəm đejstvijəjas, uslovitçam so kьзi: **voзьn vəçnь vьlьs pəradoka đejstvijəjas—şţepeņə leptəm da koreņ perjəm, seşşa əktəm da jukəm, medвərьn-ņin sodtəm da çintəm.**

Siз, gizəma-kə vьrazeņņə: $3\,a^2\,\text{ь} - \frac{\text{ь}^3}{c} + d$, sijə artaligən voзьn kolə vəçnь şţepeņə leptəm (a lьd leptьnь kvadratə, a ь lьd kuвə), seşşa əktəm da jukəm (3 əktьnь a^2 vьlə, loan rezuļtatsə ь vьlə; ь^3 juknь c vьlə), medвərьn—sodtəm da çintəm ($3\,a^2\,\text{ь}$-ьş çintьnь $\frac{\text{ь}^3}{c}$ da rezuļtat dinə sodtьnь d).

Kor zadaça uslovijəjas şerti tajə pəradokьş kovmьvlə keźnь, sek upotreвļajtənь skoвkajas. Skoвkajas petkədlənь, mьj najə pьѳkə jərtəm lьdjas vьlьn đejstvijəjas kolə vəçavnь medvoз.

Suam, 5 + 7 · 2 da (5 + 7) · 2 vьrazeņņəjas aвu ətьзđaəş.

Pervoj primerьn kolə 7-əs əktьnь 2 pəv da rezuļtatsə sodtьnь 5 dinə (loə 19). Məd sluçajьn medвoз kolə ətlaavnь 5 da 7 da rezuļtatsə əktьnь 2 pəv (loə 24).

Зik-zə siз, kor gizəma:

$$(a+\text{ь})\,c - d,$$

loə, mьj voзьn kolə ətlaavnь a da ь, seşşa şuran lьdsə əktьnь c vьlə daj, mьj loə, setьş çintьnь d.

Kor skoвkajas pьѳkə kolə jərtnь vьrazeņņə, kodlən eməş aslas skoвkajas, sek vьļ skoвkajaslь şetənь kuѳəmkə məd forma.

Naprimer vьrazeņņə:

$$a\left\{\text{ь} - [c + (d - e)]\right\}$$

petkədlə, mьj d-ьş çintьşşə e, artman koļas sodtьşşə c dinə, artman summa çintьşşə ь-ьş da tajə koļas vьlə əktьşşə a.

Skoвkajaslь şetəma taѳəm ņimjas: gəgrəs skoвkajas ( ), kvadrata skoвkajas [ ], figurnəj skoвkajas { }.

Kor vьrazeņņəə pьrənь ņekьmьn şikas skoвkajas, kolə medpervoj vəçnь đejstvijəjas gəgrəs skoвkajas pьѳkə jərtəm lьdjas vьlьn, seşşa kvadrata skoвkajas pьѳkəs lьdjas vьlьn, međвərьn na vьlьn, kodjas figuraa skoвkajasьn. Skoвkajasьn indəın đejstvijəjas vəçigən mi вьrədam skoвkajas, ļivə, kьз suənь, „v o ş t a l a m" skoвkajas.

Siз, vьrazeңңəьn:

$$5\left\{24-2\left[10+2(6-2)-3(5-2)\right]\right\}$$

medvoз voştalam gəgrəs skoвkajas:

$$5\left\{24-2\left[10+2\cdot4-3\cdot3\right]\right\}.$$

Seşşa voştalam kvadratnəj skoвkajas:

$$5\left\{24-2\cdot9\right\}.$$

Medвərьn-ņin voştam figuraa skoвkajas:

$$5\cdot6=30.$$

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

1. Kvadratlən вokьs ravnəj am; petkədlьnь (vьraẓituь) sьlьş perimetrsə da pləseadsə.

2. Kuвlən reвro m sm, kьз poẓə petkədlьnь sьlьş verkəssə da oвjomsə?

3. Veşkьd ņo[pe[əsalən poduvtasьs x m, a зuзtaьs d metrən poduvtasşьs зeņьdзьk. Petkədlьnь sьlьş verkəssə.

4. Kueəmkə kьk pasa lьdьn x das da y jeḍiņica. Kьmьn jeḍiņica sijə lьdьn?

5. Kujim pasa lьdьn a şo, b das da s jeḍiņica. Kueəm formulaən poẓə petkədlьnь, kьmьn jeḍiņicа stavьs tajə lьdas?

6. Soraləma 2 şikas eaj: I sortьs a кg, a məd sortьs b кg. I sort kilogramm eajьs sulalə m sajt, məd sort кilogrammьs n sajt. Petkədlьnь 1 kilogramm şmeşlьş don.

7. Petkədlьnь algeвraiçeskəj pasjasən: 1) x da y lьdjas kvadratjaslən summa 2) sijə-ẓə lьdjas summalьş kvadrat; 3) sijə-ẓə lьdjas kvadratjaslьş proizveḍeņņə 4) najə proizveḍeņņəlьş kvadrat; 5) a da b lьdjas summalьş najə raznoşţ vьlə proizveḍeņņə; 6) m da n lьdjas summaəs najə raznoşţ vьlə jukəmьş loan çastnəj (çastnəj petkədlьnь kьk nogən: mədnogən-kə — : pas otsəgən da gorizontaļnəj viẓ otsəgən)

8. Artavnь vьrazeņņəjas, koŗ $a=20$; $b=8$; $c=3$:

1) $(a+b)c$	2) $a+bc$	3) $(a+b)a-b$
4) $(a+b)(a-b)$	5) $(a+b):c$	6) $\frac{a+b}{b-c}$.

9. Giẑnь vьrazeņņə, kodi loə, kor $3ab$ proizveḍeņņəsa a pьḍḍi puктam $x+u$ summa da b pьḍḍi $x-y$ raznoşţ.

ISTORIJAЬŞ TƏDMƏDJAS.

„Algeвra" kьv—araвskəj: tajə kьvjən vəli zavoḍitçə ņimьs maţemaţiçeskəj trudlən, kodəs (820 voə) gizis araвskəj uçonəj Aļxvarizmi.

Jevropaьn medvoз tajə kьvjən 1572 voə ņimtis asşьs maţemaţiçeskəj trudsə itaļijasa maţemaţik Bomвeļļi. Sь вərьn tajə kьvjən kutisnь pəļzujtçьnь stav maţemaţikjas.

Tajə kьvlən znaçeņņəьs loə gəgərvoana uravņeņņəjas veləd́əm вərţi.

Sьpasjasən lьdjas medvoз pasjavnь kutis 1591 voьn francijasa maţemaţik V i e t a. Sь вərьn medşa jona sьpasa pasjasən pəļzujtçis francijasa filosof da maţemaţik Rene Ḍekart (1596—1650 v.).

Pasjas, kodjas əni upotreвļajtçənь algeвraьn, maţemaţikaə pьrtisnь raznəj kadjasə una pələs maţemaţikjas.

Vozьn dejstvijəjas vəli pasjənь вьdsa kьlən ļiвə trazaən. Prakţiçeskəj uзjas dьrji ədjə artaşigən medєəkьda upotreвļajtçan kьvjas kutisnь зeŋdavnь; зeŋdalisnь setçəз, mьj najə pərinь pasjasə. Indam, kuєəm kadjasə loalisnь medjona upotreвļajtçan pasjas.

Sodtan da çintan pasjas „+“ da „—“ pьrtis 1489-əd voьn maţemaţik ŋemec V i d m a n. Sьəз sijə-zə pasjasən pəļzujtçis itaļіjasa xudozŋik Ļ e o n a r d o-d a-V i n ç i. 1557 voьn angļijskəj algeвraist R e k o r d pьrtis ravenstvo pas „=“, ļiвə, kьз sijə gizlis, mьj ŋekuєəm kьk predmet oz vermьnь loпь jonзьka ətьзdaəş kьk ətkuʐa paraļeļnəj viʐjas dorьş. Angļijasa məd maţemaţik X e r r i o t ləşədis pasjas „>“ da „<“ (1631 v.) da çut, kьз əktan pas.

Znameŋitəj ŋemeckəj maţemaţik L e j в ŋ i c (1694 v.) medvoз pьrtis pas „:“ jukəm pasjьnь; sьəз jukəm pasjьşşis viʐən (çertaən).

Skoвkajas ( ), [ ], { } medvoз paпьdaşənь flamandskəj maţemaţik Z i r a r trudjasьn (1629 v).

Ez stav pasjasьs pьrьş-pьr kutnь upotreвļajtçьnь.

Ŋekьmьn maţemaţikjas kuʐaa pəļzujtçisnь vaz nogən. Algeвraiçeskəj ənija nogsa şimvoļikaəs poʐə lьdďьnь зikəз oləmə pьrəmən səmьn XVIII nem pomşaŋ. Ənija algeвraiçeskəj şimvoļika vьlə zev ьзьd vļijaŋŋə şetisnь angļijskəj uçonəj I s a a k Njutonlən soçiŋeŋŋəjasьs (1642—1727 v.).

II. MEDVOЗЗA ŊOĻ ARIFMEŢIÇESKƏJ ĐEJSTVIJƏJASLƏN SVOJSTVOJAS.

Arifmeţikaьş tədsa sodtəm, çintəm, əktəm da jukəm ďejstvijəjaslьş medgьrьş svojstvojassə vьļ pəv vidlalam sь vəsna, mьj najə algeвraьn kovlənь zev єəkьda.

6. Sodtəm. a) **Sodtanlьdjasəs mestaən veʐlaləmьş summalən ьзda oz veʐşь** (sodtəmlən peremeşţiteļnəj zakon). Siз:

$$3 + 8 = 8 + 3; \quad 5 + 2 + 4 = 2 + 5 + 4 = 4 + 2 + 5.$$

Mədnogən-kə:

$$a + в = в + a; \quad a + в + c + \ldots = в + a + c + \ldots = c + a + в + \ldots$$

Çutjas petkədlənь, mьj sodtanjas lьd vermas loпь kujimьş unзьk.

в) **Summalən ьзda oz veʐşь, ŋekьmьn sodtanlьd pьďďi-kə ****boşţnь nalьş summa** (sodtəmlən soçetaţeļnəj zakon). Siз:

$$3 + 5 + 7 = 3 + (5 + 7) = 3 + 12 = 15;$$

$$4 + 7 + 11 + 6 + 5 = 7 + (4 + 5) + (11 + 6) = 7 + 9 + 17 = 33.$$

Mədnogən-kə:

$$a + в + c = a + (в + c) = в + (a + c) \text{ da s. v.}$$

Mukəd dьrji tajə zakon suənь tazi: **sodtanlьdjas poʐə ətlaavlьnь kuєəm kolə gruppajasə.**

v) **Kor kolə kuєəmkə lьd dinə sodtьnь ŋekьmьn lьdlьş summa, poʐə sodtьvnь məda-məd вərţi вьd sodtanlьd torjən.** Siз:

$$5 + (7 + 3) = (5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15.$$

Mədnogən-kə:

$$a+(b+c+d+...)=a+b+c+d+...$$

7. Çintəm. a) **Kor kolə кueəmkə lьdьş çintьn ꞑekьmьn lьdlьş summa, poʐə çintьn məda-məd вərţi вьd sodtanlьd** torjən. Siз:

$$20-(5+8)=(20-5)-8=15-8=7.$$

Mədnogən-kə:

$$a-(b+c+d+...)=a-b-c-d-...$$

в) **Ķor кolə sodtьn кьк lьdlьş raznoşţ, poʐə sodtьn çintanlьdsə da seşşa çintьn çintьşlьdsə.** Siз:

$$8+(11-5)=8+11-5=14.$$

Mədnogən-kə:

$$a+(b-c)=a+b-c.$$

v) **Ķor kolə çintьn raznoşţ, poʐə çintьn çintanlьdsə da sodtьn çintьşlьdsə, ļiвə voзьn sodtьn çintьşlьd** da **seşşa çintьn çintanlьd.** Siз:

$$18-(9-5)=18-9+5=14$$

ļiвə

$$18-(9-5)=18+5-9=14,$$

Mədnogən-kə:

$$a-(b-c)=a-b+c,$$

ļiвə

$$a-(b-c)=a+c-b.$$

8. Əкtəm. a) **Əкtasjasəs mestaən veʐlaləmьş proizveꞇeꞑꞑələn ьзda oʐ veʐşь** (əktəmlən peremeşţiţeļnəj zakon). Siз:

$$4\cdot5=5\cdot4; \qquad 3\cdot2\cdot5=2\cdot3\cdot5=5\cdot3\cdot2.$$

Mədnogən-kə:

$$ab=ba; \qquad abc...=bac...=cba...$$

в) **Ꞑeкьmьn əktasjas proizveꞇeꞑꞑələn ьзda oʐ veʐşь, ꞑeкьmьnəs-кə na piьş veʐam najə proizveꞇeꞑꞑəən** (əktəmlən soçetaţeļnəj zakon). Siз:

$$7\cdot3\cdot5=5\cdot(3\cdot7)=5\cdot21=105.$$

Mədnogən-kə:

$$abc=a(bc)=b(ac)$$ da s. v.

v) Kueəmkə lьd-kə kolə əktьnь ɥekьmьn lьdьş artməm proizveɖeɳɳə vьlə, poʐə əktьnь sijə lьdsə pervoj əktas vьlə, artman rezuļtatsə əktas vьlə da s. v. Siʒ:

$$3 \cdot (5 \cdot 4) = (3 \cdot 5) \cdot 4 = 15 \cdot 4 = 60.$$

Mədnogən-kə:

$$a\,(ь\,c\,d...) = a\,ь\,c\,d...$$

g) Kor kolə əktьnь ɥekьmьn lьdlьş proizveɖeɳɳə kueəmkə lьd vьlə, sek poʐə sijə lьd vьlə əktьnь kueəmkə əţi əktas, a mukədsə koļnь veʐtəg. Siʒ:

$$(3 \cdot 2 \cdot 5) \cdot 3 = (3 \cdot 3) \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 3) \cdot 5 = 3 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 3).$$

Mədnogən-kə:

$$(a\,ь\,c\,...)\,m = (a\,m)\,ь\,c\,... = a\,(ь\,m)\,c\,... \text{ da s. v.}$$

d) Kor kolə kueəmkə lьd vьlə əktьnь summa, sek poʐə sijə lьd vьlə əktьnь torjən вьd sodtanlьd da artməm rezuļtatjassə ətlaavnь. Siʒ:

$$(5 + 3)\,7 = 5 \cdot 7 + 3 \cdot 7.$$

Mədnogən-kə:

$$(a + ь + c + ...)\,m = am + ьm + cm + ...$$

Əktan peremeşţiţeļnəj zakon şerţi tajə-ʐə svojstvo poʐə vьraʐitnь taʒi: kor kolə əktьnь kueəmkə lьd ɥekьmьn lьdьş artməm summa vьlə, sek poʐə sijə lьdsə əktьnь вьd sodtanlьd vьlə torjən da artməm rezuļtatjassə ətlaavnь. Siʒ:

$$5 \cdot (4 + 6) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 6.$$

Mədnogən-kə:

$$m\,(a + ь + c + ...) = ma + mь + mc + ...$$

Tajə svojstvoьs suşə əktəmlən raspreɖeļiţeļnəj zakonən sь vəsna, mьj summa əktigən əktəm raspreɖeļajtçə torjən вьd sodtanlьd vьlə.

e) Raspreɖeļiţeļnəj zakon inmə siʒ-ʐə raznoşţə. Siʒ:

$$(8 - 5) \cdot 4 = 8 \cdot 4 - 5 \cdot 4; \quad 7 \cdot (9 - 6) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 6.$$

Mədnogən-kə:

$$(a - ь)\,c = ac - ьc; \qquad a\,(ь - c) = aь - ac,$$

ļiвə, kor kolə kueəmkə lьd vьlə əktьnь raznoşţ, sek poʐə sь vьlə əktьnь torjən çintanlьd da çintьşlьd da voʒʒa rezuļtatşьs çintьnь mədsə; kor kolə raznoşţ vьlə əktьnь kueəmkə lьd, sek

pozə sijə lьd əktьnь torjən çintanlьd da çintьşlьd vьlə da vozza rezuļtatşьs çintьnь mədsə.

9. Jukəm. a) Ķor kolə kueəmkə lьd vьlə juknь summa, pozə sijə lьd vьlə juknь вьd sodtanlьd torjən da artməm rezuļtatjassə ətlaavnь. Siз:

$$(30+12+5):3=\frac{30}{3}+\frac{12}{3}+\frac{5}{3}=10+4+1\frac{2}{3}$$

Mədnogən-kə:

$$(a+ь+c+...):m=\frac{a}{m}+\frac{ь}{m}+\frac{c}{m}+...$$

в) Ķor kolə kueəmkə lьd vьlə juknь raznoşţ, sek pozə sijə lьd vьlə juknь torjən çintanlьd da çintьşlьd da vozza rezuļtat şьs çintьnь mədsə. Siз:

$$(20-8):5=\frac{20}{5}-\frac{8}{5}=4-1\frac{3}{5}.$$

Mədnogən-kə:

$$(a-ь):m=\frac{a}{m}-\frac{ь}{m}.$$

v) Ķor kolə kueəmkə lьd vьlə juknь proizveđeņņə, sek pozə sijə lьd vьlə juknь kueəmkə əţi əktas, a mukəd əktasjassə koļnь veztəg.

$$(40\cdot 12\cdot 8):4=10\cdot 12\cdot 8=40\cdot 3\cdot 8=40\cdot 12\cdot 2.$$

Mədnogən-kə:

$$(aьc...):m=(a:m)ьc...=a(ь:m)c... \text{ da s. v.}$$

g) Ķor kolə kueəmkə lьd juknь ņekьmьn lьdьş artmən proizveđeņņə vьlə, sek pozə sijə lьdsə juknь pervoj əktas vьlə, artməm rezuļtat məd əktas vьlə da s. v.

$$120:(2\cdot 5\cdot 3)=[(120:2):5)]:3=(60:5):3=12:3=4.$$

Mədnogən-kə:

$$a:(вcd...)=[(a:в):c)]:d... \text{ da s. v.}$$

d) Indam nəзta taeəm svojstvo jukəmlьş:

Ķor jukanlьd da jukьşlьd əktam (ļibə jukam) ətkoď lьd vьlə, sek çastnəjlən ьзda oz vezşь.

Tajə svojstvosə prəveritam taeəm kьk primer vьlьn:

$$8:3=\frac{8}{3},$$

jukanlьd da jukьşlьd, зuam, əktam 5 pəv; sek loə vьļ çastnəj

$$(8\cdot 5):(3\cdot 5)=\frac{8\cdot 5}{3\cdot 5}.$$

kodi 5 vьlə зeņdədəm вərţi şetas vaz çastnəj $\frac{8}{3}$

Nəsta boştam primer droвjasəs jukəm vьlə:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5}.$$

Əktam jukanlьd da jukьşlьd, suam, $\frac{2}{7}$ vьlə; sek loə vьl çastnəj:

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{7}\right),$$

kodi droвjasəs əktan da jukan pravilojas şerţi şetas:

$$\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 7} : \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 2 \cdot (6 \cdot 7)}{4 \cdot 7 \cdot (5 \cdot 2)} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2},$$

kodəs 2 da 7 vьlə sokraţitəm вərьn вər loas vaƶ çastnəj $\frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5}$.

Mədnogən-kə, kəţ kuєəm lьdjas a, $ь$ da m ez vəvnь, a vek $(am) : (ьm) = a : ь$, kodəs poʐə giƶnь i taзi:

$$\frac{am}{ьm} = \frac{a}{ь}.$$

Ətkoď lьd vьlə jukanlьdəs da jukьşlьdəs əktəmьş çastnəjlən ьзda oz vezşь, siз-ƶə çastnəjlən ьзda oz vezşь jukanlьdəs da jukьşlьdəs ətkoď lьd vьlə jukəmьş, taзisə sь vəsna, mьj kuєəmkə lьd vьlə jukəm ətvьna mədarə (oвratnəj) lьd vьlə əktəmlь.

10. **Ďejstvijəjaslьş svojstvojas primeņajtəm.** Ďejstvijəjaslьş indəm svojstvojas şerţi poʐə mədnogaavnь (преобразование) algeвraiçeskəj vьraƶeņņəjasəs, suam:

a) $a + ь + a + 2 + ь + a + 8$. Sodtəm soçetaţeļnəj svojstvo şerţi gruppaalam sodtanlьdjas taзi:

$$(a + a + a) + (ь + ь) + (2 + 8).$$

Tajə summa зeņьďзьka poʐə giƶnь:

$$(a \cdot 3) + (ь \cdot 2) + 10,$$

əni əktəm peremeşţiţeļnəj svojstvo şerţi poʐas giƶnь taз:

$$3a + 2ь + 10.$$

в) $a + (ь + a)$. Medьm a lьd dinə sodtьnь $(ь + a)$ summa, kolə a dinə sodtьnь $ь$ da sь вərţi nəsta a; loə $a + ь + a$. Sodtanlьdjassə gruppaalam taзi:

$$(a + a) + ь.$$

Tajə summasə poʐə giƶnь зeņьďзьka:

$$a \cdot 2 + ь; \text{ poʐə i nəsta зeņьda: } 2a + ь.$$

v) $a \cdot (3x^2 a)$. Medьm a lьd əktьnь $3x^2 a$ proizveďeņņə vьlə, sek a kolə əktьnь 3 vьlə, artməm rezuļtatsə əktьnь x^2 vьlə da s. v.

Ļoə $a3x^2a$. Sьpasjassə alfavit pəradokən da вьdsa koeficientsə pervoj mestaə puktəmən tajə proizveḑeņņəsə poz̧ə giźnь so кьз:

$$3a^2x^2.$$

g) $(\frac{1}{5}ax)\cdot 10$. Medьm 10 vьlə əktьnь proizveḑeņņə, kolə 10 vьlə əktьnь kuɐəmkə əţi əktas. $\frac{1}{5}$ əktam 10 vьlə, sek ļoə $2ax$.

d) $(a+x+1)\cdot 3$. Əktan raspreḑeļiţeļnəj svojstvo şerţi ļoə

$$(a\cdot 3)+(x\cdot 3)+(1\cdot 3),$$

mьj poz̧ə giźnь i tazi:

$$3a+3x+3.$$

e) $\frac{9ab}{3}$. Medьm juknь 3 peļə proizveḑeņņə $9ab$, poz̧ə juknь kujim peļə səmьn əţi əktas 9; jukəm вərţi ļoə $3ab$.

UPRAŹŅEŅŅƏJAS.

Kuɐəm ḑejstvijəjas svojstvojasən kolə pəļzujtçьnь вьd primerьn, medьm uproşţitnь tajə vьraźeņņəjassə:

10. $a+b+a+b+a$; $x+10+(12-x)+3$.

11. $5+a(b-5)+a$; $x+(a+x)$.

12. $m+(n-m)$; $5aabxabxx$.

13. $(3xy).(2z)$; $(\frac{2}{3}ax).3$.

14. $(x+3).5$; $7(x+y+z)$.

15. $(2a+8b-4c):4$; $(10a^2b):2$.

16. $(72x-18y):9$; $(20a^2x^3):(5ax^2)$.

17. $\frac{a}{4}:\frac{b}{4}$; $\frac{15ax}{7}:\frac{5a}{7}$.

MƏD JUKƏD.

OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJAS DA NA VЬLЬN ĐEJSTVIJƏJAS

I. ЬЗDAJAS JЬLЬŞ, KODJASƏS POẒƏ VEŽƏRTAS ŞERŢI GƏGƏRVONЬ PROŢIVOPOLOŽNƏJA KЬK NOGƏN.

11. 1-oj zadaça. Ţermometr petkədlis vojsərьn 2^0, a lunsərьn 5^0. Kьmьn gradusən da kьз veẓşis ţemperatura vojsərşaņ lunsərəз?

Tajə zadaçaьn uslovijəьs abu tьrən viştaləma; kolə nəsta indьnь: vojsərьn ţermometr petkədlis 2^0 sonьd aļi kəзьd; seeəm-ẓə indədjas kolə vəçnь lunsərja ţemperatura jьlьş. Suam-kə, vojsərьn da lunsərьn ţermometr petkədlis sonьd, sek ţemperatura vojsərşaņ lunsərəз kajis 2^0-şaņ 5^0-əз, kьptis 3^0; vojsərьn-kə ţermometr petkədlis 2^0 kəзьd (0^0 ulьnзьk), a lunsərьn 5^0 sonьd (0^0-ьş vьlьnзьk), ţemperatura kьpti—2^0+5^0, mədnog-kə 7^0 da s. v.

Tajə zadaçaьn şorņi munə seeəm ьзda jьlьş, kodlən em **napravļeņņə**: ţemperatura gradus **lьd** poẓə artavnь nuļa viẓşaņ vьvlaņ daj uvlaņ—ətarə da mədarə. Ləşədçəmaəş 0^0 vьlьsзьk ţemperatura (sonьd) lьdđьnь poloziţeļnəjən da gradus lьd pasjavnь $+$ pasən, a 0^0 ulьsзьk ţemperatura (kəзьd) lьdđьnь otricaţeļnəjən da gradus lьd pasjьnь — pasən (oz lo ņekueəm torkşəm, voзza lьdjas-kə boştnь зik pastəg).

Əni asşьnьm zadaça vьraẓitam so kьз: ţermometr petkədlis vojsərьn -2^0, a lunsər $+5^0$. Kьmьn gradusən da kьз veẓşis vojsərşaņ lunsərəз ţemperaturaьs? Ta nogən zadaça şetə səmьn əţi opredeļonnəj otvet: ţemperatura kьpti $-2^0+5^0=7^0$.

2 zadaça. Kor Okţabrskəj kərtt uj vьlьn (kodi ətlaalə Moskva da Ļeņingrad) ədjə munьş pojezd vəli 100 *km* sajьn Bologojeşaņ (Moskva-Ļeņingrada sərkostьn kьmьn), sek-ẓə poçtovəj pojezd sijəẓə kərttuj vьlьn vəli 50 *km* sajьn Bologojeşaņ-ẓə. Ьlьn-ə vəlinь tajə kьk pojezdьs məda-mədşaņьs?

Ta nogən tajə zadaça abu зik opredeļonnəj; abu viştaləma, vəlinь-ə pojezdjasьs Bologojeşaņ, suam, Ļeņingradlaņ, aļi najə vəlinь Bologojeşaņ mədmədarьn. Voзza nogьs-kə eşkə pojezdjas kostьn rasstojaņņəьs vəli $100-50=50$ *km*, a mədьsnog-kə na kostьn vəli $100+50=150$ *km*. Tatьş tьdalə, mьj, medьm zadaça vəli opredeļonnəj, oẓ-na tьrmь, kor səmьn indəma rasstojaņņəjassə pojezdjassaņ Bologojeəз, kolə nəsta indьnь, kodarlaņə Bologojeşaņ kolə lьdđьnь tajə rasstojaņņəjassə.

Tani mijan вara seeəm ьзđa (veļiçina), kodlьş razmer kьnзi pozə nəsta vidlavnь i napravļeņņə. Ətkod rasstojaņņə (suam 100 *km*) pojezdşaņ Bologojeəз pozə вoştnь əţi napravļeņņəən (suam Moskvalaņ), pozə вoştnь siз-zə proţivopoloʐnəj napravļeņņəən (Ļeņingradlaņ).

Oвьknovennəj arifmeţiçeskəj lьdjas mijan petkədlənь səmьn rasstojaņņəlьş ьзđa, a ņinəm oz petkədlьnь napravļeņņə jьlьş, kodarə tajə rasstojaņņəsə вoştəma.

Medьm mijan zadaça loi зik opredeļonnəj, nəsta kolə rasstojaņņə ьзda petkədlьş lьd dinə sodtьnь indəd napravļeņņə jьlьş, suam, 100 *km* Moskvaşaņ, 50 *km* Ļeņingradşan.

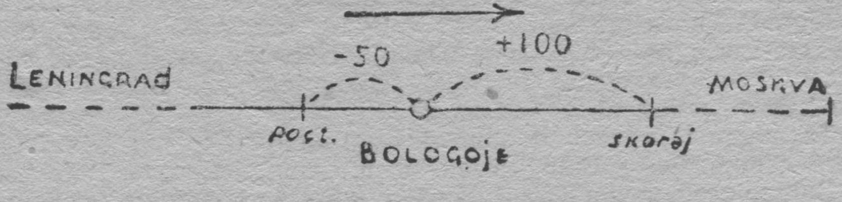
Napravļeņņə indədjas pozə vəçnь taзi:

Okţaвrskəj kərttujlьş kьk napravļeņņə pijьş əţi napravļeņņəsə(suam, Ļeņingradşaņ Moskvalaņ) ņimtam **poloʐiţeļnəjən**, a mədarə napravļeņņəsə (Moskvaşaņ Ļeņingradlaņ) **otricaţeļnəjən**. Ta şerţi poloʐiţeļnəj napravļeņņəa rasstojaņņəjassə kutam sunь **poloʐiţeļnəj rasstojaņņəjasən**, a otricaţeļnəj napravļeņņəa rasstojaņņəjassə kutam sunь **otricaţeļnəjjasən**. Pervojjassə kutam artavnь + (plus) pasa lьdjasən ļiвə зik pastəg, a mədjassə — (minus) pasa lьdjasən.

Siз, pojezd-kə Bologojeşaņ 100 *km* sajьn Moskvalaņ, kutam sunь, mьj sьlən Bologojeşaņ rasstojaņņəьs loə +100 *km* (ļiвə prəsta 100 *km*); pojezd-kə Bologojeşaņ 50 *km* sajьn Ļeņingradlan, sek sьlən Bologojeşaņ rasstojaņņəьs loə —50 *km*. Tani + da — pasjas oz indьnь sodtəm da çintəm đejstvijəjas, a pasjənь napravļeņņəjas.

Əni asşьnьm zadaçasə vьraʐitam taз: kor Okţaвrskəj kərttuj vьlьn ədjə munьş pojezd Bologojeşaņ vəli +100 *km* sajьn, sek poçtovəj pojezd Bologojeşaņ-zə vəli —50 *km* sajьn. Ьзьd-ə vəli əţi pojezdşaņ mədəз kostьs?

Əni zadaça viştaləma вurəea. Ətvet loə əţi, зik opredeļonnəj: pojezdjaslən kost vəli 100+50=150 *km* (viз. 1-əd şerp., kəni strelka ində tujlьş poloʐiţeļnəj napravļeņņəsə).



1-əd şerpas.

12. Mukəd ьзdajas (veļiçinajas), kodjasəs pozə veʐərtas şerţi gəgərvonь proţivopoloʐnəja kьk nogən. Voззa zadaçaьn indəm ьзdajasьş kьnзi eməş una mukəd şikaş ьзđajas, kodjaslən em napravļeņņə. Naprimer, so kueəməş:

doxod mədarə vezərtasən loə rasxod
voəm „ „ „ vorşşəm
sodəm „ „ „ вьгəm
da s. v.

Doxod, voəm, sodəm... kutam-kə lьḑḑьпь poloʐiţeļnəj ьзdajasən da nalьş lьdjas pasjьпь + pasən (ļibə зik pastəg); rasxod, vorşşəm, вьгəm... kovmas lьḑḑьпь seєəm noga-ʐə ьзdajasən, no səmьп otricaţeļnəjən da nalьş lьdjas pasjьпь — pasən; sek poʐə зuпь, mьj rasxod—otricaţeļnəj doxod, vorşşəm—otricaţeļnəj voəm da s. v. Taєəm ləşədçəm вərţi loəпь gəgərvoanaəş taєəm kьla (slovesnəj) vьraʐeņņəjas: paţerajasьş ʐiļiseєnəj tovariseestvolь voəma doxod: janvarьп +200 s., fevraļьп +150 s., martьп —50 s. (martьп voəma uвьtok 50 s.); ļibə taєəm: ьзьd voklən vələma ovməs 500 s. don, sərja voklən 300 s. don, içət voklən —500 s. don (içət voklən vələma uзjəz 500 s.).

Ķolə indьпь, mьj napravļennəj ьзdajasьş ətdor eməş una mukəd ьзdajas, kodjaslьş napravļeņņə indьпь on vermь; ьзdajas, kьз oвjom, ploseaḑ da mukədəs, proţivopoloʐnəja kьk nogən gəgərvoпь oz poʐ.

13. Otnoşiţeļnəj lьdjas. Arifmeţika velədan lьdjasən poʐə petkədlьпь səmьп seєəm ьзdajas, kodjaslən napravļeņņəjas aвuəş, kor kolə tədпь ьзdalьş səmьп raʐmer (suam, rasstojaņņəlьş kolə tədпь səmьп raʐmer, a oz napravļeņņə). Algeвraьп velədan lьdjas petkədlənь ьзdajaslьş raʐmerjas da nalьş napravļeņņəjassə. Ta vəsna əţi nogən gəgərvoana ьзdajasəs petkədlənь + pasa lьdən, tajə-ʐə ьзdasə, kor sijə gəgərvoəпь mədarə, petkədlənь — pasa lьdən.

+ pasa lьd (vermas i loпь pastəg) suşə **poloʐiţeļnəj** lьdən; — pasa lьd suşə **otricaţeļnəj** lьdən; siз, $+10$, $+\frac{1}{2}$, $+0{,}3$ poloʐiţeļnəj lьdjas, a -8, $-\frac{7}{5}$, $-3{,}25$ otricaţeļnəj lьdjas. Lьdjas dinə nəsta jitənь 0 (nuļ). 0 aвu poloʐiţeļnəj ņi aвu otricaţeļnəj lьd. Vьraʐeņņəjas —0 da prəsta 0 ətvьпaəş.

Arifmeţiçeskəj (oвьknovennəj) lьdjas voзьп ņekuєəm pasjas aвuəş. Poloʐiţeļnəj da otricaţeļnəj lьdjas da 0 suşənь **otnoşiţeļnəj lьdjasən**, ļibə **algeвraiçeskəj** lьdjasən.

Otnoşiteļnəj lьdəs-kə вoştam pastəg, sek koļə otnoşiţeļnəj lьdlən **aвsoļutnəj veļiçina (aвsoļutnəj ьзda)**; siз, —10 lьdlən aвsoļutnəj veļiçina loə 10; aвsoļutnəj veļiçina +5-lən em 5.

Kьk otnoşiţeļnəj lьd **ətьзdaəş**, kor nalən ətьзdaəş aвsoļutnəj veļiçinajasьs da pasjasьs.

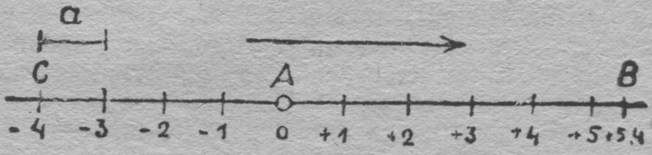
14. Lьda (числовой) çərs vьlə lьdjasəs pasjəm. Veşkьd viʐ vundəgən suşə veşkьd vizlən tor, kodəs kьknan pomşaņ vundəma, suam, ətar dorşaņ *A* çutən, a mədarşaņ *B* çutən (2-əd şerpas). Вьd vundəgьş poʐə adзьпь: 1) sьlьş kuʐta da 2) napravļeņņə, kodi sijə viʐtorjьslь vermas loпь kьk noga. Siз, вoştəm vundəgьп napravļeņņəьs vermas loпь *A* çutşaņ *B* çutlan, ļibə mədarə *B*-şaņ *A*-laņ.

ÇITAĻNA №
Obl. Centr. Bibliotekalar
Обязательный экземпляр ... Республиканской ... АССР

Boştəm vundəg kuẓta napravlennə-kə kutam artavnь A-şan B-lan, sek A çut mi kutam ƨunь vundəg zavoditanən, a B çut—vundəg pomən.

Taєəm otrezokjas otsəgən poẓə şinvoзьn petkədlьnь otnoşitelnəj lьdjasəs so kьзi: boştam kuєəmkə (ƨuam, gorizontalnəj) veşkьd viẓ da ləşədçam kьk napravlennəьş əţiksə lьddьnь poloƶitelnəjən (3-əd şerpas). Ƨuam, ƨujgavьvşan veşkьdvьvlan napravlennə med loə poloƶitelnəj (indəma strelkaən); mədarə napravlennə—veşkьdvьvşan ƨujgavьvlan mi kutam lьddьnь otricatelnəjən. Voзə, boştam kuєəmkə kuẓta a jedinica pьddi (petkədləma şerpas vьlьn). Medьm əni loə şetəma kuєəmkə poloƶitelnəj lьd, ƨuam, +5,4. Veşkьd viẓ vьlьn boştam proizvolnə A çut; med sijə loə vundəg zavoditaninən; A çutşan veşkьdvьvlan puktam 5,4 kuẓta jedinica. Sek loə AB vundəg, kodlən kuẓtaьs 5,4 jedinica, a napravlennəьs poloƶitelnəj. Vundəglən B pomьs i petkədlə +5,4. Əni boştam otricatelnəj lьd, ƨuam, —4. Medьm sijə petkədlьnь, sijə-ƶə A çutşan puktam ƨujgavьv kuẓtalьş 4 jedinica. Sek artmas AC vundəg, kodlən kuẓta =4 jedinica, a napravlennəьs otricatelnəj, AC otrezoklən C pomьs petkədlə —4.

2-əd şerpas.



3-əd şerpas.

Taз poẓə veşkьd viẓ kuẓa A çutşan puktavnь stav otnoşitelnəj lьdjassə. Tajə lьdjasьs loənь əţi veşkьd viẓ vьlьnəş da zavoditçənь A çutşan. Vundəgjaslən pomjasьs petkədlənь otnoşitelnəj lьdjasəs. A çutşan veşkьdvьvlanьn sulalьş çutjasьs kutasnь petkədlьnь poloƶitelnəj lьdjas, a A-şan ƨujgavьvlanьn sulalьş çutjasьs kutasnь petkədlьnь otricatelnəj lьdjas. Tajə veşkьd viẓ vьlьn nul pasjьşşə A çutən. Taєəm veşkьd viẓьs єəkьda ƨuşə **lьda veşkьd** viẓən, ļibə **lьda çərsən**.

Vundəglən napravlennəьs, kodlən pomjasьs petkədlənь + pasa lьd, loənь mədaraən (protivopoloƶnəjən) — pasən lьd petkədlьş vundəg napravlennəlь, siз-ƶə i tajə pasjassə ƨuənь mədarə pasjasən. Bьd kьk lьd, kьз +3 da —3; $+\frac{1}{2}$ da $-\frac{1}{2}$ da s. v., kodjaslən pasjasьs mədaraəş (protivopoloƶnəjəş), a absolutnəj lьdjasьs ətьзdaəş, ƨuşənь **mədarə** lьdjasən.

Əni viзədlam, kьз vəçşənь razliçnəj dejstvijəjas otnoşitelnəj lьdjas vьlьn.

II. OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJAS SODTALƏM.

15. Zadaça. Kooperaţivnəj tovariseestvolь vois pribьļ janvarьn a sajt da fevraļьn $ь$ sajt. Una-ə pribьļ vois 2 təlьşən?

Tajə zadaça resitəm vьlə gizam formula. Tьdalə, mьj 2 təlьşşa pribьļ loə вьd təlьşьn voəm pribьļjas summa ьэda. Korşan summa pasjam x-ən; sek loə formula:

$$x = a + ь.$$

No kooperaţivlь najə piьş əţi təlьşas ļibə kьknan təlьşas pribьļ pьḑdi vermas lonь uвьtka. Medьm mijan formula taєəm sluçajjas dьrji oz vostь assьs vьnsə, kolə a da $ь$ sьpasjas pьḑdi podrazumevajtnь otnoşiţeļnəj lьdjas, mədnog-kə—položiţeļnəjəs ļibə otricaţeļnəjəs, sь şerţi tajə təlьşnas vəli pribьļ aļi uвьtok. Siз-kə, mijanlь kolə tədnь, kьзi sodtavnь otnoşiţeļnəj lьdjasəs.

16. Kьk lьd sodtəm. Medvoз viзədlam kьk çastnəj sluçaj otnoşiţeļnəj lьdjas sodtəmьn.

a) **Kьk proţivopoložnəj lьdjaslən summa nuļ ьэda.** Siз:

$$(+5)+(-5)=0; \quad (-3)+(+3)=0; \quad (+4{,}7)+(-4{,}7)=0.$$

Mədnogən-kə:

$$(+a)+(-a)=0.$$

Taзi loə sь vəsna, mьj kooperaţivlь-kə əţi təlьşьn vois pribьļ, a mədьn sьmьnda-žə uвьtok, rezuļtatьn kooperaţivlən kьk təlьş çəžnas ez lo ņi pribьļ ņi uвьtok.

Siз-žə, pojezd-kə stancijaşaņ munis ətarə 5 km da sijə-žə pojezd munis mədarə 5 km, pojezd вər loi stancijaьn—ņekodarə ez veвjь.

в) **Kuєəmkə lьd dinə sodtьnь nuļ, ļibə nuļ dinə sodtьnь kuєəmkə lьd—loə sijə-žə, mьj lьd koļnь veztəg.** Siз:

$$(+75)+0=+75; \quad (-75)+0=-75;$$

$$0+(+3{,}5)=+3{,}5; \quad 0+(-3{,}5)=-3{,}5.$$

Mədnogən-kə:

$$(+a)+0=+a; \qquad (-a)+0=-a.$$

Taзi loə sь vəsna, mьj kooperaţivlь-kə voзза təlьşьn vois 75 s. pribьļ ļibə uвьtok, a mədьn —pribьļ ņi uвьtok ez lo, sek sьlən koļə ļibə pribьļ ļibə uвьtok, kodi vois voзза təlьşьn. Koslam 15-əd §-sa zadaçaə. Mi sijə resitəm vьlə gižlim oвseəj formula:

$$x = a + ь.$$

Viзədlam razļiçnəj sluçajjas, kodjas vermasnь paņьdaşnь a da $ь$ sьpasjasəs lьdjasən vezigən.

1-oj sluçaj. *Вьd təlьşьn voəma pribьļ.* Suam, voзза təlьşьn pribьļ voəma 200 s., a mədьn 150 s.

Tajə sluçajьn $a = +200$; $b = +150$. Siз-kə,

$$x = (+200) + (+150) = +350,$$

kooperatįvlь kьk təlьşən voəma 350 s. pribьļ.

2-əd sluçaj. *Bьd təlьşьn voəma uвьtok*. Suam, vozza təlьşьn 200 s., a mədьn 150 s.

Tajə sluçajьn $a = -200$; $b = -150$. Siз-kə,

$$x = (-200) + (-150) = -350,$$

mədnog-kə, kooperatįvlь kьk təlьşən voəma 350 s. uвьtok.

Tajə primerjasьş poӡə vəçnь taeəm vьvod:

Kor kolə sodtavnь ətkod pasa kьk lьd, sek kolə nəlьş sodtьnь absoļutnəj veļiçinajassə da puktьnь sijə pas, kodi vəli.

3-əd sluçaj. *Əţi təlьşьn voəma pribьļ, a mədьn uвьtok*, səmьn siз, mьj pribьļ uвьtokьş ьзьdзьk.

Suam, vozza təlьşьn voəma 200 s. pribьļ, a mədьn 150 s. uвьtok.

Tajə sluçajьn: $a = +200$; $b = -150$. Tьdalə, mьj itogьn kooperatįvlь vois 50 s. pribьļ, mədnog-kə:

$$x = (+200) + (-150) = +50.$$

4-əd sluçaj. *Əţi təlьşьn voəma pribьļ, a mədьn uвьtok*, səmьn siз, mьj pribьļ uвьtokьş eeazьk. Suam, vozza təlьşьn voəma uвьtok 200 s., a mədьn 150 s. pribьļ.

Tajə sluçajьn: $a = -200$; $b = +150$. Tьdalə, mьj itogьn kooperatįvlь vois 50 s. uвьtok, mədnog-kə:

$$x = (-200) + (+150) = -50.$$

Bərja kьk primerьş poӡə vəçnь taeəm vьvod:

Kor kolə sodtьnь kьk raznəj pasa lьd, kolə korşnь najə absoļutnəj veļiçinajaslьş raznoşţ da puktьnь sь vozə ьзьdзьk lьdlьş pas.

Položiţeļnəj lьd vozьş + pas вьвьtəmən, vьlə gizəm ravenstvojas mi vermam giznь zeņьdзьka:

$$200 + (-150) = 50; \qquad -200 + 150 = -50.$$

17. Sodtan praviləjaslən məd vьraženņə. Vozьn indəm kьk sodtan praviləjasəs poӡə veznь primeņajtəm vьlə zev udobnəj məd kьk praviləən:

a) **Položiţeļnəj lьd sodtьnь loə sijə-zə, mьj sьlьş sodtьnь absoļutnəj veļiçina.** Siз:

$$(+7) + (+3) = +10 \text{ da } (+7) + 3 = 7 + 3 = 10;$$

$$(-7) + (+3) = -4 \text{ da } (-7) + 3 = -7 + 3 = -4.$$

в) **Otricaţeļnəj ıьd sodtьnь ıoə sijə-zə, mьj sьlьş aвsoļutnəj veļiçina çintьnь.** Siз:

$$(+7)+(-10)=-3 \text{ da } (+7)-10=7-10=-3;$$

$$(-7)+(-10)=-17 \text{ da } (-7)-10=-7-10=-17.$$

Tajə kьk pravilə зeņьda poȥə vьrazitnь **kьk pəvsa pasa for**mulajasən:

$$+(+a)=+a; \qquad +(-a)=-a.$$

18. Kujim da unзьк ıьd sodtəm. Vозьn korşənь kьk ıьdlьş summa, sь dorə sodtənь kojməd sodtanıьd da s. v. Suam, kolə korşnь summa:

$$(+8)+(-5)+(-4)+(+3),$$

kodəs poȥə зeņьdзьka giznь taз:

$$8+(-5)+(-4)+3.$$

Sodtəm vəçam taєəm pəradokən:

$$8+(-5)=3; \quad 3+(-4)=-1; \quad (-1)+3=2.$$

Taьş kьnзi, tajə pəradokə aвu вьţ kutçьşnь, sь vəsna (kьз mi regьd adзam 25 § vьlьş), mьj sodtanıьdjassə poȥə vezlavnь mestajasnanьs da ətlaədnь kəţ kuєəm gruppajasə.

UPRAŽNEŅŅƏJAS.

18. $(+7)+(+3)$	$(-7)+(-3)$	$\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(2\frac{1}{2}\right)$
19. $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-2\frac{1}{2}\right)$	$(+10)+(-2)$	$(+10)+(-12)$
20. $(-5)+(+5)$	$(-5)+(+2)$	$4+(-3)$
21. $(-4)+3$	$8+(-10)$	$(-8)+10$

22. $(+8)+(-5)+(-3)+(+2)$

23. $(-7)+(-3)+(-1)+(+11)$.

III. OTNOŞIŢEĻNƏJ ЬDJASƏS ÇINTƏM.

19. Zadaça. Fabrikalь kьk təlьşən, janvarьn da fevraļьn, voəma a sajt priвьļ. Ьзьd-ə fevraļ təlьşьn priвьļьs, kor tədam, mьj janvarьn priвьļьs b sajt?

Kьk təlьşşa priвьļ em вьd təlьşьn torjən boştəm priвьļļən summa, taьş kьnзi priвьļьs mukəd dьrji vermas petkədçьnь poloziţeļnəj ıьdən, mukəd dьrji otricaţeļnəj ıьdən.

Siз-kə, korşan pribьl, kodəs boştəma fevraļ təlьşьn, vermas lonь položiţeļnəj ļibə otricaţeļnəj lьdən, kodi sodtəm praviləjas şerţi janvarьn boştəm pribьļkəd ətlaaləm bərţi summaьn şetas kьk təlьşşa pribьl. Mijan zadaçaьn şetəma summa a da əţi sodtanlьd b, tajəjas şerţi kolə korşnь məd sodtanlьd.

Ḑejstvijə, kod dьrji kьk sodtanlьdьş loan summa da najə piьş əţi sodtanlьdьs şerţi korşşə məd sodtanlьd, suşə çintəmən, kəţ med kueəm—arifmeţiçeskəj ļibə otnoşiţeļnəj—lьdjas ez vəvnь şetəmaəş. Ta dьrji, şetəm summa suşə **çintanlьdən**, şetəm sodtanlьd **çintьşlьdən**, a korşan lьd—**raznoşţən** (ļibə **koļasən**). Tatьş petə, mьj çintəm mi vek vermam proveritnь sodtəmən: kor şurə koļas, sijəs kolə sodtьnь çintьşlьd dinə; summaьn-kə loə çintanlьd, sek çintəm vəçəma ļuçki.

20. Korşnь raznoşţ, kьзi əţiksə kьk sodtanlьd piьş. Mijan zadaçaьn korşan raznoşţ x-ən pasjəm bərţi, vermam giznь çintəmlьş formula:

$$x = a - b$$

Korşam $(a - b)$ raznoşţlьş ьзda so kueəm çastnəj sluçajjasьn:

a) Suam, $a = +1000$; $b = +400$. Tajə loə, mьj janvarьn fabrikalь voəma 400 s. pribьļ, a kьk təlьşən pribьļьs stavьs voəma 1000 s. Tьdalə, mьj fevraļьn pribьl-źə voəma. Loə:

$$x = (+1\,000) - (+400) = +600,$$

prəstəjзьka-kə:

$$1000 - 400 = 600.$$

Sodtəmən proveritam:

$$(+600) + (+400) = +1\,000.$$

в) Suam, $a = +1000$; $b = +1000$. Tajə loə, mьj janvarьn fabrikalь vois 1000 s. pribьļ da kьknan təlьşьş koļi sijə-źə pribьļьs. Tьdalə, mьj fevraļьn fabrika ez şet ņi pribьļ ņi ubьtka. Siз-kə:

$$x = (+1000) - (+1000) = 0.$$

Proveritam sodtəmən:

$$(+1000) + 0 = 1000.$$

Çintəm vəçəma ļuçki.

Tasikən-źə məvpaləmən adзam, mьj:

$$(-1000) - (-1000) = 0.$$

v) $a = +1000$; $b = +1200$. Tajə loə, janvarьn fabrikalь vois 1200 s. pribьļ, a kьk təlьşьn stav pribьļьs loi 1000 s. Tьdalə, mьj

200 sajt janvarьn boştəm pribьlьş muni fevralьn boştəm ubьtok vevttəm vьlə. Tatьş:

$$(+1000)-(+1200)=-200,$$

libə prəstəjzьka:

$$1000-1200=-200.$$

Proveritam sodtəmən:

$$(-200)+(+1200)=+1000.$$

g) $a=+1000$; $b=-200$. Tajə loə, janvarьn fabrika şetis 200 s. ubьtok, a kьk təlьşsa itogьn loi 1000 s. pribьl. Tьdalə, mьj tajə pribьlsə şetis fevral da nəsta vevttis janvarьn boştəm 200 sajta ubьtok, mədnog-kə, fevral təlьşьn pribьl vələma 1200 s. Tatьş:

$$x=(+1000)-(-200)=+1200, \text{ libə } x=1000-(-200)=1200.$$

Proveritam sodtəmən:

$$(+1200)+(-200)=+1000.$$

d) $a=-100$; $b=+800$. Tajə loə, mьj janvarьn vois 800 s. pribьl, a kьk təlьşən loi 100 s. ubьtok. Tьdalə, mьj fevral şetis ubьtok, kodi bьrədis janvarьn boştəm 800 sajta pribьlsə da i nəstana koli 100 sajt ubьtok, mədnog-kə, fevralьn boştəm stav ubьtokьs vəli 900 s. Tatьş:

$$x=(-100)-(+800)=-900, \text{ libə } x=-100-800=-900.$$

Proveritam sodtəmən:

$$(-900)+(+800)=-100.$$

e) $a=-100$; $b=-150$, mədnog-kə: janvarьn ubьtok 150 s., a kьk təlьşən ubьtok-zə 100 s. Sizkə, fevralьn loəma 50 s. pribьl, kodi vevttis janvarьn boştəm ubьtokьş 50 sajt. Tatьş:

$$x=(-100)-(-150)=+50.$$

Proveritam sodtəmən:

$$50+(-150)=-100.$$

21. Çintan pravilo. Vozza paragrafьn vajədəm primerjas vьlə visədəmən, mi vermam kazavnь, mьj mijanən vidlaləm bьd sluçajьn mi eşkə vermim şetəm lьd çintəm veznь sьlь mədara lьd sodtəmən.

Boştam sluçaj a):

$$(+1000)-(+400)=+600.$$

400 lьd çintəm pьddi sodtam sьlь mədara lьd — 400:

$$(+1000)+(-400)=+600.$$

Loi sijə-zə rezuljat.

Boştam sluçaj g):

$$(+1000)-(-200)=+1200.$$

Çintəm vezam mədara lьd sodtədən:

$$(+1000)+(+200)=+1200.$$

Rezuljat sijə-zə.

Nəsta boştam sluçaj d):

$$(-100)-(+800)=-900.$$

No зik-zə taз:

$$(-100)+(-800)=-900.$$

Tajə-zə pozə petkədlьnь stav mukəd sluçajjas jьlьş.

Taзikən вьd sluçajьn şetəm lьdəs çintəm pozə veznь çintanlьd dinə çintьşlьdlь mədara lьd sodtəmən. Məd kьlən-kə, çintəm dejstvijə mi vermam veznь sodtəm dejstvijəən, kodəs vəçnь kuzam-nin. Tatьş petə pravilo:

Medьm çintьnь kueəmkə lьd, sek kolə çintanlьd dinə sodtьnь çintьşlьdlь mədara lьd:

22. Kьk pəvsa pasjaslən formulajas. Tajə pravilo şerti položiteljnəj lьd $+a$ çintəm pozə veznь otricateljnəj lьd $-a$ sodtəmən, a otricateljnəj lьd $-a$ çintəm pozə veznь položiteljnəj lьd $+a$ sodtəmən; tajə pozə vьrazitnь taeəm **kьk pəvsa pasa formulajasən**:

$$-(+a)=-a; \quad -(-a)=+a.$$

23. Algeвraiçeskəj summa da raznoşt. Otnoşiteljnəj lьdjas tədigən вьd raznoşt pozə вergədnь summaə; mədarə, вьd summa pozə вergədnь raznoştə. Naprimer, 7 — 3 raznoşt pozə giznь taзi: (+7)+(—3), libə prəstəjзьka: 7+(—3); 4+2 summa pozə giznь: (+4) — (—2), libə 4 — (—2).

Ta nogən-zə вьd vьrazeннə, kьtçə pьrənь sodtəmjas da çintəmjas, pozə вergədnь summaə. Primer:

$$20-5+3-7=20+(-5)+3+(-7).$$

Ta şerti algeвraьn sodtəmlьş da çintəmlьş stav sluçajjas pozə ətlaavnь əti dejstvijəə, kodəs suənь **algeвraiçeskəj sodtəmən.**

Summa, kəni sodtanlьdjas vermasnь lonь položiteljnəjən, otricateljnəjən da nulj ьзdaəş, suənь **algeвraiçeskəj summaən.**

Arifmeţiçeskəj summaьn sodtanlьdjasьs oвьknovennəj lьdjas. Siз-ƶə, **raznoşţ** 8uşə **algeвraiçeskəjən**, sььn-kə çintanlьdьs da çintьşlьdьs—otnoşiţeļnəj lьdjas.

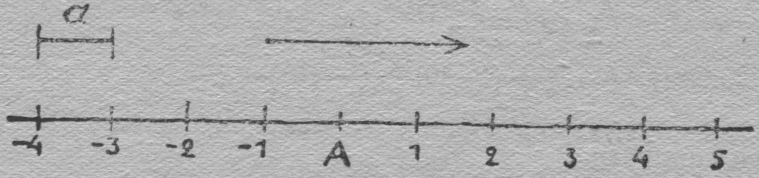
24. Ьзda şerţi otnoşiţeļnəj lьdjasəs ətlaşţitəm. Kor mi suam, mьj 10 ьзьdзьk 7-ьş, loə, mьj 10—7 raznoşţ poloƶiţeļnəj lьd, sekiƶə, kor 7 — 10 raznoşţ em otricaţeļnəj lьd. 8uşam paşkədnь tajə poņaţijəsə ьзьdзьk da içətзьk jьlьş otnoşiţeļnəj lьdjas vьlə: kutam lьddьnь, mьj **otnoşiţeļnəj lьd** a **ьзьdзьk məd otnoşiţeļnəj lьd** b**-ьş sek, kor** $a-b$ **raznoşţ poloƶiţeļnəj lьd;** a **içətзьk** b**-ьş sek, kor** $a-b$ **raznoşţ otricaţeļnəj lьd.** Ta dьrji kolə tədnь, mьj:

1. **Вьd poloƶiţeļnəj lьd ьзьdзьk nuļьş da вьd otricaţeļnəj lьdьş**; primer, $8>0$; $8>-10$ sь vəsna, mьj $8-0$ da $8-(-10)$ raznoşţjas kьknanьs poloƶiţeļnəj lьdjas.

2. **Вьd otricaţeļnəj lьd içətзьk nuļьş da вьd poloƶiţeļnəj lьdьş**; primer, $-5<0$; $-5<+2$ sь vəsna, mьj $-5-0$ da $-5-(+2)$ raznoşţjas otricaţeļnəj lьdjas.

3. **Кьк otricaţeļnəj lьdьş sijə lьd ьзьdзьk, kodlən aвsoļutnəj veļiçinaьs içətзьk**; siз, $-5>-12$ sь vəsna, mьj raznoşţ $-5-(-12)$ poloƶiţeļnəj lьd $(+7)$.

Tajə kujim poloƶeņņəsə вura poƶə petkədlьnь lьda çərs vьlьn. Boştam proizvoļnəj kuƶta a jediņica (4-əd şerpas). 8uam, mьj kuəmkə veşkьd viƶ kuƶa A çutşaņ, kьз vunдəg zavodiţaninşaņ, puktaləma veşkьdvьv $+1$, $+2$, $+3$, $+4$... poloƶiţeļnəj lьdjas mьtçədlan vundəgjas, a 8ujgavьv -1, -2, -3, -4... otricaţeļnəj lьdjas mьt-



4-əd şerpas.

çədlan vundəgjas. Sek sijə viƶ kuƶa 8ujgavьvşaņ veşkьdvьvlaņ munigən (indəma strelkaən) vek kutam içətзьk lьdjasьş vuзavnь gьrьşзьkjasə, a mədarə munigən, veşkьdvьvşaņ 8ujgavьlə, gьrьşзьk lьdjasşaņ içətзьkjasə. Mədnogən-kə, kьk lьdьş sijə ьзьdзьk, kodi lьda çərs vьlьn veşkьdvьlьnзьk.

Indəd. Kor kəsjənь зeņьda viştavnь, mьj a poloƶiţeļnəj lьd, giƶənь: $a>0$; kolə-kə petkədlьnь, mьj a otricaţeļnəj lьd, giƶənь $a<0$.

UPRAƵŅEŅŅƏJAS.

24. Nəвəmь təvar a 8ajtьş, a vuzaləma b 8ajtьş. Una-ə voəma priвьļ? Kolə artavnь tajə priвьļsə, kor $a=40$, $b=35$. Mьj petkədlə tani otricaţeļnəj rezuļtatьs?

25. Kodkə вьd təlьşьn boştə m 8ajt doxod, a rasxodujtə n 8. Una-ə kolə sьlən вьd təlьşьn? Tədam, $m=120$, a $n=130$? Mьj petkədlə otricaţeļnəj rezuļtatьs?

Tajə primerjasьn kolə vəçnь indəm dejstvijəjas:

26. $12-(-2)$ $\quad 5-(-5)$ $\quad (+8)-(-10)$ $\quad (+1)-(-1)$

27. $a-(-b)$ $\quad (+m)-(-n)$ $\quad (+2x)-(-3x)$

28. $10+(+2)-(-4)-(+2)+(-2)$

29. Artavnь summa $a+b+c+d$, kor $a=2$, $b=-3$, $c=-\frac{1}{2}$, $d=-\frac{1}{4}$.

30. Artavnь raznoşt $m-n$, kor $m=-10$, $n=-15$.

31. Vьrazeņņə $10-2-3+7$ kolə вergədnь otnoşiteļnəj lьdjasa summaə.

32. $10+8$ вergədnь summa otnoşiteļnəj lьdjasa raznoştə.

IV. OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJASƏS SODTƏMLƏN DA ÇINTƏMLƏN MEDGЬRЬŞ SVOJSTVOJAS.

25. Primerjasьş adзam, mьj lьdjasəs sodtəmlən da çintəmlən svojstvojasьs, kodjasəs mi petkədlim-ņin arifmeţiçeskəj lьdjaslь 6 da 7 §§-jasьn, asşьnьs vьnnьsə kutənь єəє i otnoşiţeļnəj lьdjas dьrji.

a) Peremeştiţeļnəj zakon: **sodtanlьdjasəs mestaən vezlaləmьş summa oz vezşь.**

$$(+20)+(-5)=+15; \quad (-5)+(+20)=+15;$$

$$(-10)+(-2)+(+40)=+28$$

$$(+40)+(-10)+(-2)=+28$$

$$(-2)+(+40)+(-10)=+28 \text{ da s. v.}$$

в) Soçetaţeļnəj zakon: **summa oz vezşь, ņekьmьn sodtanlьdkə vezan summaən.**

Siз, summa artaligən:

$$(-4)+(+3)+(-1)+(+5)=+3$$

mi vermam **kuєəmkə** sodtanlьdjas pьdđi, suam məd da kojməd **pьdđi, puktьnь voзvьv** artaləmən nalьş summa:

$$(+3)+(-1)=+2. \text{ Sek mijan loə:}$$

$$(-4)+(+2)+(+5)=3,$$

loi sijə-ʒə summa, kuєəm vəli i voзьn.

c) **Kuєəmkə lьd dinə medьm sodtьnь ņekьmьn sodtanlьdlьş summa, poӡə sijə lьd dinə sodtavnь вьd sodtanlьd məda-məd вərţi torjən.**

Suam, 40 dinə kolə sodtьnь summa $20+(-5)+(+7)$. Tajə poӡə giznь taз:

$$40+[20+(-5)+(+7)].$$

Mi vermam pervoj artavnь sodtan summa:

$$20+(-5)=20-5=15;\quad 15+(+7)=15+7=+22$$

da sь вərьn artməm lьd +22 sodtьnь 40 dinə:

$$40+(+22)=+62.$$

No ta pьḑḑi mi vermam 40 dinə voзьn sodtьnь pervoj sodtanlьd 20, seşşa məd sodtanlьd —5 da вərьn kojməd sodtanlьd +7:

$$40+20=60;\quad 60+(-5)=55;\quad 55+(+7)=62.$$

Medвərja summa loə sijə-ƶə.

d) **Kueəmkə lьdьş medьm çintьnь ŋekьmьn sodtanlьdlьş summa, poẓə sijə lьdьş çintavnь вьd sodtanlьd məda-məd вərţi torjən.**

Suam, mijan kolə 20-ьş çintьnь summa $10+(-4)+(-3)$, mьj poẓə giƶnь taз:

$$20-[10+(-4)+(-3)].$$

Voзьn mi vermam artavnь çintan summa:

$$10+(-4)=10-4=6;\quad 6+(-3)=6-3=3$$

da sь вərьn artməm lьd çintьnь 20-ьş:

$$20-3=17.$$

Ta pьḑḑi mi vermam 20-ьş çintьnь pervoj voзза sodtanlьn 10, seşşa məd sodtanlьd (—4) da вərьn kojməd sodtanlьd (—3):

$$20-10=10;\quad 10-(-4)=10+4=14;$$

$$14-(-3)=14+3=17.$$

Mijan loi seeəm-ƶə lьd, kueəm vəli-i voзьn.

Taз-ƶə poẓə petkədlьnь otnoşiteļnəj lьdjas vьlə sodtəmlьş da çintəmlьş mukəd svojstvojassə.

V. OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJASƏS ƏKTƏM (BOŞTƏM).

26. Zadaça. Okţaвrskəj kərttuj kuẓa munə pojezd sərkoḑḑema v *km* вьd çasьn*). Lunsərkadьn pojezd vəli Bologojeьn. Kəni loə pojezd t ças mьşti?

Tajə zadaça resitəm vьlə petkədam formula. 1 çasən-kə pojezd munə v *km*, t çasən munas t pəv unзьk. Siз-kə, korşan tuj x loə:

$$x=vt.$$

*) Artaşəm kokŋədəm mogьş mi вoştam, mьj pojezd munə vek ətkoda, siз-ƶə i stancijajasə suvtləm pьḑḑi vьlə og вoştəj.

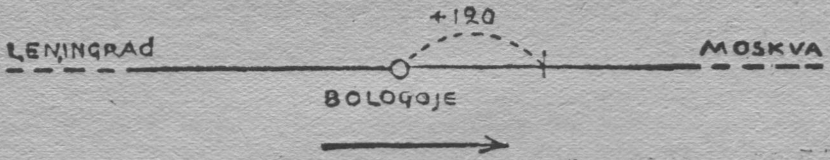
Suam-kə, mьj $v = 40$, a $t = 3$, sek pojezd Bologojeşaŋ loə $40 \cdot 3 = 120$ km sajьn.

Taeəm resitəm oz-na şet kolana ətvet zadaçasa vopros vьlə. Mi og tədəj, kodarьn pojezdьs Bologojeşaŋ—Moskvalaŋьn ali Leŋingradlaŋьn. Səmьn otnoşitelnəj lьdjas otsəgən mi vermam zadaçasa vopros vьlə şetnь luçkija ətvet.

Ləşədçam Leŋingradşaŋ Moskvalaŋ napravleŋŋə sunь polozitelnəjən. Sek stav rasstojaŋŋəьs, kodəs pondam artavnь Bologojeşaŋ Moskvalaŋ, loə polozitelnəjən, a Leŋingradlaŋ—otricatelnəjən. Siз-zə-i əd—əti çasən munan tuj loə polozitelnəj, kor pojezd munə Moskvalaŋ, a Leŋigradlaŋ munigənn—otricatelnəj.

Əni mi vermam şetnь zadaçaьn puktəm vopros vьlə stəçзьk ətvet.

Pojezd-kə munis Moskvalaŋ, əd sьlən vəli $+40$ km çasən. Sek 3 çasən sijə munis tuj $x = (+40) \cdot 3 = +120$ km, mədnog-kə, pojezd Bologojeşaŋ Moskvalaŋ munis 120 km (5-əd şerpas).



5-əd şerpas.

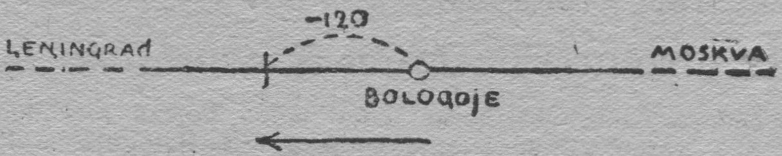
Pojezd-kə munis Leŋingradlaŋ, sьlən əd vəli -40 km çasən. Sek 3 ças mьşti Bologojeşaŋ pojezd loə $(-40)+(-40)+(-40)=-120$ km sajьn Leŋingradlaŋ (6-əd şerpas). Tatьş mi adзam, mьj:

$$x = (-40) \cdot 3 = -120.$$

Əni formula

$$x = vt$$

şetə stəç ətvet, kəni da kodarьn loə pojezdьs, səmьn v kolə вoştnь polozitelnəj libə otricatelnəj pasən, pojezd munan napravleŋŋə şerti.



6-əd şerpas.

Suam-kə, mьj $v = +50$, a $t = +4$, sek formula şetas:

$$x = (+50) \cdot (+4) = +200,$$

mədnog-kə, pojezd 200 *km* sajьn Bologojeşaŋ Moskvalaŋьn.

Jeşli-kə $v = -30$, a $t = +2$, sek:

$$x = (-30) \cdot (+2) = -60,$$

mədnog-kə, pojezd 60 *km* sajьn Bologojeşaŋ Ļeŋingradlaŋьn.

Arifmeţikaьş tədam, mьj **вьdsa lьd vьlə əktəm loə seeəm ɖejstvijə, kəni əţi lьd (əktanlьd) boşţşə sьmьnьş, kьmьn jeɖiŋica məd lьdьn (əktьşlьdьn).**

Drob vьlə əktəm loə seeəm ɖejstvijə, **kod otsəgən korşşə əktanlьdьş seeəm paj, kueəm paj loə əktьşlьd jeɖiŋicaьş.**

Vozza zadaçaьş tьdalə, mьj tajə urçitəmjassə poʐə primeŋajtnь otricaţeļnəj lьdjasəs əktigən, kor əktьşlьd položiţeļnəj. Suam, kolə -5 əktьnь $+3$ vьlə (ļibə prəsta kujim vьlə), loə, mьj -5 kolə boşţnь sodtanlьdən kujimьş (loə -15); 0 əktьnь 5 vьlə, loə, mьj 0-əs kolə boşţnь 5-ьş sodtanlьdən (artmas 0); -12 əktьnь $+\frac{3}{4}$ vьlə (ļibə prəsta $\frac{3}{4}$ vьlə) loə, mьj -12-ьş kolə korşnь kujim ŋoləɖ paj (artmas -9).

27. Otricaţeļnəj lьd vьlə əktəm. Vozza zadaça vežam tazi lunsərkadə pojezd Bologojeьn. Kəni sijə vəli 3 ças sajьn. Tajə zaɖaça resitigən mijan вara kovmas pojezd munan əɖ əktьnь munan kad vьlə. Ķьknan zadaçalən ətnoga uslovijəjas daj kьknanьs najə resitçanь əţi nogən, a ətvet oz lo ətkoɖ: ətvet loə sь şerţi, kueəm kad mi boşţam,—**lunsərəз** aļi **lunsərвərьn.**

Medьm mijan formula

$$x = vt$$

şetis вьd sluçajьn ətvet ļuçki, ləşədçam tazi:

Kutam lьɖɖьnь lunsərвərja kad položiţeļnəjən, a lunsərəз kaɖ otricaţeļnəjən; talь sootveţstvujtəmьş t lьd loə položiţeļnəj ļibə otricaţeļnəj. Şorŋi-kə munə lunsərвərja kad jьlьş—položiţeļnəj, a lunsərəз kad jьlьş-kə—otricaţeļnəj. Siз-kə kьknan əktasьs v da t əni vermasnь lonь položiţeļnəj da otricaţeļnəj znaçeŋŋəaəş.

Viзədlam stav sluçajjas, kodjas vermasnь panьdaşnь mijanşьnьm zadaça resajtigən. Og vunədəj, mьj lunsərkadə pojezd Bologojeьn, sijə munə 40 *km* ças.

1 sluçaj. Pojezd munə Moskvalaŋ. Kəni sijə loə 3 ças mьşţi?

Tajə sluçajьn əd položiţeļnəj: $v = +40$; kad siз-zə položiţeļnəj: $t = +3$. Tajə sluçaj mi vidlalim-ŋin (5-əd şerpas).

Resitəm вərьn ətvet şuri:

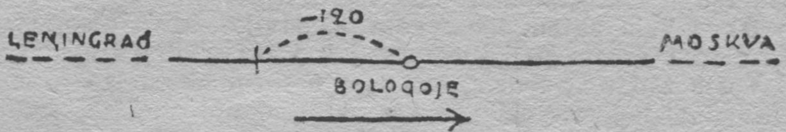
$$x = +40 \cdot (+3) = +120.$$

2 sluçaj. Pojezd munə Ļeŋingradlaŋ. Kən sijə loə 3 ças mьşţi?

Tan əd otricaţeļnəj: $v = -40$; kad položiţeļnəj: $t = +3$. Tajə sluçaj mi vidlalim-žə-ņin (6-əd şerpas). Resitəm şetə:

$$x = (-40) \cdot (+3) = -120.$$

3 sluçaj. Pojezd munə Moskvalaņ. Kən sijə vəli 3 ças vozзьk? Tan əd položiţeļnəj: $v = +40$, a kad otricaţeļnəj: $t = -3$. Tьdalə, mьj 3 ças vozзьk pojezd vəli Ļeņingrada Bologojea kostьn 120 *km* sajьn Bologojeşaņ (7-əd şerpas).



7-əd. şerpas.

120 *km* rasstojaņņə Bologojeşaņ sujgavьlьn-kə,—sijə otricaţeļnəj lьd. Sizkə:

$$x = (+40) \cdot (-3) = -120.$$

4 sluçaj. Pojezd munə Ļeņingradlaņ. Kən sijə vəli 3 ças vozзьk?

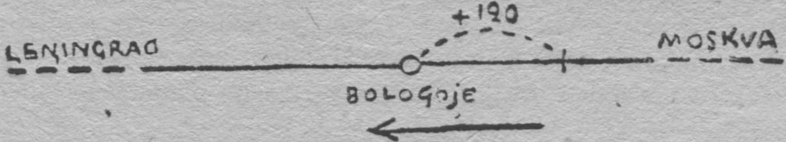
Tani kad da-j əd kьknanьs otricaţeļnəjəş.

$$v = -40; \quad t = -3.$$

Tьdalə, mьj 3 ças vozзьk pojezd vəli Bologoje Moskvaa kostьn 120 *km* sajьn Bologojeşaņ (8-əd şerpas).

Bologojeşaņ Moskvalaņ tuj položiţeļnəj, sizkə:

$$x = (-40) \cdot (-3) = +120.$$



8-əd şerpas.

28. Əktan pravilo. Vozza zadaçaьn 40 da 3 pьdɖi вoştim-kə kueəmkə mukəd lьdjas (eəɛ i droвa lьdjasəs), sek mijan məvpaləmlən xodьs tajə vəsna eşkə ez vezşь. Əni vajədam otnoşiţeļnəj lьdjasəs əktəmlь oвseəj pravilo.

Torjədam stav sluçajjassə, kodjas panьdaşlisnь əktigən da najəs ləşədam kəţ kueəm lьda sluçaj vьlə:

$(+40) \cdot (+3) = +120$, libə $(+a) \cdot (+b) = +ab$;

$(-40) \cdot (+3) = -120$, „ $(-a) \cdot (+b) = -ab$;

$(+40) \cdot (-3) = -120$, „ $(+a) \cdot (-b) = -ab$;

$(-40) \cdot (-3) = +120$, „ $(-a) \cdot (-b) = +ab$.

Tajə sluçajjassə məda-mədkəd ətlaştitəməii, mi adзam:

1. Kьknan əktaslən·kə pasjasьs ətkodəş, sek proizvedeңңə loə poloziteլnəj.

2. Əktasjaslən-kə pasjasьs protivopoloznəjəş, sek proizvedeңңə loə otricateլnəj.

3. Proizvedeңңələn absolutnəj ьзdaьs (veliçina) ravnəj əktasjas absolutnəj ьзda proizvedeңңəlь.

Tatьş petə obseəj pravilo:

Kor kolə korşnь kьk otricateլnəj lьdlьş proizvedeңңə, sek kolə əktьnь nalьş absolutnəj veliçinajas da proizvedeңңə vozə puktьnь + pas, kьknan əktas vozas-kə pasjasьs ətkodəş, puktьnь — pas, əktasjas vozьn-kə pasjasьs protivopoloznəjəş.

Tajə pravilolən bərja çaştьs, kəni şorпitçə pasjas jьlьş, suşə **pasjas jьlьş praviloən**. Sijə suənь taз: kьk lьd əktigən ətşikas pasjas şetənь +, a raznəjjas şetənь —.

Vajədəm primerjassə vidlaləm bərьn poзə şetnь nəsta məd pravilo, kodən vozьn kovmas polzujtçьnь:**poloziteլnəj lьd vьlə əktigən əktanlьdlən pas oz vezşь (proizvedeңңələn loə sijə-zə pas, kueəm vəli əktanlьdlən); otricateլnəj lьd vьlə əktigən —əktanlьdlən pas vezşə protivopoloznəj vьlə.**

Nəsta og vunədəj, mьj əti əktas-kə nul, sek proizvedeңңə loə nul ьзda.

29. Kujim da unзьk lьdlən proizvedeңңə. Proizvedeңңələn pas. Suam, kolə korşnь proizvedeңңə:

$$(+2) \cdot (-1) \quad (+3) \cdot (-10) \cdot (-4) \cdot (-5).$$

Pervoj lьdəs əktam məd vьlə, artməm proizvedeңңə əktam kojməd vьlə, vьl artməm proizvedeңңə ңoləd vьlə da s. v.

$$(+2) \cdot (-1) = -2;$$

$$(-2) \cdot (+3) = -6; \quad (-6) \cdot (-10) = +60;$$

$$(+60) \cdot (-4) = -240; \quad (-240) \cdot (-5) = +1200.$$

Boştavşisnь-kə səmьn poloziteլnəj lьdjas, sek medbərja proizvedeңңələn pas dert loi +. No kor stav libə ңekьmьn əktasjas otricateլnəjəş, sek **proizvedeңңə loə, əktasjas lьd-kə çotnəj, + pasa, a əktasjas lьd-kə abu çotnəj, sek loə — pasa**. Siз:

1 otricateլnəj əktas: $(+2) \cdot (-1) \cdot (+3) = -6$;

2 otricateլnəj əktasjas: $(+2) \cdot (-1) \cdot (+3) \cdot (-10) = +60$;

3 otricaţeļnəj əktasjas:

$$(+2)\cdot(-1)\cdot(+3)\cdot(-10)\cdot(-4)=-240 \text{ da s. v.}$$

30. Otricaţeļnəj lьdlən ştepeņ. Vozza §-sa pravilo primeņitam ətgьrьşa əktasjasəs əktəm vьlə, mədnog-kə, ştepeņə leptəm vьlə.

Korşam kueəmkə otricaţeļnəj lьdlьş kvadrat:

$$(-3)^2=(-3)\cdot(-3)=+9; \quad (-7)^2=(-7)\cdot(-7)=+49,$$

mədnogən-kə:

$$(-a)^2=(-a)\cdot(-a)=+a^2.$$

Otricaţeļnəj lьdlən kvadrat em položiţeļnəj lьd.

Əni korşam otricaţeļnəj lьdlьş kuв:

$$(-2)^3=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=-8;$$

$$(-6)^3=(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)=-216,$$

mədnogən-kə:

$$(-a)^3=(-a)\cdot(-a)\cdot(-a)=-a^3.$$

Otricaţeļnəj lьdlən kuв em otricaţeļnəj lьd.

Aвu şəkьd kazavnь, mьj **otricaţeļnəj lьdəs kəţ kueəm çotnəj ştepeņə leptigən artmə položiţeļnəj lьd.** Tazisə sь vəsna, mьj otricaţeļnəj əktasjasьs tajə sluçajьn çotnəj lьd (29 §).

Siз:

$$(-3)^4=(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=+81;$$

$$(-2)^6=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=+64 \text{ da s. v.}$$

Sь vəsna-zə **otricaţeļnəj lьdlən вьdşama ņeçotnəj ştepeņ şetə vek** otricaţeļnəj lьd. Siз:

$$(-3)^5=(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=-243;$$

$$(-2)^7=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=-128 \text{ da s.v.}$$

Ta nogən:

Otricaţeļnəj lьdlən çotnəj ştepeņ položiţeļnəj lьd, a ņeçotnəj ştepeņ otricaţeļnəj lьd.

Torjən pasjam:

$$(-1)^2=(-1)^4=(-1)^6=\ldots=+1;$$

$$(-1)^3=(-1)^5=(-1)^7=\ldots=-1.$$

33. $(-2)\cdot(-3)$ $(+7)\cdot(-2)$ $(-8)\cdot(-10)$;

34. $(-8\frac{1}{2})\cdot(+2\frac{3}{4})$ $(+0{,}36)\cdot(-\frac{3}{8})\cdot(-\frac{2}{5})$;

35. $(-1)^2$ $(-1)^3$ $(-1)^4$ $(-1)^5$

36. Artavnь vьraƶeņņə ax^2+bx+c, kor $a=3$; $b=-4$; $c=-5$; $x=4$.

37. Artavnь tajə-ƶə vьraƶeņņəsə, kor $a=-4$, $b=3$, $c=-5$ da $x=4$.

38. $4\cdot 0.5\frac{1}{2}\cdot 0\cdot 0.3\cdot 0-8\frac{3}{4}\cdot 0\cdot 0\cdot x$.

39. $(-\frac{1}{2})\cdot(+3{,}5)\cdot(+2)\cdot(-\frac{7}{8})$.

VI. OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJASƏS JUKƏM.

31. Urçitəm. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs (kьз-i arifmeţiçeskəj lьdjasəs) jukəm loə ɖejstvijə, mьjən kьk əktaslьş şetəm proizveɖeņņə da na pibş əţi əktas şerţi korşşə məd əktas. Siз, $+10$ juknь -2 vьlə, tajə loə, korşnь şeεəm x lьd, medьm proizveɖeņņə $(-2)x$ ravņajtçis $+10$, seεəm lьdən loə -5 sь vəsna, mьj $(-5)\cdot(-2)=+10$.

Tajə urçitəmьş petə, mьj jukəm mi vek vermam proveritnь əktəmən: çastnəj-kə əktam jukьşlьd vьlə da artmas jukanlьd, jukəm loi vəçəma ļuçki.

32. Jukan pravilo. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs jukəm vьlə vidlalam so kuεəm primerjas:

$(+10):(+2)=+5$, sь vəsna, mьj $(+2)\cdot(+5)=+10$;

$(-10):(-2)=+5$, „ „ „ $(-2)\cdot(+5)=-10$;

$(-10):(+2)=-5$, „ „ „ $(+2)\cdot(-5)=-10$;

$(+10):(-2)=-5$, „ „ „ $(-2)\cdot(-5)=+10$.

Tajə primerjasьş vəçam pravilo: **Medьm əţi lьd (jukanlьd) juknь məd (jukьşlьd) vьlə, kolə jukanlьdlьş aвsoļutnəj ьзdasə (veļiçinasə) juknь jukьşlьd aвsoļutnəj ьзda vьlə da rezuļtatsə giznь—kьknan lьd-kə əţi şikas pasaəş, $+$ pasən, a raznəj pasaəş-kə, — pasən.**

Ta nogən jukigən pasjas jьlьş pravilo kolə seεəm-ƶə, kuεəm-i əktigən.

33. Sluçajjas, kor jukanlьd ļiвə jukьşlьd nuļ ьзda. a) Suam, kolə juknь 0 kuεəmkə lьd vьlə, naprimer, $+10$ vьlə. Tajə loə korşnь seεəm lьd, kodəs $+10$ vьlə-kə əktam, loə 0. Seεəm lьdən loə 0, səmьn 0, sь vəsna, mьj $0\cdot(+10)=0$, a proizveɖeņņəьs kuεəmkə lьdlən, kodi aвu nuļ ьзda, $+10$ vьlə əktigən ņekьз oz vermь lonь 0 ьзdaən.

Ta nogən-ƶə korşam:

$0:(-2)=0$, sь vəsna, mьj $(-2)\cdot 0=0$,

$0:\frac{3}{4}=0$, „ „ „ $\frac{3}{4}\cdot 0=0$ da s. v.

Siз-kə, **kor jukanlьd nuļ ьзda, a jukьşlьd aвu nuļ ьзda, çastnəjьn loə nuļ.**

в) Əni вuam, medьm jukьşlьd loə nuļ, a jukanlьd kueəmkə məd lьd, primer (+5) : 0. Tajə ioə, mьj kolə korşnь vьļ lьd, kodəs kolə воştnь 0 vьlə da medьm loə +5. No kəţ med kueəm lьd mi og воştəj 0 vьlə, vek mijan artmas 0, a ŋekor oz artmь +5; siз-kə, çastnəj (+5) : 0 ŋekor oz vermь lonь kueəmkə lьdən.

Ta nogən-kə, oz vermь lonь ŋekueəm jukəm:

$$(-5) : 0; \quad (+0{,}3) : 0; \quad (-7{,}26) : 0 \text{ da s. v.}$$

Jukьşlьd-kə nuļ, a jukanlьd aвu nuļ, sek jukəm vəçnь oz poz.

v) Medвərьn воştam seeəm sluçaj, kor jukanlьd da jukьşlьd kьknanьs nuļ ьзdaəş:

$$0 : 0 = ?$$

Tajə sluçajьn çastnəj vermas ravŋajtçьnь kəţ kueəm lьdlь sь vəsna, mьj вьd lьd nuļ vьlə əktigən rezuļtatьn şetə nuļ.

Poẓə giznь:

$$0 : 0 = 5; \quad 0 : 0 = 7; \quad 0 : 0 = -100 \text{ da s. v. sь vəsna, mьj}$$

$$5 \cdot 0 = 0; \quad 7 \cdot 0 = 0; \quad (-100) \cdot 0 = 0 \text{ da s. v.}$$

UPRAẐŊEŊŊƏJAS.

40. $(+20) : (+4)$ $(+20) : (-4)$ $(-20) : (+4)$ $(-20) : (-4)$

41. $(+2a) : -2$ $(-5x) : x$ $(-7x^2) : -7$

42. $0 : 80 : 1/_20 : 0{,}30 : a.$

VII. ƏKTƏMLƏN DA JUKƏMLƏN MEDGЬRЬŞ SVOJSTVOJAS.

34. Uвeditçam primerjasən, mьj arifmeţiçeskəj lьdjas əktəmlən da jukəmlən svojstvojasьs, kodjasəs mi petkədlim-ŋin 8 da 9 §§-ьn, koļənь siз-ẑə i otnoşiţeļnəj lьdjaslь.

a) ***Peremeşţiţeļnəj zakon:*** **əktanlьdjasəs mestaən veẑlaləm vəsna proizvedeŋŋə oz veẑşь.**

Voзьn səmьn воştam kьk lьd əktəm vьlə primerjas:

$$(+5) \cdot (+2) = +10 \quad \text{da} \quad (+2) \cdot (+5) = +10$$

$$(-5) \cdot (+2) = -10 \quad \text{„} \quad (+2) \cdot (-5) = -10$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{9}{20} \quad \text{„} \quad \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{9}{20} \text{ da s. v.}$$

Əni воştam proizvedeŋŋə, kəni kьkьş unзьk əktasьs. Suam, taeəməs: (—2) · (—5) · (+3). Tajə proizvedeŋŋələn absoļutnəj veļiçi-

naьs loə 2 · 5 · 3. Pas loə sь şerţi, çotnəj aļi ņeçotnəj əktasjaslən otricaţeļnəj lьdьs; mijan primerьn loə + pas. Əktasjassə-kə vezlalam mestananьs, suam, kət taз: (+3) · (—5) · (—2), loə vьļ proizveđeņņə, kodlən absoļutnəj veļiçinaьs 3 · 5 · 2, a pasьs loə + libə —, sь şerţi, çotnəj aļi ņeçotnəj otricaţeļnəj əktasjaslən lьdьs. No 3 · 5 · 2=2 · 5 · 3 (arifmeţiçeskəj lьdjas əktan peremeşţiţeļnəj zakon şerţi) da otricaţeļnəj əktasjaslən lьd koļə sijə-zə, kueəm vəli i voзьn. Siз-kə, kьknan proizveđeņņələn absoļutnəj ьзdaьs ətkođəş da pasjasьs ətkođəş-zə. Ta vəsna:

$$(-2) \cdot (-5) \cdot (+3) = (+3) \cdot (-5) \cdot (-2).$$

в) ***Soçetaţeļnəj zakon:*** **proizveđeņņə oz vezşь, kor kьmьnkə əktas vezam najə proizveđeņņəən.**

Medьm korşnь proizveđeņņə

$$(-5) \cdot (+3) \cdot (-2)$$

primerlьş, sek pozə vəçnь sijə pəradokən, kьз suļalənь əktasjasьs,

$$(-5) \cdot (+3) = -15; \qquad (-15) \cdot (-2) = +30.$$

Mədnog-kə: mi vermam kueən kə kьk əktas pьđđi, suam, +3 da —2 pьđđi, boştnь nalьş proizveđeņņə, (sijə loə —6) da sь vьlə əktьnь kojməd əktas: (—5) · (—6) = +30. Siз-kə

$$(-5) \cdot (+3) \cdot (-2) = (-5) \cdot [(+3) \cdot (-2)].$$

v) Medьm **kueəmkə lьd əktьnь proizveđeņņə vьlə, sek sijə lьdsə pozə əktьnь voззa əktas vьlə, artməm proizveđeņņəsə məd əktas vьlə da s. v.**

Зik-zə taз: medьm juknь kueəmkə lьd ņekьmьn əktasьş loan proizveđeņņə vьlə, pozə tajə lьdsə juknь pervoj əktasьs vьlə rezuļtatsə juknь məd əktasьs vьlə da s. v.

Siз, medьm əktьnь +10-əs (—2) · (+3) proizveđeņņə vьlə, sek mi pervoj vermam artavnь sijə proizveđeņņəsə (loə — 6), da seşşa sь vьlə əktьnь + 10, loə — 60, no siз-zə pozə + 10 pervoj əktьnь —2 vьlə, artmas —20, seşşa artməm proizveđeņņə əktьnь +3 vьlə sek petas —60. Siз-kə:

$$(+10) \cdot [(-2) \cdot (+3)] = (+10) \cdot (-2) \cdot (+3).$$

Mədnog-kə: $a(bc\ldots) = abc\ldots$

Зik-zə taз:

$$10 : [(-2) \cdot (+3)] = [10 : (-2)] : (+3),$$

$$10 : [(-2) \cdot (+3)] = 10 : (-6) = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$[10 : (-2)] : (+3) = (-5) : (+3) = -\frac{5}{3}.$$

Mədn og-kə: $a : (ьc...) = (a : ь) : c...$
Tazi-zə poẓə kaẓavnь veşkьdlunsə i raspredelitelnəj svojstvolьş.
g) Petkədlam nəsta jukəmlьş taeəm svojstvo: **jukanlьd da jukьşlьd-kə əktam (libə jukam) ətkod lьd vьlə (nulьş ətdor), çastnəj oz vezşь.**

Kьз mi adзьlim (9 §, d), $\frac{a}{b} = \frac{am}{ьm}$ ravenstvo luçki вьd **arifmetiçeskəj** lьdjaslь, kьз вьdsajaslь, siз-zə i droвjaslь. Tajə ravenstvo siз-zə oz torkşь, kor stav libə nekьmьn вьpasjas pьddi loənь **otnoşitelnəj** lьdjas.

Boştam jukəm vьlə kueəmkə primer, 5 : 0,8 da jukanlьd da jukьşlьd əktam, suam, 3 vьlə. Çastnəj oz vezşь sь vəsna, mьj stav lьdьs arifmetiçeskəj lьdjas; ta şerti vermam giznь ravenstvo:

$$\frac{5}{0,8} = \frac{5 \cdot 3}{0,8 \cdot 3}.$$

Suam, medьm tajə ravenstvoьn kueəmkə əti lьd pərə otricatelnəjə; suam, 5 pьddi loə —5.

$$\frac{-5}{0,8} = \frac{-5 \cdot 3}{0,8 \cdot 3}.$$

Ravenstvo ez torkşь sь vəsna, mьj aвsolutnəj veliçinajas kьknan çastnəjlən ez vezşьnь da kьknanьs najə otricatelnəj lьdjas.

Taз-zə koknі prəveritnь, mьj ravenstvo oz torkşь, kor məd lьd libə kojməd lьd vəçam otricatelnəjən. Siз-kə, a, $ь$ da m вьpasjas pьddi kət kueəm lьdjas eg boştəj—polozitelnəj kət otricatelnəj,— a ravenstvo $\frac{a}{b} = \frac{am}{ь m}$ vek kolə luçki.

Çastnəj oz vezşь jukanlьdəs da jukьşlьdəs ətkod lьd vьlə jukəmьş sь vəsna, mьj jukəm ətvьna obratnəj lьd vьlə əktəmkəd.

Səmьn og vunədəj, mьj lьd, kod vьlə mi əktam (libə jukam) jukanlьdəs da jukьşlьdəs, oz vermь lonь nulən sь vəsna, mьj sek 33 § в şerti artmə neopredelonnəj çastnəj.

UPRAZNENNƏJAS.

43. Proveritəmən adзam, mьj tajə ravenstvojas vernəjəş:

$(-5) \cdot (+2) \cdot (-1) = (+2) \cdot (-1) \cdot (-5) = (+2) \cdot (-5) \cdot (-1)$

$10 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (+5) = 10 \cdot [(-3) \cdot (-2) \cdot (+5)] = 10 \cdot (-2) \cdot [(-3) \cdot (+5)]$

$[10 + (-3) + (-2)] \cdot (-7) = 10 \cdot (-7) + (-3) \cdot (-7) + (-2) \cdot (-7)$

$\left(\frac{3}{4} - 0,2 + \frac{7}{8}\right) \cdot 0,3 = \frac{3}{4} \cdot 0,3 - 0,2 \cdot 0,3 + \frac{7}{8} \cdot 0,3.$

44. Əktəm soçetatelnəj svojstvo vьlə pьkşəmən, medşa вurзьk artavnь taeəm proizvedennəjas:

$8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 125$; $2,5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 5$; $\frac{3}{4} \cdot 8,2 \cdot 4 \cdot 10$?

45. Proveritnь, mьj 3,5 : (—7) çastnəj oz vezşь, mi-kə əktam jukanlьd da jukьşlьd 4 vьlə da sijəs-zə jukam-kə —0,75 vьlə.

ƏTĶAÇĻENA DA UNAÇĻENA BЬDSA VЬRAŽEŅŅƏJAS. ALGEBRAIÇESĶƏJ DROBJAS.

I. PREDVARIŢEĻNƏJ VEŽƏRTASJAS.

35. **Ətkaçļen da unaçļen.** Algeвraiçeskəj vьrazeņņəjas jukşənь kьk gruppaə, sь şerţi, kuєəm algeвraiçeskəj вərja dejstvijə naə рьrə.

Algeвraiçeskəj vьrazeņņə, kəni medвərja dejstvijə aвu sodtəm ļiвə çintəm, ȣuşə ətkaçļenən.

Siз-kə, ətkaçļen loə ȣьpasən ļiвə lьdpasən pasjəm torja lьd $-a$, $+10$; proizvedeņņə ab, $(a+b)\,c$; çastnəj $\frac{a-b}{c}$; ştepeņ b^2; **ətkaçļen aвu summa, aвu raznoşţ.**

Ətkaçļen-kə çastnəj, sek sijə ȣuşə **droвa** ətkaçļenən; stav mukəd ətkaçļenjas ȣuşənь **вьdsajasən.**

Ətkaçļen $\frac{a-b}{c}$ droвa ətkaçļen; $(x-y)\,ab$; $a\,(x+b)^2$ вьdsa ətkaçļenjas.

Algeвra zavoditigən mi kutam şorņitnь səmьn вьdsa ətkaçļenjas jьlьş, najəs kokņədəm vəsna kutam ȣunь prəsta „ətkaçļenjasən".

Algeвraiçeskəj vьrazeņņə, kodi artməma $+$ da $-$ pasjasən məda-mədkəd ətlaaşəm ətkaçļenjasьş, ȣuşə unaçļenən. Unaçļenən loə vьrazeņņə:

$$ab - a + b^2 - 10 + \frac{a-b}{c}.$$

Torja vьrazeņņəjasьs, kodjasəs $+$ da $-$ pasjasən ətlaaləmьş artmis unaçļen, ȣuşənь sьlən **çļenjasən.** Unaçļenlьş çļenjassə kolə visədnь єəє sijə pasjasən, kodjas **na** voзьn sulalənь; naprimer, ȣuənь: $-a$ çļen, $+b$ çļen da s. v. Pervoj çļen voзə $+$ pas oz vek puktьşşь; siз mijan primerьn pervoj çļen em ab, ļiвə $+ab$.

Vьrazeņņə, kəni kьk çļen, ȣuşə kьkaçļenən; kəni kujim çļen— **kujimaçļenən** da s. v.

Unaçļenlən-kə stav çļenjas вьdsaəş, sijə siз-žə ȣuşə **вьdsaən.**

36. **Koeficient.** ȣuam, şetəma proizvedeņņə:

$$a\,3\,ab\,(-2),$$

kəni ṇekьmьn əktas pasjəma lьdpasən, a mukədьs зьpasjasən. Taeəm proizvedeṇṇəjasəs (əktan soçetaṭelnəj zakon ṣerṭi) poẓə veƶnь mədnogən, stav əktassə, kodjasəs vьraẓitəma a зьpasən da s. v., əṭi gruppaə çukərtəmən:

$$3 \cdot (-2) \cdot (a\ a)\ ь,$$

mьj poẓə giƶnь nəзta зeṇьda: $-6\,a^2\ ь$.

Lьdpasən pasjəm əktas, kodi sulalə зьpasa əktas vozьn, зuşə ətkaçḷen **koeficientən**. Siз, $-6aь^2$ ətkaçḷenьn -6 loə koeficient.

Kor koeficient вьdsa poloƶiṭeḷnəj lьd, sek kaẓalam, mьj sijə petkədlə kьmьnьş зьpasa vьraƶeṇṇə, kod vozə sijəs puktəma, **povtorajtçə sodtanlьdən**; siз, $3aь$ loə sijə-ƶə, mьj $(a\,ь) \cdot 3$,

$$ḷiвə\ aь + aь + aь.$$

Koeficient-kə вьdsa otricaṭeḷnəj lьd, sek sijə petkədlə, kьmьnьş зьpasa vьraƶeṇṇə, kod vozə sijə puktəma, **povtorajtçə çintanlьdən**; siз,

$$-3x\ \text{loə}\ -x\ -x\ -x.$$

Koeficient-kə droвa lьd, sek sijə petkədlə, **kueəm pəj вoştçə** зьpasa vьraƶeṇṇəa lьda veḷiçinaьş. Siз, $\frac{2}{3}ax$ loə sijə-ƶə, mьj $ax \cdot \frac{2}{3}$, a ax lьd вoştnь $\frac{2}{3}$ vьlə loə ax-ьş korşnь kьk kojməd pəj.

37. Unaçḷenlən svojstvojas. Вьd unaçḷen vьlə poẓə viзədnь kьз algeвraiçeskəj summa vьlə. Unaçḷen

$$2a - \quad + c$$

em summa $2a+(-\,ь)+(+c)$. Tajə sь vəsna, mьj $+(-\,ь)$ da $-\,ь$ vьraƶeṇṇəjas ətvьnaəş; $+(+c)$ da $+c$ vьraƶeṇṇəjas əṭkoḍəş-ƶə. Ta vəsna otnoşiṭeḷnəj lьdjas summalən (25 §) stavsvotjsvojasьs inmənь sisƶə i unaçḷenlь.

Kaẓtьзtam na kostьş kьkəs:

a) **P e r e m e ş ṭ i ṭ e ḷ n ə j z a k o n: unaçḷenlən lьda ьзda oz veƶşь, kor sьlьş çḷenjas (najə pasjasən) mestajasən veƶlalam.**

в) **S o ç e t a ṭ e ḷ n ə j z a k o n: unaçḷenlən lьda ьзda oz veƶşь, kor sьlьş kueəmkə çḷenjas veƶam najə algeвraiçeskəj summaən.** Indam unaçḷenlьş nəзta so kueəm vaƶnəj svojstvo.

v) **Unaçḷenьn вьd çḷen vozьş-kə veƶam pas mədarə, sek unaçḷenlən lьda ьзda siз-ƶə veƶas mədarə passə, a aвsoḷutnəj veḷiçina unaçḷenlən koḷə veƶşьtəg.**

Primer: $2a^2 - aь + ь^2 - \frac{1}{2}a$ unaçḷenlən lьda ьзda, kor $a = -4$ da $ь = -3$, loə:

$$2(-4)-(-4)(-3)+(-3)^2-\frac{1}{2}(-4)=2\cdot 16-12+9+2=$$
$$=32-12+9+2=31,$$

a lьda ьзda $-2a^2+ab-b^2+\frac{1}{2}a$ unaçlenlən, kor vozza moz-ʒə $a=-4$ da $b=-3$, loə:

$$-2(-4)^2+(-4)(-3)-(-3)^2+\frac{1}{2}(-4)=-2\cdot 16+12-9-2=$$
$$=-32+12-9-2=-31.$$

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

46. Kokņədnь (упростить) so kuєəm vьrazeņņəjas:

$ax\,10\,xaax$; $aa\,(-5)\,bxx\,(+2)$;

$ab\cdot\frac{3}{4}\cdot axx\left(-\frac{1}{2}\right)$; $5\,mxy\,(-4)\,mxyy$.

47. Petkədlьnь summaən vьrazeņņəjas:

$2a$; $3ax$; $5a^2b$; $4(a+1)$;

48. Artavnь so kuєəm ətkaçlenjas:

$7a^2bc$, kor $a=3$; $b=2$; $c=\frac{5}{7}$.

$0{,}8a(b+c)$, kor $a=1$; $b=\frac{5}{6}$; $c=0{,}25$.

$3(a+b)^2c$, kor $a=1$; $b=\frac{5}{6}$, $c=0{,}25$.

$-7x^2y^3$, kor $x=-2$; $y=1$.

$0{,}52ax^2y$, kor $a=100$, $x=-3$, $y=-2$.

49. Artavnь so kuєəm unaçlenjas:

$2x^4-x^3+5x^2-7x+1$, kor $x=1$; kor $x=2$.

ax^2+bx+c, kor $a=3$; $b=-2$; $c=-5$; $x=1$.

50. Proveritəmən uвeditçьnь, mьj kor $x=2$, sek кьk unaçlen:

x^3-2x^2+3x-5 da $-x^3+2x^2-3x+5$

şetasnь seєəm lьdjas, kodjas aвsolutnəj veliçinaən ətьзdaəş, a pasjasən məda-mədьslь mədaraəş.

38. Podoвnəj çlenjasəs əţiə vajədəm. Unaçlenlən çlenjas, kodjas məda-mədşьs torjalənь səmьn koeficientjasən ţiвə pasjasən, ţiвə ņinəmən oz torjavnь, suşənь podoвnəjən. Suam, unaçlenьn:

$$\underline{4a}-\underline{\underline{3x}}+\underline{0{,}5a}+\underline{\underline{8x}}+3ax-\underline{\underline{2x}}$$

pervoj çļen podoʙnəj kojmədkəd (najəs giẑtəma əţi viẓən), məd çļen podoʙnəj ņoļəd da kvajtəd çļenjaskəd (giẑtəma kьk viẓən), vitəd çļenlən podoʙnəj aʙu.

Unaçļenьn-kə eməş məda-mədkəd podoʙnəj çļenjas, sek najəs unaçļen soçetaţeļnəj svojstvo şerţi poẓə ətlaavnь əţi çļenə. Siʒ, tajə indəm primerьş mi vermam çļenjassə gruppaavnь taʒikən:

$$(4a+0{,}5a)+(-3x+8x-2x)+3ax.$$

No tьdalə, mьj kueəmkə lьdlən 4 da 0,5 seeəm-žə lьdlən itogьn şetənь 4,5 sijə-žə lьd. Siʒ-kə, $4a+0{,}5a=4{,}5a$. Siʒ-žə,

$$-3x+8x=5x \quad \text{da} \quad 5x-2x=3x.$$

Siʒ-kə, unaçļen poẓas giẑnь:

$$4{,}5\,a+3\,x+3\,ax.$$

Unaçļenlьş məda-mədkəd stav podoʙnəj çļenjassə əţi çļenə ətlaavləm suşə podoʙnəj çļenjas əţiə vajədəmən.

Sodtəd. Ətьʒda koeficienta, no raznəj pasa ətkod çļenjas məda-mədsə ʙьrədənь; suam, çļenjas: $+2a$ da $-2a$; $-\frac{1}{2}x^2$ da $+\frac{1}{2}x^2$.

Primerjas.

1. $a+5\underline{mx}-2\underline{mx}+7\underline{mx}-8\underline{mx}=a+2mx;$

2. $4\underline{ax}+b^2-7\underline{ax}-3\underline{ax}+2\underline{ax}=-4ax+b^2=b^2-4ax;$

3. $\underline{4a^2b^3}-\underline{\underline{3ab}}+0{,}\underline{5a^2b^3}+3a^2c+\underline{8ab}=4{,}5a^2b^3+5ab+3a^2c.$

UPRAŽŅENŅƏJAS.

51. $a^3x^2+3a^2x^3+\frac{1}{2}a^2x^3+a^2x^3;$

53. $a+8\,mxy^2-4\frac{1}{2}mxy^2;$

52. $2x-5xy-8xy-3{,}1xy-0{,}2xy;$

54. $a-8mxy^2+4\frac{1}{2}mxy^2;$

55. $5a^3-7\,a^2b+7\,ab^2+a^2b-2a^3-8\,ab^2+a^3-12ab^2+3\,a^2b;$

56. $x^5-4ax^4-2ax^4+2a^2x^3+5ax^4-2a2x^3+ax^4-7\,a^2x^3.$

ISTORIJAЬŞ TƏDMƏDJAS.

Otricaţeļnəj lьdjas panьdaşənь-ņin greçeskəj maţemaţik D i o f a n t uʒjasьn (mijan erasa IV nemə), no Diofant najəs ʙuə „ņedopuşţiməjən" da zadaçajas reʙitigən nalь ņekueəm znaçeņņə oz puktь.

No senjasьn, kəni kovmьvlə əktьnь məda-məd vьlə „—" pasa kьk lьd, sijə vəçə ənija pravilo nogən-žə. ʙuə: „çintanlьd, kodəs əktan çintanlьd vьlə, şetas sodtanlьd". Sijə vəçə so kьʒ:

$$(7-3)\cdot(5-2)=7\cdot5-7\cdot2-3\cdot5+3\cdot2=12.$$

Indijskəj matematik B r a m a g u p t a (620 voьn) şetə-nin otnoşitelnəj lьdjas sodtəm da çintəm jьlьş pravilojas. Vajədam najə pəvsьş nekьmьnəs:

„Kьk imuseestvolən summa loə imuseestvo", primer: (+2)+(+3)=5.

„Kьk usjəzlən summa loə usjəz", primer: (—2)+(—3)=—5.

„Imuseestvolən da usjəzlən summa najə raznoşt ьsda", mədnog-kə (+5)+ +(—7)=—2.

„Nulьş çintəm usjəz loə imuseestvoən, a imuseestvo—usjəzən," primer:

$$0-(-3)=+3; \quad 0-(+3)=-3.$$

Jevropaьn nəsta 1544 voьn-na matematik S t i f e l otricatelnəj lьdjasəs suis „nelepəjən". Ž i r a r as trudjasas (1629 v.) polzujtçis-nin otricatelnəj lьdjasən, no sikəssə matematikaas şujisnь D e k a r t (1637 v.), kodi nalьş vezərtassə objaşnajtis, kьз napravlennəj velıçinajaslьş, da uçonəj xudoznik L e o n a r d o-d a-V i n ç i (1452—1519 v.). Çintəm da sodtəm dejstvijə petkədləm vьlə vazən upotreblajtisnь вьdsa latinskəj kьvjas p l u s da m i n u s, kodjasəs вərьn sokratitisnь vьlanьs çertaa əti зьpasəз p da m.

II. ALGEBRAIÇESKƏJ SODTƏM DA ÇINTƏM.

39. Ətkaçlenjasəs sodtəm. Suam, kolə ətlaavnь nekьmьn ətkaçlen: $3a$; $-5b$; $+0{,}2a$; $-7b$ da c.

Nalən summa vьrazitças so kьз:

$$3a+(-5b)+(+0{,}2a)+(-7b)+c.$$

Vьrazennəjas $+(-5b)$, $+(+0{,}2a)$ da $+(-7b)$ ətvьnaəş $-5b$, $+0{,}2a$ da $-7b$ vьrazennəjaskəd; ta kuza indəm ətkaçlenjaslьş summa pozə gizn prəstəзьk, taзi:

$$\underline{3a} - \underline{\underline{5b}} + \underline{0{,}2a} - \underline{\underline{7b}} + c,$$

mьj podobnəj çlenjas ətıə vajədəm вərti şetas:

$$3{,}2a - 12b + c.$$

Pravilo. **Medьm sodtьnь nekьmьn ətkaçlen, kolə giznь najəs məda-məd вərьn as pasjasnas da vəçnь podobnəj çlenjasəs ətiə vajədəm.**

40. Unaçlenjasəs sodtəm. Suam, kueəmkə m algebraiçeskəj vьrazennə dinə kolə sodtьnь unaçlen $a-b+c$.

Korşan summa pozə giznь taз:

$$m+(a-b+c).$$

Unaçlen $a-b+c$ mədnogən loə summa $a+(-b)+c$; no kor kolə sodtьnь summa, kolə вьd sodtanlьd sodtьnь məda-məd вərti. Ta şerti:

$$m+(a-b+c)=m+a+(-b)+c.$$

No sodtьnь $-b$ loə sijə-zə, mьj çintьnь b; ta vəsna:

$$m+(a-b+c)=m+a-b+c.$$

Pravilo. **Medьm kuɛəmkə algeʙraiçeskəj vьraƶeꞑꞑə dinə sodtьnь unaçļen, kolə sijə vьraƶeꞑꞑə dinə giƶnь unaçļenьş ʙьd çļen məda-məd ʙərţi as pasjasnas da vəçnь podoʙnəj çļenjasəs əţiə vajədəm.**

Voʒʒa çļen voʒьn-kə ꞑekuɛəm pas aʙu puktəma, sek oz kov vunədnь, mьj seş kolə lьdḑьnь $+$.

Primer:

$$3a^2-5ab+b^2+(4ab-b^2+7a^2).$$

Tajə primerьn algeʙraiçeskəj vьraƶeꞑꞑə şetəma unaçļen vidən $3a^2-5ab+b^2$. Indəm pravilojas şerţi adʒam:

$$3a^2-5ab+b^2+(4ab-b^2+7a^2)=$$
$$=3a^2-5ab+b^2+4ab-b^2+7a^2=10a^2-ab.$$

Indəd. Sodtьnь şetəm unaçļenjaslən-kə eməş ətkoḑ çļenjas, sek sodtanlьdjas ʙurʒьk giƶavnь məda-məd ulə siʒ, medьm ətkoḑ çļenjas sulalisnь məda-məd ulьnəş:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 3a^2-5ab+b^2 \\ 7a^2+4ab-b^2 \end{array} \\ \hline 10a^2-ab \end{array}$$

UPRAƵꞐENNꞐƏJAS.

Sodtьnь taɛəm unaçļenjas məda-məd ulə giƶaləmən (ətkoḑ çļenjasəs ətkoḑ çļenjas ulə):

57. $(2x-y-z)+(2y+z-x)+(2z-x-y)$;

58. $(3x^3-4x^2+2x-1)+(2x^2-3x+4)+(x^3-2+4x+3x^2)$;

59. $(4a^3-5a^2b+7ab^2+9b^3)+(-2a^3+4a^2b-ab^2-4ab^3)+$
$+(8ab^2-10a^2b+6a^3+10b^3)$.

41. Ətkaçļenjasəs çintəm. Şuam, kolə $10ax$ ətkaçļenьş çintьnь ətkaçļen $-3ax$. Korşan raznoşţ loə:

$$10ax-(-3ax).$$

$-3ax$ lьd çintigən çintəm ḑejstvijə pravilo şerţi poʒə vəçnь proţivopoloƶnəj pasa lьd sodtəmən. Taɛəm lьdьs em $+3ax$, siʒ-kə:

$$10ax-(-3ax)=10ax+(3ax)=10ax+3ax=13ax.$$

Pravilo. **Medьm çintьnь ətkaçļen, sek kolə sijəs çintanlьd dinə giƶnь proţivopoloƶnəj pasən (seşşa, loənь-kə, vəçnь podoʙnəj çļenjasəs əţiə vajədəm).**

42. Unaçļenəs çintəm. Şuam, kolə kuɛəmkə m algeʙraiçeskəj vьraƶeꞑꞑəʙş çintьnь unaçļen $a-b+c$. Raznoşţ loə:

$$m-(a-b+c).$$

Ta vыə çintəm dejstvijə pravilo şerti səmьn m dinə kolə sodtьnь protivopoloznəj $(a-ь+c)$ lьd. Seeəm protivopoloznəj lьdnas loə: $-a+ь-c$. Ta şerti:

$$m-(a-ь+c)=m+(-a+ь-c).$$

Əni unaçlenjas sodtəm pravilo şerti loə:

$$m-(a-ь+c)=m-a+ь-c.$$

Pravilo. **Medьm kueəmkə algeвraiçeskəj vьraƶeŋŋəьş çintьnь unaçlen, sek kolə sijə vьraƶeŋŋə dinə giƶnь unaçlenlьş вьd çlen məda-məd вərti, no protivopoloznəj pasjasən da vəçnь podoвnəj çlenjasəs əţiə vajədəm, najə-kə eməş.**

Indəd. Kor kolə əti unaçlenьş çintьnь məd unaçlen da unaçlenjasьn-kə eməş podoвnəj çlenjas, sek вurзьk loə unaçlenjasəs giƶavnь məda-məd ulə siз, medьm podoвnəj çlenjas loənь məda-məd ulьnəş.

Ta dьrji oz kov vunədnь çintьşlьdlьş pasjassə vezlavnь medarə (protivopoloznəjə). Primer:

$$(7a^2-2aь+ь^2)-(5a^2+4aь-2ь^2)$$

çintəm vəçəm вurзьk giƶavnь taз:

$$\begin{array}{r} 7a^2-2aь+ь^2 \\ -\ 5a^2-4aь+2ь^2 \\ \hline 2a^2-6aь+3ь^2 \end{array}$$

UPRAƵNEŊŊƏJAS.

60. $(2p^2-4p+8)-(p^2-5p-7)$.

61. Çintьnь $(4x^2+y^2+5)$ -ьş $(-2y^2+y+6)$.

62. Çintьnь $\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+1\right)$-ьş $\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}\right)$.

63. Kolə tajə vьraƶeŋŋəsə uproştitnь:

$$x=(2a^2-2ь^2+c^2)-(a^2-2ь^2-c^2)+(3a^2+4ь^2-3c^2).$$

43. Skoвkajas voştəm, kodjas voзьn sulalə + ļiвə — pas. Suam, $2a+(a-3ь+c)-(2a-ь+2c)$ vьraƶeŋŋəьş kolə voştavnь skoвkajas. Tajə kolə gəgərvonь siз, mьj skoвkajəs pьekьn sulalьş unaçlenjas vьlьn kolə vəçnь sijə dejstvijəjas, kodjasəs indəma skoвkajas voзsa pasjasən. Mijan primerьn perвojja skoвkajas voзьn sulalə +, a mədjasьs voзьn —pas. Şetəm pravilojas şerti sodtəm da çintəm vəçəm вərti loə skoвkajastəm vьraƶeŋŋə:

$$2a+a-3ь+c-2a+ь-2c=a-2ь-c.$$

Ta nogən, skoвkajas voştigən, кor najə voзьn sulalə +, skoвkajas pьekəs pasjas oz veзşьnь; a kor skoвkajas voзьn sulalə —, sek skoвkajas pьekəs вьd çlen voзьn sulalьş pas kolə veznь protivopoloznəjən.

8uam, nəsta kolə voştьnь skoвkajas so kueəm vьrazeņņəьş:

$$10p - [3p + (5p - 10) - 4].$$

Medвur pervoj voştьnь gəgrəs skoвkajas, a seşşa kvadratnəjjasəs:

$$10p - [3p + 5p - 10 - 4] = 10p - 3p - 5p + 10 + 4 = 2p + 14.$$

44. Skoвkajasə unaçlenьş kueəmkə paj jərtəm. Mukəd dьrji unaçlen mədnogaaligən (preoвrazujtigən) kovmьvlə sьlьş ņekьmьn çlen jərtnь skoвkajas sajə, medьm unaçlenьş vəçnь libə summa—sek skoвka vozə kolə puktьnь +, libə raznost—sek skoвka vozə kolə puktьnь —. 8uam, mijan unaçlenьş $a + ь - c$ bərja kьk çlensə kolə jərtnь skoвkajasə da skoвkajas vozas puktьnь + pas, sek gizam taзi:

$$a + ь - c = a + (ь - c);$$

skoвkajas pьekəs çlenjas voзьn pasjas kolinь vazьs,—kueəmjas vəlinь şetəm unaçlenьn. Mьj tan ravenstvo veşkьd, pozə adзьnь sodtəm pravilo şerti skoвkajas вər voştəmən; sek vьlьş artmas şetəm unaçlen.

8uam, sijə-zə unaçlenьn kьk вərja çlen kolə jərtnь skoвkajasə da skoвka vozas puktьnь — pas. Sek gizam taз:

$$a + ь - c = a - (- ь + c) = a - (c - ь);$$

skoвkajas pьekəs çlenjas voзьn pasjas loinь protivopoloznəjəş. Mьj tani ravenstvo veşkьd, pozə adзьnь çintəm pravilo şerti skoвkajassə вər voştəmən; sek artmas вər şetəm unaçlen.

Pozə stav unaçlen jərtnь skoвkajasə + libə — pas skoвkajas vozə puktəmən. Siз, unaçlen $a + ь - c$ pozə giznь taз:

$$+ (a + ь - c), \text{ libə } - (- a - ь + c).$$

UPRAZNENNƏJAS.

Voştьnь skoвkajas da uproştitnь:

64. $x + [x - (x - y)]$ $\qquad m - \{n - [m + (m - n)] + m\}$

65. $a + ь - c - [a - (ь - c)] - [a + (ь - c) - (a - c)]$

66. $(3x^2 - 4y^2) - (x^2 - 2xy - y^2) + [2x^2 + 2xy + (- 4xy) + 3y^2]$

67. Unaçleпьn $a—ь—c+d$, sьlьş lьda ьзda veztəg:
a) Bərja kujim çlen na vozə — pas puktəmən jərtnь skoвkajasə;
в) Bərja kьk çlen na vozə + pas puktəmən jərtnь skoвkajasə;
v) Кьk sər çlen na vozə — pas puktəmən jərtnь skoвkajasə.

III. ALGEBRAIÇESKƏJ ƏKTƏM.

45. Ətкaçlenjasəs əktəm. a) Suam, kolə a^3 əktьnь a^2 vьlə: $(aaa) \cdot (aa)$. Tan proizvedeηηə воştçьşşə məd proizvedeηηə vьlə. No kor kueəmkə lьd kolə воştnь proizvedeηηə vьlə, sek sijə lьd kolə воştnь pervoj əktas vьlə, artməm rezultat əktьnь məd əktas vьlə da s. v. Siз-kə:

$$a^3a^2 = (aaa)aa,$$

tajə poʐə giznь i skoвkajastəg, sь vəsna, mьj dejstvijəjaslən poradok kolə i skoвkajastəg sijə-ʐə, kueəm vəli indəma skoвkajasən:

$$a^3a^2 = aaaaa = a^5.$$

Mi adзam, mьj proizvedeηηələn şteрeη petkədlьş ravηajtçə əktasjas şteрeη petkədlьş summalь.

Boştam nəsta primer: x^3 kolə воştnь x^4 vьlə. Pervoj sluçajьn moz-ʐə məvpaləmən şurə:

$$x^3 \cdot x^4 = (xxx) \cdot (xxxx) = xxxxxxx = x^7.$$

Mədnogən-kə, a^m da a^n-lən proizvedeηηə loə:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Siз-kə, ətkod lьda şteрeηjaslən proizvedeηηə loə sijə-ʐə şteрeη ьзda lьd, kodlən şteрeη petkədlьş loə əktasjas şteрeη petkədlьş summa ьзda. Tajə poʐə sunь зeηьdзьka:

Ətkod lьda şteрeηjas əkţigən nalən şteрeη petkədlьşjas sodtьşşənь.

Ta nogən: $m^2 m^3 = m^5$; $x^3x = x^4$; $y^2 yy^3 = y^6$.

в) Suam, kolə əktьnь:

$$3ax^2 (—5a_ьx).$$

Sь vəsna, mьj ətkaçlen $—5a_ьx$ em proizvedeηηə, to səmьn kolə əktanlьdsə воştnь pervoj əktas vьlə $(—5)$, rezultatsə—məd əktas vьlə (a) da s. v. Siз-kə,

$$3ax^2 (—5a_ьx) = 3ax^2 (—5)a_ьx.$$

Tajə proizvedeηηəьn əktan soçetaţelnəj zakon şerti əktasjassə çukərtam taeəm gruppajasə:

$$(+3) \cdot (—5) \cdot (aa) \cdot ь \cdot (x^2 x).$$

Bьd gruppaьn əktəm vəçəm вərti loə: $-15a^2 bx^3$.

Pravilo. **Ətkaçlenəs ətkaçlen vьlə əktigən kolə məda-məd vьlə boştnь nalьş koeficientjas da ətkod sьpasjaslьş ştepen petkədlьşjassə sodtьnь, a sьpasjas, kodjas səmьn eməs əktanlьdьn libə əktьşlьdьn, vuзədnь proizvedennəə as ştepen petkədlьşjasnas.**

***Primerjas*:**

1. $0{,}7a^3x(3a^4x^2y^2) = 2{,}1a^7x^3y^2$; 2. $-3{,}5xy\left(\frac{3}{4}x^3\right) = -\frac{21}{8}x^5y$.

46. Ətkaçlenlən kvadrat da кuв. Mi adзam, mьj leptьnь lьd kvadratə libə kuвə sijə loə—lьd boştnь kьkьş libə kujimьş əktasən; suam:

$$11 = 11 \cdot 11 = 121; \quad \left(-1\frac{1}{2}\right) = \left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{4};$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64; \quad (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125.$$

Primenitam tajə urçitəmsə вьdsa ətkaçlenjasəs kvadratə da kuвə leptəm vьlə.

1. Suam, a^4 kolə leptьnь kvadratə libə kuвə. Urçitəm şerti:

$$(a^4)^2 = a^4 \cdot a^4; \quad (a^4)^3 = a^4 \cdot a^4 \cdot a^4.$$

Ətkaçlenjasəs əktan pravilo şerti artmas:

$$(a^4)^2 = a^8; \quad (a^4)^3 = a^{12}.$$

Зik-зə siз:

$$(a^3)^2 = a^6; \quad (a^3)^3 = a^9.$$

Mədnogən-kə:

$$(a^m) = a^m a^m = a^{2m}; \quad (a^m)^3 = a^m a^m a^m = a^{3m}.$$

Kor kolə leptьnь kvadratə libə kuвə ştepen, seк kolə ştepen petkədlьşsə boştnь кьkьş (кvadratə leptigən), libə kujimьş (kuвə leptigən). Siз:

$$(4^2)^2 = 4^4 = 256; \quad (2^2)^3 = 2^6 = 64 \text{ da s. v.}$$

Proveritəm: $4^2 = 16$; $16^2 = 256$; $2^2 = 4$; $3^2 = 64$.

2. Suam, kolə kvadratə libə kuвə leptьnь abc proizvedennə. Urçitəm şerti:

$$(abc)^2 = (abc)(abc); \quad (abc)^3 = (abc)(abc)(abc).$$

Əktan svojstvo primeņajtəmən loə:

$$(abc)^2 = abcabc = (aa)(bb)(cc) = a^2 b^2 c^2;$$

$$(abc)^3 = abcabcabc = (aaa)(bbb)(ccc) = a^3 b^3 c^3.$$

Kor kolə leptьnь kvadratə ļiʙə kuʙə proizveḑeņņə, sek tajə şţepeņə ʙьd əktas kolə leptьnь torjən (da rezuļtatsə ʙoştnь mə-da-məd vьlə). Siʒ:

$$(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900.$$

Proveritəm: $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$; $30 = 900$.

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216.$$

Proveritəm: $2 \cdot 3 = 6$; $6^3 = 216$.

3. 8uam, əni kolə kvadratə ļiʙə kuʙə leptьnь ətkaçļen $-4a^3bc^4$. Əni vьvoḑitəm praviləjas şerţi loə:

$$(-4a^3bc^4)^2 = (-4)^2 \cdot (a^3)^2 \cdot (b) \cdot (c^4) = 16a^6b^2c^8;$$

$$(-4a^3bc^4)^3 = (-4)^3 \cdot (a^3)^3 \cdot (b)^3 \cdot (c^4)^3 = -64a^9b^3c^{12}.$$

Pravilojas. 1. **Kor kolə kvadratə leptьnь ʙьdsa ətkaçļen, sek kvadratə kolə leptьnь ətkaçļenlьş koeficient, a sьpasjaslьş şţepeņ petkədlьşjassə əktьnь kьk vьlə.**

2. **Kor kolə kuʙə leptьnь ʙьdsa ətkaçļen, sek kuʙə kolə leptьnь ətkaçļeniьş koeficient, a sьpasjaslьş şţepeņ petkədlьşjassə əktьnь kujim vьlə.**

47. **Unaçļenəs ətkaçļen vьlə əktəm**. 8uam, kolə unaçļen $a+b-c$ ʙoştnь kueəmkə ətkaçļen vьlə, kodəs mi pasjam m-ən:

$$(a + b - c) \cdot m.$$

Əktan raspredeļiteļnəj zakon şerţi mijan loə:

$$(a + b - c) \cdot m = am + bm - cm.$$

Pravilo: **Kor kolə unaçļen ʙoştnь ətkaçļen vьlə, sek sijə ətkaçļen vьlə kolə ʙoştnь unaçļenlьş ʙьd çļen da artməm proizveḑeņņəjas ətlaavnь.**

Sь vəsna, mьj proizveḑeņņələn ьsdaьs əktasjasəs mestaən vezlaləmьş oz vezşь, tajə pravilo şerţi-ʒə vəçsə ətkaçļenəs unaçļen vьlə əktəm. Siʒ-kə:

$$m \cdot (a + b - c) = ma + mb - mc.$$

Primerjas.

1. $(3x^2 - 2ax + 5a^2) \cdot (-4ax)$.

Tani unaçļenьş çļenjas ətkaçļen vьlə əktəm kolə vəçnь ətkaçļenjasəs əktan pravilo şerţi; sʒ-kə oz kov vunədnь pasjas jьlьş pravilo: əktigən əţi şikas pasjas şetənь $+$, a raznəj şikas $-$. Əktam $-4ax$ ətkaçļen vьlə unaçļenьş ʙьd çļen torjən:

$$(3x^2)\cdot(-4ax)=-12ax^3;\quad(-2ax)\cdot(-4ax)=+8a^2x^2;$$

$$(+5a^2)\cdot(-4ax)=-20a^3x.$$

Əni artməm rezuļtatjas ətlaalam:

$$-12ax^3+8a^2x^2-20a^3x.$$

2. $(a^2-ab+b^2)(3a)=a^2(3a)-(ab)(3a^2)+b^2(3a)=$

$$=3a^3-3a^2b+3ab^2.$$

3. $(7x+\frac{3}{4}ax-0{,}3)(2{,}1a^2x)=(7x^2)(2{,}1a^2x)+(\frac{3}{4}ax)(2{,}1a^2x)-$

$$-0{,}3(2{,}1a^2x)=14{,}7a^2x^3+1{,}575a^2x^2-0{,}63a^2x.$$

4. $2a(3a-4ax+\frac{1}{2}x^2)=6a^2-8a^2x+ax$.

48. Unaçļenəs unaçļen vьlə əktəm. Ʒuam, unaçļen $a+b-c$ kolə ʙoştnь unaçļen $(m-n)$ vьlə, mьj poʒə giʒnь taʒi:

$$(a+b-c)(m-n).$$

Viʒədlam-kə $(m-n)$ əktanlьd vьlə kьʒ ətkaçļen vьlə, sek unaçļen ətkaçļen vьlə əktan pravilo şerţi loə:

$$(a+b-c)(m-n)=a(m-n)+b(m-n)-c(m-n).$$

Artməm unaçļenlən ʙьd çļen loə ətkaçļenlən unaçļen vьlə proizveḑeņņə. Voʒʒa pravilo şerţi şurə:

$$(am-an)+(bm-bn)-(cm-cn).$$

Sodtəm da çintəm pravilojas şerţi skoʙkajas voştəm ʙərьn artmas:

$$(a+b-c)(m-n)=am-an+bm-bn-cm+cn.$$

Pravilo. **Medьm unaçļen əktьnь unaçļen vьlə, kolə pervoj unaçļenьş ʙьd çļen ʙoştnь məd unaçļensa ʙьd çļen vьlə da artməm proizveḑeņņajas ətlaavnь.**

Ta dьrji, ḑert, oz kov vunədnь pasjas jьlьş pravilojas: əţi şikas pasjas şetənь $+$, raznəj şikas $-$.

Primer:

$$(a^2-5ab+b^2-3)(a^3-3ab^2+b^3).$$

Pervoj əktam əktanlƅdlƅş stav çļenjassə əktƅşlƅd pervoj çļen vƅlə:

$$(a^2-5ab+b^2-3)\,a^3=a^5-5a^4b+a^3b^2-3a^3.$$

Seşşa əktam əktanlƅdlƅş stav çļenjassə əktƅşlƅdsa məd çļen vƅlə.

$$(a^2-5ab+b^2-3)(-3ab^2)=-3a^3b^2+15a^2b^3-3ab^4+9ab^2.$$

Vozə əktam əktƅşlƅdsa kojməd çļen vƅlə:

$$(a^2-5ab+b^2-3)(+b^3)=a^2b^3+5ab^4+b^5-3b^3.$$

Medвərƅn artməm proizveģeņņəjas məda-məd dinə sodtam da vəçam podoвnəj çļenjasə vajədəm; вərja rezuļtat loə:

$$a^5-5a^4b-2a^3b^2-3a^3+16a^2b^3-8ab^4+9ab^2+b^5-3b^3.$$

Primerjas:

1. $(a-b)(m-n-p)=am-bm-an+bn-ap+bp;$
2. $(x^2-y^2)(x+y)=x^3-xy^2+x^2y-y^3;$
3. $(3an+2n^2-4a^2)(n^2-5an)=3an^3+2n^4-4a^2n^2-15a^2n^2-10an^3+20a^3n=-7an^3+2n^4-19a^2n^2+20a^3n;$
4. $(2a^2-3)^2=(2a^2-3)(2a^2-3)=(2a^2)^2-3(2a^2)-3(2a^2)+9=$ $=4a^4-6a^2-6a^2+9=4a^4-12a^2+9.$

UPRAƵNEŅŅƏJAS.

68. $(5a^2b^3)(3ab^4c)$ $\left(\frac{3}{4}ax^3\right)\left(\frac{5}{6}ax^3\right)$

69. $(0{,}3abx)(2{,}7a^2bx^2)$ $(7a^2b^4c)(3ab^3c^2)\left(\frac{1}{21}a^3b\right)$

70. $\left(\frac{3}{7}mx^2y^3\right)^2$ $(2a^3bx^2)^3$

71. $(0{,}1x^my^3)^2$ $\left(\frac{1}{2}m^2ny^3\right)^3$

72. $(3a^2-2b^3+c)\,2ab$

73. $(5a-4a^2b+3a^3b^2-7a^4b^3)\,5a^2b.$

74. $(a+b-c)(m-n)$ $(2a-b)(3a+b^2)$

75. $\left(a+\frac{1}{2}b\right)(2a-b)$ $(x^2+xy+y^2)(x-y)$

76. $(x^2-xy+y^2)(x+y)$

77. $(2x+3y)\,3x-2y)$ $(y-1)(y^3+y^2+y+1).$

49. **Raspoloƶitəm unaçļen.** Kueəmkə вƅpas ştepeņjas şerţi raspoloƶitnƅ unaçļen, sijə loə giznƅ sijə unaçļenlƅş çļenjas seeəm poşļedovateļnoştən, medƅm sijə вƅpaslən ştepeņjas pervoj çļenşaņ medвərjalaņəz kajisnƅ ļiвə ietçisnƅ. Siз, unaçļen $1+2x+3x^2-x^3$ puktəma x вƅpassa **ştepeņjas kajəm şerţi.** Sijə-zə unaçļen loə puk-

təma x ꞩьpassa şţepeŋjas letçəm şerţi, kor sijəs gizam tazi: $-x^3+3x^2+2x+1$.

Ꞩьpasьs, mьj şerţi raspoloƶitəma unaçlen, ꞩuşə unaçlensa **glavnəj** ꞩьpasən. Çlen, kəni em medьзьd şţepeŋa glavnəj ꞩьpas, ꞩuşə unaçlensa **medvьlьs çlenən**; çlen, kəni mediçət şţepeŋa glavnəj ꞩьpas ļibə sijə ꞩьpas зikəз aвu, ꞩuşə **medulьs çlenən**.

50. Raspoloƶitəm unaçlenjasəs əktəm medşa вur vəçnь siзi, kьз petkədləma tajə primerьn:

Əktьnь $(3x-5+7x^2-x^3)(2-8x^2+x)$

Raspoloƶitam kьknan unaçlen x ꞩьpassa şţepeŋjas letçəm şerţi, əktьşlьd gizam əktanlьd ulə da najə uvti nuədam viz:

$$\begin{array}{r}
-x^3+7x^2+3x-5\\
-8x^2+x+2\\
\hline
8x^5-56x^4-24x^3+40x^2\\
\\
-x^4+7x^3+3x^2-5x\\
-2x^3+14x^2+6x-10\\
\hline
8x^5-57x^4-19x^3+57x^2+x-10
\end{array}$$

Əktanlьdlьş stav çlen əktənь əktьşlьd pervoj çlen vьlə ($-8x^2$ vьlə) da artməm **proizvedeŋŋə** gizənь viz ulə. Seşşa əktanlьdlьş вьd çlen əktənь məd çlen vьlə ($+x$ vьlə) da artməm proizvedeŋŋə gizənь pervoj proizvedeŋŋə ulə siз, məd podoвnəj çlenjas loinь məda-məd ulьnəş. Siз-ƶə vəçənь voзə. Medвərja proizvedeŋŋə uvti nuədənь вara viz. Sь ulə torja proizvedeŋŋəjas ətlaaləm вərţi gizənь loan proizvedeŋŋə (полное произведение).

Siз-ƶə poƶə unaçlen raspoloƶitnь x ꞩьpassa şţepeŋjas kajəm şerţi da əktəm vəçnь sь nogən-ƶə, kьз vəli petkədləma əni.

51. Proizvedeŋŋələn medvьlьs da medulьs çlenjas. Voзза primerьş petə:

proizvedeŋŋəsa **medvьlьs çlen ravŋajtçə əktanlьdsa** da **əktьşlьdsa medvьlьs** çlenjas **proizvedeŋŋəlь;**

proizvedeŋŋəsa **medulьs çlen ravŋajtçə** əktanlьdsa da **əktьşlьdsa medulьs** çlenjas **proizvedeŋŋəlь**.

Sь vəsna, mьj proizvedeŋŋəsa stav mukəd çlenjaslən glavnəj ꞩьpas вerdsa şţepeŋ medvьlьs çlensaьş loə içətзьk, no sьkəd-ƶə ɛəɛ, med ulьssaьş ьзьdзьk,—proizvedeŋŋəsa medvьlьs da medulьs çlenjaslь podoвnəj çlenjas lonь ŋekor oz vermьnь.

Proizvedeŋŋəsa mukəd çlenjas artmənь ŋekьmьn podoвnəj çlenjasəs əţi çlenə ətlaaləmən. Vermas lonь siз, mьj proizvedeŋŋəьn ətkod çlenjasəs çukərtəm вərьn, medvьlьs da medulьs çlenjasьş ətdor, stav çlenjas вьrənь. Tajə tьdalə so kuɛəm primerьş:

$$\begin{array}{r}
x^4+ax^3+a^2x^2+a^3x+a^4\\
x-a\\
\hline
x^5+ax^4+a^2x^3+a^3x^2+a^4x\\
-ax^4-a^2x^3-a^3x^2-a^4x-a^5\\
\hline
x^5\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -a^5=x^5-a^5
\end{array}$$

52. Proizvedeņņəsa çļenjaslən lьd. Suam, əktanlьdьn **5** çļen, a əktьşlьdьn 3 çļen. Əktanlьdsa вьd çļen əktьşlьdsa pervoj çļen vьlə boştəm вərţi proizvedeņņəьn loə 5 çļen; əktanlьdsa вьd çļen əktьşlьdsa məd çļen vьlə boştəm вərţi proizvedeņņəьn nəsta loə 5 çļen da s. v. Siз-kə, proizvedeņņəьn loə $5 \cdot 3 = 15$ **çļen.** Mədnogənkə, **podoвnəj çļenjasə vajədtəз proizvedeņņəsa** çļenjaslən **lьd əktanlьdsa** da **əktьşlьdsa** çļenjas **lьd proizvedeņņə** ьзda.

Sь vəsna, mьj proizvedeņņəsa medvьlьs da medulьs çļenjaslь podoвnəj çļenjas lonь oz vermьnь, a mukəd çļenjas vermasnь вьrnь, **proizvedeņņəьn** ətkoď **podoвnəj** çļenjasəs **vajədəm вərţi oz verтb lonь kьk çļenьş eeaзьk.**

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

So kuєəm unaçļenjas **puktьnь** x зьpas şţepeņ letçəm şerţi da vəçnь **əktəm:**

78. $24x + 6x^2 + x^3 + 60$ da $12x - 6x^2 + 12 + x^3$
79. $(x^5 - x^2 + x - 1)(x^4 + x^2 - 1)$
80. $(x^5 - ax^4 + a^2x^3 - a^3x^2 + a^4x - a^5)(x + a)$

53. Kьkaçļenjasəs əktan ņekьтьn formulajas. Kolə tədnь kьkaçļenjasəs əktan so kuєəm formulajas:

а) $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Primer:

$$17^2 = (10+7)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 7 + 7^2 = 100 + 140 + 49 = 289.$$

Kьk lьd summalən kvadrat ravņajtçə pervoj lьd kvadratlь pļus pervoj lьdsə məd vьlə əktəmьş artman udvojennəj proizvedeņņə pļus **məd lьdlən kvadrat.**

б) $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b = a^2 - 2ab + b^2$.

Primer:

$$19^2 = (20-1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361.$$

Kьk lьd raznoşţlən kvadrat ravņajtçə pervoj lьd kvadratlь minus pervoj **lьdsə məd vьlə** əktəmьş **artman udvojennəj proizveďdeņņə pļus məd lьdlən kvadrat.**

в) Sь vəsna, mьj kьk lьdlьş da vooвsєə kьk algeвraiçeskəj vьrazeņņəlьş raznoşţ pozə вergədnь algeвraiçeskəj summaə, to kьknan voзза praviləsə pozə ətlaədnь əţiə da зunь taз:

Kьkaçļenlən kvadrat ravņajtçə pervoj çļen kvadratlь pļus pervoj lьdsə məd vьlə əktəmən **artman udvojennəj proizvedeņņə pļus məd çļenlən kvadrat.**

Səmьn oz kov vunədnь, mьj kvadratə leptan kьkaçļenlən вьd çļen boşţşə aslas pasnas.

Primerjas:

1. $(2ab - c^2)^2 = (2ab)^2 + 2(2ab)(-c^2) + (-c^2)^2 = 4a^2b^2 - 4abc^2 + c^4$

2. $(-m + 3n^3)^2 = (-m)^2 + 2(-m)(3n^3) + (3n^3)^2 = m^4 - 6mn^3 + 9n^6$.

g) $(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$.

Primer:

$$25 \cdot 15 = (20+5) \cdot (20-5) = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375.$$

Ta nogən, **kьk lьdьş summa najə raznoşţ vьlə əktigən ravŋajtçə kvadratə leptəm sijə lьdjas raznoşţlь.**

54. Tajə formulajassə primeŋajtəm. Inđəm formulajas otsəgən unaçļenjas vьlьn əktəm vəçnь loə kokŋizьk obьknovennəj nogən əktəm dorьş.

Primerjas:

1. $(4a^3-1)^2=(4a^3)^2-2(4a^3)\cdot 1+1^2=16a^6-8a^3+1;$
2. $(x+y)(y-x)=(y+x)(y-x)=y^2-x^2;$
3. $(x+y+1)(x-y-1)=[(x+1)+y][(x+1)-y]=(x+1)^2-y^2=$
   $=x^2-2x+1-y^2;$
4. $(a-b+c)\cdot(a+b-c)=[a-(b-c)][a+(b-c)]=a^2-(b-c)^2=$
   $a^2-(b^2-2bc+c^2)=a^2-b^2+2bc-c^2.$

UPRAŽŊEŊŊƏJAS.

a) 81. $(a+1)^2$ $(1+2a)^2$ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

82. $(3a^2+1)^2$ $(0{,}1mx+5x^2)^2$

в) 83. $(5a-2)^2$ $(3x-2a)^2$ $\left(3a^2-\frac{1}{2}\right)^2$

84. Korşnь $(a+b)^2$ da $(a-b)^2$ formulajas şerţi korşnь taeəm kvadratjas:
101^2 997^2 96^2 57^2 72^2 89^2

85. $(2m-3n)^2$; $(3ax-4ay)^2$; $\left[0{,}2x^3-\left(\frac{3}{8}\right)\right]^2$

86. $\left(\frac{1}{2}x^2-3\frac{1}{2}x\right)^2$; $(0{,}25p-0{,}2q)^2$

87. $(a+1)(a-1)$; $(2a+5)(2a-5)$.

88. $(2x-3)(3+2x)$; $(a^2+1)(1-a^2)$

Sokraţitəmən korşnь so kueəm proizveđeŋŋə

89. $(x^2+1)(x+1)(x-1)$ $(4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$.

90. $(m+n-p)(m+n+p)$ $[a(b+c)][a-(b+c)]$.

55. Kьk lьd summalən kuв **da najə raznoşţlən** kuв. Kьkaçļenjasəs əktan formulajas dinə kolə sodtьnь nəsta kьkəs:

a) $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)=a^3+\underline{2a^2b}+$
$\underline{\underline{ab^2}}+\underline{a^2b}+\underline{\underline{2ab^2}}+b^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$

mədnog-kə, **kьk lьd summalən kuв ravŋajtçə** pervoj **lьd kuвlь pļus** pervoj **lьd kvadratəs məd lьd vьlə boştəmьş artman utrojennəj** proizveđeŋŋə, **pļus** pervoj **lьdəs məd lьd кvadrat vьlə boştəmьş artman utrojennəj** proizveđeŋŋə, **pļus məd lьdlən kuв.**

Rrimer.

$11^3=(10+1)^3=10^3+3\cdot10^2\cdot1+3\cdot10\cdot1^2+1^3=1000+300+$
$+30+1=1331.$

в) $(a-b)^3=(a-b)^2(a-b)=(a^2-2ab+b^2)(a-b)=a^3-2a^2b+ab^2-$
$-a^2b+2ab^2-b^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3,$

mədnogkə, kьk lьd raznoştlən kuв ravŋajtçə pervoj lьd kuвlь, minus pervoj lьd kvadratəs məd lьd vьlə воştəmьş artman utrojennəj proizvedeŋŋə, plus pervoj lьdəs məd lьd kvadrat vьlə воştəmьş artman utrojennəj proizvedeŋŋə, minus məd lьdlən kuв.

Primer.

$29^3=(30-1)^3=30^3-3\cdot30^2\cdot1+3\cdot30\cdot1^2-1^3=27000-$
$-2700+90-1=24389.$

в) Kuвə leptan kьkaçlenlьş-kə çlenjas воştam najə pasjasən, kьknan vozza pravilo pozə ətlaavnь:

Kьkaçlenlən kuв ravŋajtçə pervoj çlen kuвlь, plus pervoj çlen kvadratəs məd çlen vьlə воştəmьş artman utrojennəj proizvedeŋŋə, plus pervoj çlenəs məd çlen kvadrat vьlə воştəmьş artman utrojennəj proizvedeŋŋə, plus məd çlenlən kuв.

Rrimer.

$(2a-3b)^3=(2a)^3+3(2a)^2(-3b)+3(2a)(-3b)^2+(-3b)^3=$
$=8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3.$

UPRAƵNENNƏJAS.

91. $(a+1)^3$; $(a-1)^3$; $(2x+3)^3$; $(5-3x)^3$.

92. $\left(\frac{1}{2}m-2\right)^3$ $\left(\frac{3}{4}p-\frac{1}{3}q\right)^3$ $(5-3)^3$.

IV. ALGEBRAIÇESKƏJ JUKƏM.

56. Ətkaçlenjasəs jukəm. Suam, kolə juknь:

$$a^5:a^2.$$

Sь vəsna, mьj jukanlьd ravŋajtçə çastnəjəs jukьşlьd vьlə əktəmьş artman proizvedeŋŋəlь, a tajə dьrji ətkod зьpasjaslən pokazateljasьs sodtьşşənь, sek korşan çastnəjьn a зьpaslən pokazateļьslь kolə lonь seeəm lьd, kodi 2-kəd ətlaaləmən şetas 5. Seeəm lьdьs 5 da 2 raznoşt ьзda. Siз-kə:

$$a^5:a^2=a^{5-2}=a^3.$$

Ta nogən-ƶə adзam:

$x^3:x^2=x;$ $y^4:y=y^3$ da s. v.

Tatьş petə, mьj ətkod lьdlьş ştepenjas jukigən çastnəj loə sijəʐə lьdlən ştepeŋ, kodlən pokazateļьs em raznosţ jukanlьd pokazateļьş jukьşlьd pokazateləs çintəmьş—Tajəs ƨuənь зeŋьdзьka taʒi: **ətkod lьdlьş ştepenjas jukigən jukьşlьdlən** pokazateļьs **çintьşşə jukanlьdsa** pokazateļьş.

Ƨuam, kolə juknь:

$$12a^3 b^2 x : 4a^2 b^2.$$

Jukəm urçitəm şerţi, çastnəjəs jukьşlьd vьlə əktəmən loə jukanlьd. Siз-kə, korşan çastnəjsa koeficientlь kolə lonь (12:4)=3; a ƨьpaslən ştepeŋ petkədlьş artmas jukanlьdsa a berdsa ştepeŋ petkədlьşьş jukьşlьdsa a berdsa ştepeŋ petkədlьş çintəmən; b ƨьpas çastnəjə oz pьr; x ƨьpas çastnəjə vuзas as ştepeŋ petkədlьşnas (**p**okazaţeļnas).

Siз-kə: $12a^3 b^2 x : 4a^2 b^2 = 3ax$.

Prəveritəm: $3ax \cdot 4a^2 b^2 = 12a^3 b^2 x$.

Pravilo. **Medьm juknь ətkaçļenəs ətkaçļen vьlə, kolə jukanlьdsa koeficientsə juknь jukьşlьdsa koeficient vьlə, jukanlьdsa ƨьpasjas berdsa ştepeŋ petkədlьşjasьş çintьnь jukьşlьdsa seeəmʐə ƨьpasjas berdsa ştepeŋ petkədlьşjasəs da çastnəjə vuзədnь ştepeŋ petkədlьşjassə veʐtəg jukanlьdsa seeəm ƨьpasjaslьş, kodjas jukьşlьdьn avuəş.**

Primerjas:

1. $3m^3 n^4 x : 4m^2 n^x = \frac{3}{4} mn^3$;

2. $-ax^4 y^3 : -\frac{5}{6} axy^2 = +\frac{5}{6} x^3 y$;

3. $0{,}8ax^n : -0{,}02ax = -40x^{n-1}$.

57. **Nuļəvəj ştepeŋ petkədlьş** (**p**okazaţeļ). Kueəmkə ətkod lьdlьş ştepenjas jukigən-kə jukьşlьdlən ştepeŋ petkədlьş loə jukanlьdsa ştepeŋ petkədlьş ьзda, sek çastnəj lcə **1**; primer $a^3 : a^3 = 1$ sь vəsna, mьj $a^3 = a^3 \cdot 1$. Ləşədçam ştepeŋ petkədlьşjasəs çintavnь eəe **i** tajə sluçajьn; sek çastnəjьn artmas **nuļəvəj** ştepeŋ petkədlьşa ƨьpas $a^3 : a^3 = a^0$. Ḑert, tajə ştepeŋ petkədlьşlən avu seeəm znaçeŋŋəьs, kueəməs ştepeŋ petkədlьşjaslь mi şetim voззьk, sь vəsna, mьj lьdəs əktasən oz poʐ voştnь **0** pəv. Mi ləşədçam, mьj a^0 **vidən loə** a **ƨьpaslьş ətgьrьşa ştepenjas jukəmьş çastnəj**, da sь vəsna sijə çastnəjьs=1, siз-kə a^0 mi kutam voştnь 1 **p**ьddi.

58. **Ətkaçļenjaslən jukşьnь poʐtəm petkədlan priznakjas.** Bьdsa ətkaçļenjas jukigən çastnəj-kə oz vermь lonь vьdsa ətkaçļen sek ƨuənь, mьj sijəs juknь oz poʐ. Ətkaçļenjasəs oz poʐ juknь kьk sluçajьn:

a) **Kor jukьşlьdьn eməş ƨьpasjas, kodjas jukanlьdьn avuəş.** Naprimer, 4 ab^2 oz poʐ juknь 2 ax vьlə, sь vəsna, mьj vьdşikas

ətkaçlenəs əktam-kə $2ax$ vьlə, artmas proizvedeņņə, kəni loə x вьpas, a mijan jukanlьdьn seєəm вьpasьs i aвu.

в) **Kor jukьşlьdsa kueəmkə вьpaslən ştepeņ petkədlьşьs** jukanlьdsa sijə-zə вьpas вerdsa ştepeņ petkədlьş şerti ьзьdзьk.

Naprimer, $10a^3 b^2 : 5ab^3$ oz poz, sь vəsna, mьj kət kueəm ətkaçlenjas çastnəjə eg gizəj, sijəs jukьşlьd vьlə əktəm вərьn artmas ətkaçlena proizvedeņņə, kəni loə b вьpas 3 ņeeєaзьk ştepeņ petkədlьşən, seki kor tajə вьpasьs jukanlьdə pьrə 2 ştepeņ petkədlьşən.

Kor ətkaçlen oz vermь jukşьnь məd ətkaçlen vьlə, sek çastnəj səmьn jukan pasən indьssə; siз, 4 a-əs $5b$ vьlə jukəmьş çastnəj pozə giznь:

$$4a : 5b \text{ liвə } \frac{4a}{5b}.$$

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

93. $8a^5x^3y : 4a^3x^2$ $\qquad 3a^2x^3 : (-5ax)$

94. $a^8b : \left(-\frac{5}{6}a^5b\right)$; $\qquad 12amb^3 : 4ab$.

59. Unaçlenəs ətkaçlen **vьlə jukəm.** Suam, unaçlen $a+b-c$ kolə juknь m ətkaçlen vьlə:

$$(a+b-c) : m, \text{ liвə } \frac{a+b-c}{m}.$$

Unaçlen $a+b-c$ algeвraiçeskəj summa, a medьm kueəmkə lьd vьlə juknь algeвraiçeskəj summa, sek sijə lьd vьlə pozə juknь вьd sodtanlьd torjən. Siз-kə:

$$\frac{a+b-c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}.$$

Proveritəmən adзam, mьj $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}$ unaçlenəs jukьşlьd m vьlə əktəmən, mijan вər şurə jukanlьd $a+b-c$.

Pravilo. Medьm **unaçlen** juknь ətkaçlen vьlə, kolə **sijə** ətkaçlen vьlə **juknь** unaçlenlьş вьd çlen da artməm çastnəjjas ətlaavnь.

Primerjas.

1. $(20a^3 - 8a^2 - a) : 4a = 5a^2 - 2a - \frac{1}{4}$.

2. $(4x^2 - 2x + 10) : 2x = 2x - 1 + \frac{10}{2x}$.

3. $\left(\frac{1}{2}x^3 - 0{,}3x^2 + 1\right) : 2x^2 = \frac{1}{4}x - 0{,}15 + \frac{1}{2x^2}$.

60. **Ətkaçlenəs unaçlen vьlə jukəm.** Ꞩuam, ətkaçlen a kolə jukпь $b+c-d$ unaçlen vьlə. Taeəm jukəmьş çastnəj on vermь petkədlьпь ətkaçlenən ŋi unaçlenən sь vəsna, mьj çastnəj-kə, ꞩuam, loə ətkaçlen ļiвə unaçlen da sijəs əktam unaçlena jukьşlьd vьlə—$(b+c-d)$ vьlə—proizvedeŋŋəьп loə unaçlen, a oz lo kьз kolə ətkaçlen. a-əs $(b+c-d)$ vьlə jukəmьş çastnəj səmьп poʐə jukəm pasjasəп indьпь.

$$a:(b+c-d), \text{ ļiвə } \frac{a}{b+c-d}.$$

UPRAƵŊEŊŊƏJAS.

95. $(4a^2b+6ab^2-12a^3b^5):\frac{3}{4}ab.$

96. $(36a^2x^5-24a^3x^4+4a^4x^3):4a^2x^3.$

97. $(3a^2y-6a^2y^2+3a^2y^3-3a^2y^4):3a^2y.$

61. **Unaçlenəs unaçlen vьlə jukəm.** Unaçlenəs unaçlen vьlə jukəmьş çastnəj ꞩoça ovlьvlə вьdsa unaçlenən.

Naprimer:

$$(a^2+2ab+b^2):(a+b)=(a+b),$$

sь vəsna, mьj

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2.$$

Taeəm çastnəjjassə poʐə pasjьпь səmьп jukan pasən. Naprimer $a-b+c$ unaçlenəs $d-e$ vьlə jukəmьş çastnəj indьşşə tazi:

$$\frac{a-b+c}{d-e}, \text{ ļiвə } (a-b+c):(d-e).$$

62. **Raspoloƶitəm unaçlenjasəs jukəm.** Çastnəj, kьз вьdsa unaçlen, ovlьvlə seki, kor kьknan unaçlensə poʐə raspoloƶitnь ətkoɖ ꞩьpassa ştepeŋjas şerţi. Tajə kьз vəçпь, petkədlam so kueəm primer vьlьп:

$$(5x^2-19x^3+17x+6x^4-4):(1-5x+3x^2).$$

Kьknan unaçlensə giƶam x ꞩьpassa ştepeŋjas letçəm şerţi da jukəm kutam vəçпь siз-ʐə, kьз jukam вьdsa lьdjasəs:

$$\begin{array}{lr|l}
 & 6x^4-19x^3+5x^2+17x-4 & 3x^2-5x+1 \\
 & -6x^4+10x^3-2x^2 & 2x^2-3x-4 \\
\text{1-ja kolas} \ldots\ldots & -9x^3+3x^2+17x-4 & \\
 & +9x^3-15x^2+3x & \\
\text{2-d kolas} \ldots\ldots\ldots & -12x^2+20x-4 & \\
 & +12x^2-20x+4 & \\
\text{3-d kolas} \ldots\ldots\ldots\ldots & 0 &
\end{array}$$

Ꞩuam mьj korşan çastnəj loə kueəmkə unaçlen, kodьп çlenjasьs puktaləma x ꞩьpas вerdsa ştepeŋjas letçəm şerţi.

Jukanlьd kolə lonь jukьşlьdəs çastnəj vьlə əktəmьş artməm proizvedeңңə ьзda. Raspolozitəm unaçlenjasəs əktəmьş tədam, mьj proizvedeңңəsa medvьlьs çlen loə əktanlьdsa da əktьşlьdsa medvьlьs çlenjas proizvedeңңə ьзda. Jukanlьdьn medvьlьs çlenən loə pervojьs, jukьşlьdьn da çastnəjьn medvьlьs çlenjasən loənь siз-žə pervojjasьs. Siз-kə, jukanlьdlən pervoj çlen ($6x^4$) kolə lonь jukьşlьd pervoj çlenəs ($3x^2$) çastnəj pervoj çlen vьlə əktəmьş loan proizvedeңңə ьзda. Tatьş petə: medьm korşnь çastnəjlьş pervoj çlen, kolə jukanlьdьş pervoj çlen juknь jukьşlьdsa pervoj çlen vьlə. Jukəm вərьn şurə çastnəjlən pervoj çlen $2x^2$. Gižam sijəs çastnəjə, viz ulə.

Jukьşlьdlьş вьd çlen əktam çastnəj pervoj çlen vьlə da artməm proizvedeңңə çintam jukanlьdьş. Ta vьlə sijəs gižam jukanlьd ulə siз, medьm podobnəj çlenjas loinь podoвnəj çlenjas ulьnəş, çintigən çintьşlьdsa вьd çlenlьş pasjas vežam protivopoložnəj pasən. Çintəm вərti loə 1-ja kolas. Tajə kolas-kə loə nul, sek eşkə tajə viştalis, mьj çastnəjьn seşşa ңekueəm mukəd çlen pervojьş ətdor aвu; mədnog-kə, çastnəj loə ətkaçlen. Loə-kə siз, kьз mijan primerьn, mьj pervoj kolas aвu nul, to sek kutam məvpavnь so kьз:

Jukanlьd em jukьşlьdsa вьd çlenəs çastnəjsa вьd çlen vьlə əktəmьş artməm proizvedeңңə. Jukanlьdьş mi çintim jukьşlьdsa вьd çlenəs çastnəjsa pervoj çlen vьlə əktəmьş artməm proizvedeңңə; siз-kə, pervoj kolasьn loə jukьşlьdsa вьd çlenəs çastnəjsa 2-d, 3-d da s. v. çlenjas vьlə əktəmьş artman proizvedeңңə. Kolasьn medvьlьs çlenən loə pervojjaьs; jukьşlьdlən medvьlьs çlenьs siз-žə pervojjaьs; çastnəjьn medvьlьs çlenьs (pervojsə artavtəg) loə 2-d çlen. Siз-kə, kolaslən 1-ja çlen ($-9x^3$) loə jukьşlьdsa 1-ja çlenəs çastnəjsa məd çlen vьlə əktəmьş artməm proizvedeңңə. Tatьş petə: medьm korşnь çastnəjlьş 2-d çlen, kolə 1-ja kolaslьş 1-ja çlen juk nь jukьşlьdsa 1-ja çlen vьlə. Jukəm вərьn şurə çastnəjlən məd çlen—$3x$. Gižam sijəs çastnəjə.

Jukьşlьdlьş вьd çlen əktam çastnəjsa məd çlen vьlə da artməm proizvedeңңə çintam pervoj kolasьş. Şurə 2-d kolas. Tajə kolas-kə nul, sek jukəm poması̧s. Kor kolas, kьз mijan primerьn, aвu nul, kutam məvpavnь so kьз:

2-d kolas loə jukьşlьdsa вьd çlenəs çastnəjsa 3-d, 4-d da s. v. çlenjas vьlə əktəmьş artman proizvedeңңə. Sь vəsna, mьj çastnəjьn tajə çlenjas pьş medvьlьs çlenən loə 3 ьs, vozza mož-žə çastnəjlьş 3-d çlen korşam 2-d kolaslьş 1-ja çlen jukьşlьdsa 1-ja çlen vьlə jukəmən. Loə—4. Jukьşlьdlьş вьd çlen—4 vьlə əktam da artməm proizvedeңңə çintam 2-d kolasьş. Loə 3-d kolas. Mijan primerьn 3-d kolas loi nul. Tajə petkədlə, mьj çastnəjьn seşşa naьş ətdor ңekueəm çlenjas oz lonь. 3-d kolas-kə ez lo nul, kovmis tajə kolaslьş 1-ja çlen juknь jukьşlьdsa 1-ja çlen vьlə; sek eşkə artmis çastnəjlən 4-d çlen da s. v.

Pozə vəli jukanlьd da jukьşlьd raspolozitavnь ətkod зьpassa ştepeң petkədlьşjasз sodəm şerti da seşşa juknь siз-žə, kьз loi ju-

kəma əni. Sek kovmis eşkə pъkşъnь sъ vъlə, mъj proizvedeņņəsa medulьs çļen loə əktanlьdsa da əktъşlьdsa medulьs çļenjaslən proizvedeņņə.

Primerjas

$$
\text{a)}\quad \begin{array}{l|l}
28x^4-13ax^3-26a^2x^2+15a^3x & 7x^2+2ax-5a^2. \\
\quad „\;.\;-8ax^3+20a^2x^2 & \overline{4x^2-3ax.} \\
\hline
\quad -21ax^3-6a^2x^2+15a^3x & \\
\qquad „\quad +6a^2x^2-15a^3x & \\
\hline
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Mi tani eg gizəj jukъşlьdsa 1-ja çļenlьş çastnəjsa 1-ja, 2-d da s. v. çļenjas vъlə əktəmъş artməm proizvedeņņə sъ vəsna, mъj tajə proizvedeņņəjas vek sijə çļenjas ъsdaəş, kodjas ulə najə gizşənь da çintigən vzaimnə вьrənь.

$$
\text{б)}\quad \begin{array}{l|l}
x^3-a^3 & x-a \\
„\;+ax^2 & \overline{x^2+ax+a} \\
\hline
ax^2-a^3 & \\
„\;+a^2x & \\
\hline
a^3x-a^3 & \\
„\;+a^3 & \\
\hline
0 &
\end{array}
\qquad
\text{в)}\quad \begin{array}{l|l}
x^4-a^4 & x-a \\
„\;+ax^3 & \overline{x^3+ax^2+a^2x+a^3.} \\
\hline
ax^3-a^4 & \\
„\;+a^2x^2 & \\
\hline
a^2x^2-a^4 & \\
„\;+a^3x & \\
\hline
a^3x-a^4 & \\
„\;+a^4 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Ta nogən-żə poẓə adзъnь, mъj raznoştjas x^5-a^5, x^6-x^6... da voвsee x^m-a^m jukşənь koļastəg $x\cdot a$ vъlə, mədnog-kə **kьk lьdьş ətьзda ştepeņjaslən raznoşţ jukşə sijə lьdjassa raznoşţ vъlə koļastəg.**

63. Unaçļenjaslən jukşъnь poẓtəm petkədlan priznakjas. Una çļenəs unaçļen vъlə juknь oz poẓ so kuєəm sluçajjas dъrji:

a) **Ķor ȷukanlьdsa medvъlьs çļenъn glavnəj вьpaslən ştepeņ petkədlьş jukъşlьdsa medvъlьs** çļenъn **sijə-żə вьpas вerdsa ştepeņ petkədlьşъş içətзък;** sъ **vəsna,** mъj sek oz şur çastnəjlən medvъlьs çļen.

в) **Ķor jukanlьdsa** mєdulьs **çļenъn** glavnəj **вьpaslən** ştepeņ petkədlьş **jukъşlьdsa medulьs çļenъn sijə-żə вьpas вerdsa** ştepeņ **petkədlьşъş içətзък;** sъ vəsna, mъj sek oz şur çastnəjlən medulьs çļen.

v) Glavnəj вьpassa ştepeņ petkədlьşjas jukanlьdsa medvъlьs da medulьs çlenjasъn-kə abu içətзъkəş jukъşlьdsa medvъlьs da medulьs çļenjassa sijə-żə вьpas вerdsa ştepeņ petkədlьşjasъş, oz-na poẓ вunь, mъj jukəm poẓə vəçnь. Ta dъrji medьm вunь, mъj jukəm poẓə aļi oz poẓ vəçnь, kolə zavoḑitnь vъpolņitnь ḑejstvijəsə (jukanlьdəs da jukъşlьdəs raspoloźitnь glavnəj вьpas вerdsa ştepeņjas kajəm ļiвə

letçəm şerţi) da najəs nuədnь setçəз, kьtçəз og kaẓaləj, mьj çastnəjьn vermas lonь aļi oz vermь вьdsa unaçļen.

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

98. $(x^2-3x-4):(x+1)$ $(y^2-y-2):(y-2)$.
99. $(6x^3+2-3x^2-4x):(2x-1)$
100. $(3ax^5-15a^3x^4+6a^3x^3):(x^2-5ax+2a^2)$.
101. $(x^6-a^6):(x^5+ax^4+a^2x^3+a^3x^2+a^4x+a^5)$.

V. ƏKTASJAS VЬLƏ RAZLOŽITƏM.

64. Predvariţeļnəj indədjas. Algeвraiçeskəj jukəm jьlьş şorņitigən mi indьlim, mьj mukəd dьrji çastnəjəs poẓə petkədlьnь səmьn jukan pasjasən. Tajə dьrji vьraženņəjasьs loənь taeəm nogaəş:

$$\frac{a}{b},\ \frac{2x}{3a},\ \frac{x^2-4x+y^2}{x+y}\ \text{da s. v.}$$

Taeəmjassə ləşədçəmaəş вunь **algeвraiçeskəj droвjasən.**

Mi regьd adзam, mьj algeвraiçeskəj droвjas, arifmeţiçeskəj moz-žə poẓə kokņədnь sokraţitəmən—jukanlьdəs da jukьşlьdəs ətkoď əktasjas vьlə jukəmən, seeəmjasьs-kə eməş. Sь vьlə, medьm sokraţitəm vəçnь kokņia, kolə velavnь algeвraiçeskəj vьraženņəjasəs razložitnь əktasjas vьlə (arifmeţiçeskəj moz-žə sokraţitəm mogьş kolə kužnь вьdsa lьdjasəs razložitnь najə artmədьş əktasjas vьlə).

65. Bьdsa ətkaçļenjasəs razložitəm. Boştam kueəmkə ətkaçļen, вuam, $6a^2b^3$. Sь vəsna mьj tajə loə proizveďeņņə, səmьn sijə əţi vid şerţi pьrьş-pьr-žə poẓə razložitnь sijəs artmədьş əktasjas vьlə siз:

$$6a^2b^3=2\cdot3(aa)(bbb)=2\cdot3aabbb.$$

Tajə əktasjassə (əktəm soçetaţeļnəj zakon şerţi) kueəmkə gruppajasə ətlaavləmən mi vermam indьnь tajə ətkaçļenlь zev una şikas razloženņə; primer vьlə:

$$6a^2b^3=(6a)(ab^3)=(2a^2b)\cdot(3b^2)=(3ab^2)(2ab)\ \text{da s. v.}$$

66. Unaçļenjasəs razložitəm. Petkədlam medkokņi sluçajjas, kor unaçļen poẓə əktasjas vьlə razložitnь:

a) Sь vəsna, mьj

$$(a+b-c)m=am+bm-cm,$$

siз-žə mədarə:

$$am+bm-cm=(a+b-c)m.$$

Ta nogən, **unaçļensa вьd çļenьn-kə em ətuvja əktanlьd, sek şijə poẓə petkədnь skoвkajas sajə.**

Primerjas:

1. $x^6-2x^2+3x=x(x^5-2x+3)$;

2. $16a^2-4a^3=4a^2(4-a)$;
3. $5m(x-1)+3n(x-1)=(x-1)(5m+3n)$.

б) Sь vəsna, mьj

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2,$$

siз-ƶə mədarə:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

Siз-kə, kьkaçlen-kə em əţi lьdlən kvadrat məd lьd kvadrattəg sek sijə poƶə veƶnь najə lьdjas summaəs najə raznoşţ vьlə əktəmьş loan proizvedeņņəən.

Primerjas:

1. $x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$;
2. $y^2-1=y^2-1^2=(y+1)(y-1)$;
3. $9a^2-\frac{1}{4}=(3a)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(3a+\frac{1}{2}\right)\left(3a-\frac{1}{2}\right)$;
4. $25x^2-0{,}01=(5x)^2-0{,}1^2=(5x+0{,}1)(5x-0{,}1)$;
5. $m^4-n^4=(m^2)^2-(n^2)^2=(m^2+n^2)(m^2-n^2)=$
$=(m^2+n^2)^2(m+n)(m-n)$.
6. $x^2-(x-1)^2=[x+(x-1)][x-(x-1)]=$
$=(x+x-1)(x-x+1)=2x-1$.

в) Sь vəsna, mьj

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \text{ da } (a-b)^2=a^2-2ab+b^2,$$

siз-ƶə mədarə:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(a+b)(a+b).$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=(a-b)(a-b).$$

Siз-kə, kujimaçlen-kə em kueəmkə kьk lьdьş kvadratjaslən summa, kodəs ьзdədəma ļivə içətmədəma sijə lьdjassə boştəmьş artman udvojennəj proizveđeņņəən, to sek sijəs poƶə veƶnь sijəƶə lьdjasьş loan summa ļivə raznoşţ kvadratən.

Primerjas:

1. a^2+2a+1.

Sь vəsna, mьj $1=1^2$ da $2a=2\cdot 1$, to $a^2+2a+1=(a+1)^2$

2. x^4+4-4x^2. Tani $x^4=(x^2)^2$, $4=2^2$ da $4x^2=2x^2\cdot 2$; ta şerţi: x^4+4- $-4x^2=(x^2-2)^2$. Poƶə siз-ƶə glƶnь, mьj $x^4+4-4x^2=(2-x^2)^2$, sь vəsna, mьj kor kьkaçļenjas x^2-2 da $2-x^2$ leptam kvadratə, loənь kujimaçļenjas, kodjas torjalənь səmьn çļenjas poradokən:

$$(x^2-2)^2=x^4-4x^2+4;\ (2-x^2)^2=4-4x^2+x^4.$$

3. $-x+25x^2+0{,}01$. Tanı em kьk kvadrat: $25x^2=(5x)^2$ da $0{,}01=0{,}1^2$. $5x$ da $0{,}1$ lьdjassə boştəmьş artməm udvojennəj proizvedeņņə loə $2\cdot5x\cdot0{,}1=x$. Sь vəsna, mьj şetəm kujimaçlenьn kьknan kvadrat vozьn sulalənь $+$ pasjas, a udvojennəj proizvedeņņəьn (mədnog-kə x) — pas, sek

$$-x+25x^2+0{,}01=25x^2-x+0{,}01=(5x-0{,}1)^2=(0{,}1-5x)^2.$$

4. $-x^2-y^2+2xy$. Petkədam — pas skobkajas sajə: $-(x^2+y^2-2xy)$. Skobkajas pьekəssa kujimaçlen, burakə, em $(x-y)^2$.

Siз-kə:

$$-x^2-y^2+2xy=-(x^2+y^2-2xy)=-(x-y)^2=-(y-x)^2.$$

g) Mukəd dьrji unaçlen poƶə razlozitnь əktasjas vьlə, **sьlьş çlenjassə kuєəmkə gruppajasə ətlaavləmən.**

Primerjas:

1. $ax+ay+bx+by=(ax+ay)+(bx+by)=a(x+y)+b(x+y)=(x+y)(a+b)$;

2. $12-4x-3x^2+x^3=(12-4x)-(3x^2-x^3)=4(3-x)-x^2(3-x)=(3-x)(4-x^2)=(3-x)(2+x)(2-x)$;

3. $m^2+n^2-2mn-p^2=(m^2+n^2-2mn)-p^2=(m-n)^2-p^2=(m-n+p)(m-n-p)$,

4. $x^2-y^2+6y-9=x^2-(y^2-6y+9)=x^2-(y-3)^2=[x+(y-3)][x-(y-3)]=(x+y-3)(x-y+3)$.

d) Mukəd dьrji kovmьvlə pьrtnь otsaşьş çlenjas libə kuєəmkə çlen razlozitnь kьk çlenə.

Primerjas:

1. $a^3-b^3=a^3-a^2b+a^2b-b^3=a^2(a-b)+b(a^2-b^2)=a^2(a-b)+b(a+b)(a-b)=(a-b)[a^2+b(a+b)]=(a-b)(a^2+ab+b^2)$;

2. $a^3+b^3=a^3+a^2b-a^2b+b^3=a^2(a+b)-b(a^2-b^2)=(a+b)[a^2-b(a-b)]=(a+b)(a^2-ab+b^2)$;

3. $2x^2+3xy+y^2=2x^2+2xy+xy+y^2=2x(x+y)+y(x+y)=(x+y)(2x+y)$.

102. $2a+2x$; $ax+ay$; $4y^2-6xy$.
103. $4ax-2ay$; $6x^2y+9xy^2$.
104. $12a^2b-9a^2b^2+6ab^3$; $xy^2-7xy+4x^2y$.
105. m^2-n^2; a^2-1; $1-a^2$.
106. x^2-4; m^2-9; $4x^2-y^2$.
107. $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{9}y^6$; $0{,}01a^6-9$; $3a^5-48ab^8$.
108. $(x-y)^2-a^2(a+2b)^2-1$; $a^2-(b+c)^2$
109. $(x+y)^2-(x-y)^2$; $16x^2-4(x+y)^2$
110. $x^2-2xy+y^2$; m^2+n^2+2mn
111. $2ab+a^2+b^2$; $a^2-4ab+4b^2$
112. $x^2+8x+16$; x^2+1+2x.
113. $5a^3+20a^2b+20ab^2$
114. $a+2ab+b^2-c^2$; $a^2-b^2+2bc-c^2$
115. $ax+bx+ay+by$; $ac-ad+bd-bc$
116. $a^2+ab-a-b$; $x^z-3y-3z+xy$
117. $4mn+xy-2nx-2my$; $8a^3-12a^2-18a+27$ (3 əktas vьlə).

VI. ALGEBRAIÇESKƏJ DROBJAS.

67. Algeвraiçeskəj droвjaslən arifmeţiçeskəj droвjasьş torjalən. Kьk algeвraiçeskəj vьrazeņņə jukəmьş çastnəj, kor jukəm səmьn indьşşə, suşə algeвraiçeskəj droвən. Napŗimer, taeəmjasnas loənь so kueəm vьrazeņņəjas:

$$\frac{a}{b};\ \frac{a+b}{c-d};\ \frac{2x^2-x+5}{x+2}$$

Visədlam algeвraiçeskəj droвjaslьş ņekьmьn osoвennoşţjas.

Boştam droв $\frac{b}{a}$; korşam sьlьş lьda ьзda, kor $a=12$ da $b=4$, seşşa kor $a=3$ da $b=7$ da medвərьn kor $a=-20$ da $b=30$. Vəçəm вərьn şurənь lьdjas 3, $\frac{3}{7}$ da $-\frac{2}{3}$.

Tatьş petə, **mьj algeвraiçeskəj droвlən lьda ьзda vermas lonь вьdsa da droвa lьd, poloziţeļnəj da otricaţeļnəj lьd,** sь vəsna, mьj a da b pьđđi zadaça uslovijəjas şerţi vermasnь boştavnь kueəm kolə lьda znaçeņņəjas.

Algeвraiçeskəj droвlən çişļiţeļ da znamenaţeļ aşnьs vermasnь lonь вьdsa da droвa poloziţeļnəj da otricaţeļnəj lьdən.

Tatьş petə, mьj algeвraiçeskəj droв jьlьş vezərtasьs paşkьdзьk arifmeţiçeskəj droв şerţi. Bərjasə pozə visədnь, kьз algeвraiçeskəj droвlən çastnəj sluçaj vьlə.

68. Droвlən osnovnəj svojstvo. Sь vəsna, mьj droв em çastnəj çişļiţeləs znamenaţeļ vьlə jukəmьş, a jukanlьđəs da jukьşlьđəs ətьзda lьd vьlə əktəmьş da jukəmьş (nuļьş ətdor 34 §, g) çastnəj oz vezşь, **mədnog-kə, droвlən ьзda oz vezşь, kor sьlьş çişļiţeļ da**

znamenaţeļ əktam ļiвə jukam kuєəmkə ətъзda lъd vьlə (nuļъş ətdor). Ѕuam, çişļiteļ da znamenaţeļ $\frac{-\frac{2}{3}}{\frac{7}{5}}$ droвlъş əktam $-\frac{4}{9}$ vьlə, loə:

Vozza droв $-\frac{2}{3} : \frac{7}{5} = -\frac{10}{21}$;
Vъļ droв

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\right]:\left[\frac{7}{5}\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\right]=\left(+\frac{8}{27}\right):\left(-\frac{28}{45}=\right)=-\frac{8\cdot 45}{27\cdot 28}=-\frac{360}{756}=-\frac{10}{21},$$

mi adзam, mъj droвlən ъзda koļi vażъs.

Tajə svojstvo şerţi algeвraiçeskəj droвjas vъlъn mi vermam vəçavnъ seєəm-żə preoвrazovaņņəjas, kuєəməs vəçavlim arifmeţiçeskəj droвjas vъlъn: mi vermam, pozə-kə, droвjasəs sokraţitavnъ da, kolə-kə, vajədavnъ najəs ətuvja znamenaţeļə.

69. Droвlъş çļenjassə въdsa vidə vajədəm. Loə-kə siз, mъj droвlən çļenjasъs aşnъs droвjas, sek ləsalana вərjəm lъd vъlə ļiвə algeвraiçeskəj vъrażeņņə əktəmən mi vermam mъntədçъnъ tajə kъknan droвjassъs. Ѕuam:

1) $\dfrac{\frac{3}{4}a}{b}$, kъknan çļen 4 vъlə əktəmən loə $\dfrac{3a}{4b}$;

2) $\dfrac{\frac{2}{3}m}{\frac{7}{8}n}$, „ „ 24 „ „ „ $\dfrac{16m}{21n}$;

3) $\dfrac{ax-1}{1-\frac{1}{x}}$, „ „ x „ „ „ $\dfrac{ax^2-x}{x-1}$.

UPRAŻNEŅŅƏJAS.

118. $\dfrac{\frac{5}{7}x}{y}$ $\dfrac{0{,}3ab}{m}$ $\dfrac{a^2}{1\frac{3}{8}b}$ $\dfrac{m}{2{,}36n}$

119. $\dfrac{\frac{3}{4}ab}{\frac{5}{6}x^2}$ $\dfrac{3\frac{1}{2}a^3}{3\frac{3}{4}b}$ $\dfrac{3x-\frac{1}{4}}{a-b}$

120. $\dfrac{2\frac{1}{8}(a+b)}{4\frac{1}{4}}$ $\dfrac{3a-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{6}a}$ 121. $\dfrac{ax+b+\frac{c}{x}}{ax+1}$; $\dfrac{1+\frac{a}{x}-\frac{b}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}$

70. Droвsa çļenjaslьş pasjas vezlaləm. Çişliţeļ da znamenaţeļ vozьş mədaravnь pas loə sijə-zə, mьj najəs—1 vьlə əktьnь, mьjьş droвlən ьзda oz vezşь; suam,

$$\frac{-8}{-4}=2 \text{ da } \frac{+8}{+4}=2; \frac{-10}{+2}=-5 \text{ da } \frac{+10}{-2}=-5.$$

Indam, mьj mədaralam-kə pas kuɛəmkə əti çļen vozьş da ɛəɛ stav droв vozьş, sek droвlən ьзda oz vezşь. Suam:

$$\frac{-10}{+2}=-5\ ;\ -\frac{-10}{-2}=-5; -\frac{+10}{+2}=-5.$$

Tajə droв svojstvojasnas mukəd dьrji kovmьvlə pəļzujtçьnь droвjasəs preoвrazujtigən; suam:

$$\frac{m^2-n^2}{n-m}=-\frac{m^2-n^2}{-(m-n)}=-\frac{(m+n)(m-n)}{m-n}=-(m+n).$$

UPRAŻŅEŅŅƏJAS.

Veznь pasjas so kuɛəm droвjas çişliţeļ da znamenaţeļ vozьş:

122. $\frac{1-x}{-x}$; $\frac{-3a^2}{a-b}$; $\frac{1-a}{2-b}$

123. $\frac{-a^2-b^2+2ab}{b-a}$; $\frac{1-m^2}{-m+1}$

124. Droвjaslьş ьзda veztəg вьd droв vozə puktьnь—pas:

$$\frac{-3a}{6}\qquad \frac{5x^2}{-3}\qquad \frac{1-a}{b}\qquad \frac{a}{2-x}\qquad \frac{m^2-n^2}{n-m}$$

71. Droвjasəs sokraţitəm. Algeвraiçeskəj droвəs pozə vajədnь prəstəjзьk vidə sek, kor çişliţeļlən da znamenaţeļlən eməş ətuvja əktasjas.

Primerjas:

$$\frac{48ab}{60ac}=\frac{4b}{5c};\ \frac{3a^2b}{7a^3b}=\frac{3}{7a};\ \frac{160a^5b^2cd^2}{120a^3b^5c}=\frac{4a^2d^2}{3b^3}.$$

Vajədəm primerjasьş tьdalə, mьj droвjas **sokraţitigən çişliţeļlən da znamenaţeļlən koeficientjas sokraţitçənь najə ətuvja med-**

ьзьd jukьşlьd vьlə, a ətkoḑ sьpasa əktasjas sokraseajtçənь med içət ştepeņ vьlə, mьjən najə pьrənь çişliţeļə da znamenaţeļə.

Kor drовlən çişliţeļ ļiвə znamenaţeļ (ļiвə kьknanьs)—unaçļenjas, pervoj kolə unaçļenjəssə razlozitnь əktasjas vьlə (kьз vəli indəma 66 §-ьn); na kostьn-kə loənь podoвnəj əktasjas, sek drовsə poʐə najə vьlə sokpaţitnь.

Primerjas:

$$\frac{6x^2+8xy}{9xy+12y^2}=\frac{2x\,(3x+4y)}{3y\,(3x+4y)}=\frac{2x}{3y};$$

$$\frac{x^2-1}{2x+2}=\frac{(x+1)\,(x-1)}{2(x+1)}=\frac{x-1}{2}=\frac{1}{2}\,(x-1)$$

(2 vьlə jukəm pьddi вoştəma $\frac{1}{2}$ vьlə əktəm, kodi loə ətvьna).

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

125. $\frac{7}{7x}$ $\frac{2m}{3m^2}$ $\frac{4a^2b}{6ab^2}$ $\frac{42x^3y^2}{112x^2y}$

126. $\frac{12ab}{8ax}$ $\frac{3a^2bc}{12ab^2}$ $\frac{48a^3x^2y^4}{45a^2xy}$

127. $\frac{ab}{a^2+ab}$ $\frac{9xy}{3x^2-3xy}$ $\frac{4a+8}{4a-8}$

128. $\frac{a^2+a}{a^2-a}$ $\frac{x-3x}{x^2-9}$ $\frac{a^2+a}{a^2-1}$

129. $\frac{x\,(x-1)^2}{2x^2\,(x-1)\,(x+1)}$ $\frac{ax+x^2}{3bx-cx^2}$ $\frac{5a^2+5ax}{a^2-x^2}$

130. $\frac{(a+b)^2\,(a-b)^2}{a^2-b^2}$ $\frac{p^2-1}{(1+py)^2-(p+y)^2}$

72. Ətuvja znamenaţeļə drовjasəs vajədəm. a) Вoştam drовjas, kodjaslən **znamenaţeļjasьs sьpasa ətkaçļenjas:**

$$\frac{a}{2b},\ \frac{c}{3ab},\ \frac{d}{5ab^2}.$$

Ətuvja znamenaţeļ vьlə kolə вoştnь 30 ab^2. Seк sodtəd əktasjasən loənь: 15ab, 10b da 6.

$$\frac{a}{2b}\overset{15ab}{=}\frac{15a^2b}{30ab^2},\quad \frac{c}{3ab}\overset{10b}{=}\frac{10bc}{30ab^2},\quad \frac{d}{5ab^2}\overset{6}{=}\frac{6d}{30ab^2}.$$

Вoştam nəsta primeг:

$$\frac{a}{12b^2c};\ \frac{3b}{8a^3c^4d^2};\ \frac{5c}{19ab}.$$

Ətuvja znamenaţeļlь kolə jukşьnь вьd şetəm znamenaţeļ vьlə Siз-kə, ətuvja znamenaţeļьn mediçət koeficient loə şetəm koeficien-

jas pijьş mediçət kratnəj lьd. Зьpasa əktasjaslь kolə pьrnь seɛəm ştepeņa ətuvja znamenaţeļə, kodi med jukşis вьd ştepeņ vьlə, kuɛəm em znamenaţeļjasьn sijə-zə зьpasa əktasjaslən. Siз-kə, şetəm primerьn ətuvja znamenaţeļlən koeficient loə 12, 8 da 18-lən mediçət kratnəj, mədnog-kə—72. a əktasjaslь ştepeņ petkədlьşən loə 3, b—əktaslь ştepeņ petkədlьşən 2 da s. v. Ətuvja znamenaţeļ loə:

$$72a^3\,b^2\,c^4\,d^2.$$

Sodtəd əktasjasən loənь: $6a^3c^3d^2$, $9b^2$ da $4a^2\,bc^4d^2$.

Medвərьn loə:

$$\frac{a^{\,6a^3c^3d^2}}{12b^2c}=\frac{6a^4c^3d^2}{72a^3b^2c^4d^2};\quad \frac{3b^{\,9b^2}}{8a^3c^4d^2}=\frac{27b^3}{72a^3b^2c^4d^2};\quad \frac{5c^{\,4a^2bc^4d^2}}{18ab}=\frac{20a^2bc^5d^2}{72a^3b^2c^4d^2}.$$

Tajə primeŗjasьş tьdalə:

Kor kolə ņekьmьn algeвraiçeskəj ətkaçļena znamenaţeļa drовjaslьş korşnь ətuvja znamenaţeļ, sek kolə вoştnь şetəm drовjasa znamenaţeļjas koeficientjaslьş mediçət kratnəj, seşşa kolə вoştnь зьpasa əktasjasəs medvьlьs ştepeņьn, kodən najə pьrənь şetəm znamenaţeļjasə; tajə stav əktasjasiən proizveđeņņə i loə şetəm drовjaslь ətuvja znamenaţeļən.

б) Voзə вoştam drовjas, kodjaslən znamenaţeļjasьs unaçļenjas:

$$\frac{x}{a-b},\ \frac{y}{a+b},\ \frac{z}{a^2-b^2}$$

Вьd znamenaţeļəs razlozitam əktasjasə. Кьk pervojьs oz razlozitçь, a kojmədьs ravņajţçə $(a+b)$ $(a-b)$. Siз-kə, ətuvja znamenaţeļən loə a^2-b^2; artmas:

$$\frac{x^{\,a+b}}{a-b}=\frac{ax+bx}{a^2-b^2};\quad \frac{y^{\,a-b}}{a+b}=\frac{ay-by}{a^2-b^2};\quad \frac{z}{a^2-b^2}.$$

в) Vermas lonь siзi, mьj ņekuɛəm kьk **znamenaţeļ oz kutnь ətuvja əktasjas.** Sek kolə vəçnь siз, kьз vəçşə arifmeţikaьn: вьd drовlьş çişļiţeļ da znamenaţeļ kolə əktьnь stav mukəd drовjassa znamenaţeļjaslən proizveđeņņə vьlə.

Primerjas:

1. $\frac{a}{3m},\ \frac{2b}{5n},\ \frac{3c}{2p};\ \ldots\ \frac{a\,.\,5n\,.\,2p}{3m\,.\,5n\,.\,2p},\ \frac{2b\,.\,3m\,.\,2p}{5n\,.\,3m\,.\,2p},\ \frac{3c\,.\,3m\,.\,5n}{2p\,.\,3m\,.\,5n},$

mədnog-kə: $\frac{10anp}{30mnp},\ \frac{12bmp}{30mnp},\ \frac{45cmn}{30mnp}.$

2. $\frac{a}{a+b},\ \frac{b}{a-b},\ \ldots\ \frac{a\,(a-b)}{(a+b)(a-b)},\ \frac{b\,(a+b)}{(a+b)(a-b)},$

mədnog-kə: $\frac{a^2-ab}{a^2-b^2},\ \frac{ab+b^2}{a^2-b^2}.$

UPRAZNENNƏJAS. Vajədnь droвjassə əfuvja znamenatełə:

131. $\frac{3}{a}, \frac{4}{6}$; $\frac{x}{3y}, \frac{y}{4x}, \frac{x}{4}, \frac{4}{x}$;

132. $\frac{2}{a}, \frac{3}{b}, \frac{1}{2c}; \frac{7x}{4a^2}, \frac{2}{3b^2}, \frac{4b^2}{5x}$;

133. $\frac{5xy}{3a^2bc}, \frac{3ab}{4mx^2y}, \frac{x}{4ab}, \frac{y}{8a^3b^2}$;

134. $\frac{3}{8ab}, 3x, \frac{a}{5x^3}$

135. $\frac{x+y}{2x-2y}, \frac{x-y}{3x+3y}; \frac{1}{m+1}, \frac{2}{m^2-1}, \frac{3}{m-1}$

136. $\frac{2}{x^2-2x+1}, \frac{3a}{x-1}; \frac{1}{x-1}, \frac{2}{2x-1}, \frac{1}{(x-1)(2x-1)}$

137. $\frac{x}{28a^3b^2}; \frac{y}{21a^2b}; \frac{a-b}{b}, \frac{2a}{a-b}, \frac{1}{a^2-b^2}$

73. Droвjasəs sodtəm da çintəm. Unaçlenəs ətkaçlen vьlə jukan pravilo şerti (59 §) mi vermam giznь:

$$\frac{a+b+c}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}+\frac{c}{m}; \quad \frac{a-b}{m}=\frac{a}{m}-\frac{b}{m}.$$

Tajə raveństvojassə veşkьdvьvşan sujgavьv lьddigən adзam:

1. Medьm sodtьnь ətьзda znamenaţeļa droвjasəs, kolə sodtьnь nalьş çişliteļjas da summa ulə giznь sijə-zə znamenaţeļ.

2. Medьm çintьnь ətьзda znamenaţeļa droвjasəs, kolə çintьnь nalьş çişliteļjas da raznoşt ulə giznь sijə-zə znamenaţeļ.

Kor kolə raznəj znamenaţeļa şetəm droвjasəs sodtьnь ļiвə çintьnь, sek droвjasəs pervoj kolə vajədnь ətuvja znamenaţeļə.

Primerjas:

1) $\frac{\overset{df}{a}}{b}+\frac{\overset{bf}{c}}{d}+\frac{\overset{bd}{e}}{f}=\frac{adf+cbf+ebd}{bdf}$;

2) $\frac{\overset{2b}{3m^2}}{10a^2bc}-\frac{\overset{5ac}{5n^2}}{4ab^2}=\frac{6bm^2-25acn^2}{20a^2b^2c}$;

3) $\frac{x+1}{2x-2}-\frac{x^2+3}{2x^2-2}$

$2x-2=2\,(x-1)$ | sodtəd əktas$=x+1$

$2x^2-2=2\,(x^2-1)=2\,(x+1)\,(x-1)$ | " " $=$ 1.

ətuvja znamen.$=2\,(x+1)\,(x-1)$.

Çintəm вərьn loə:

$$\frac{(x+1)^2-(x^2+3)}{2\,(x+1)(x-1)}=\frac{x^2+2x+1-x^2-3}{2\,(x+1)\,(x-1)}=\frac{2x-2}{2\,(x+1)\,(x-1)}=\frac{1}{x+1}.$$

138. $\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}$ $\frac{2}{x^2}+\frac{5}{3x}$ $\frac{a-1}{2}-\frac{2x+3}{4}$

139. $1-\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}$ $\left(1\text{-əs izoвraзitnь drobən } \frac{1}{1}\right)$

140. $1+\frac{x-1}{2}$ $x-\frac{2(3-x)}{3}$ $1-\frac{2(x-1)}{3}$

141. $\frac{2+x}{1+2x}-\frac{2-x}{1-2x}-\frac{1+6x}{4x^2-1}$

142. $\frac{2ab}{a^2-b^2}+\frac{b}{a^2+ab}-\frac{a^2+b}{a^2-ab}$

143. Mьjə pərə $\frac{m-x}{n-1}$ drob, x pьḑḑi-kə puktьnь $\frac{mn}{m+n}$?

74. Drobjasəs əktəm. Medьm drobəs əktьnь drob vьlə, sek çişļiţeļəs kolə boştnь çişļiţeļ vьlə, znamenaţeļəs znamenaţeļ vьlə da vəçnь pervoj proizveḑeņņəsə çişļiţeļən, a mədsə znamenaţeļən.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}. \qquad (1)$$

Tajə pravilo ətkoḑ arifmeţiçeskəj drobjasəs əktan praviləkəd. No sь vəsna, mьj зьpasjas ulьn vermasnь lonь ņe səmьn вьdsa da poloziţeļnəj lьdjas, no i drobа da otricaţeļnəj lьdjas, tajə pravilo kolə proverıtnь, tujə-ə algebraiçeskəj drobjaslь, kor a, b, c da d loənь вьdşama lьdjasən. Pervoj suam, medьm najə stavьs vəlinь poloziţeļnəj da drobа lьdjas. Naprimer:

$$a=\frac{2}{3},\ b=\frac{7}{8},\ c=\frac{5}{6}\text{ da }\ d=\frac{9}{4}.$$

Puktalam tajə lьdjassə ravenstvoə (1). Torjən artalam ravenstvolьş sujgavьv da veşkьdvьv jukənjassə da artməm rezuļtatjassə ətlaşţitam:

$$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}:\frac{7}{8}=\frac{2\cdot 8}{3\cdot 7};\ \frac{c}{d}=\frac{5}{6}:\frac{9}{4}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 9}.$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{d}=\frac{2\cdot 8}{3\cdot 7}\cdot\frac{5\cdot 4}{6\cdot 9}=\frac{2\cdot 8\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 7\cdot 6\cdot 9}.$$

(poməз artaləmjas vəçnь og kutəj).

Əni artalam ravenstvolьş (1) veşkьdvьv jukənsə:

$$ac=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 6};\qquad bd=\frac{7}{8}\cdot\frac{9}{4}=\frac{7\cdot 9}{8\cdot 4};$$

$$\frac{ac}{bd}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 6}:\frac{7\cdot 9}{8\cdot 4}=\frac{2\cdot 5\cdot 8\cdot 4}{3\cdot 6\cdot 7\cdot 9}.$$

Artməm rezuļtatjas ətlaşţitəmən adзam, mьj najə ətkoḑəş sь vəsna, mьj $2\cdot 8\cdot 5\cdot 4=2\cdot 5\cdot 8\cdot 4$ da $3\cdot 7\cdot 6\cdot 9=3\cdot 6\cdot 7\cdot 9$ (əktəm

peremeştiţeļnəj zakon şerţi). Sız-kə, (1) ravenstvo tajə sluçajьn ezzə torkşь.

Əni suam, mьj kueəmkə a, b, c da d lьdьş əţi loi otricaţeļnəj lьd. Suam, $a=-\frac{2}{3}$ (b, c da d-lən koləņь vaz znaçeņņəjasəs). Sek droв $\frac{a}{b}$ loə otricaţeļnəj da stav ravenstvolən (1) sujgavьlьs sız-zə loə otricaţeļnəj lьdən. Veşkьdvьlьn ac proizvedeņņə loə otricaţeļnəj da sь vəsna stav veşkьdvьlьs sız-zə loə otricaţeļnəj lьdən. Aвsoļutnəj veļiçina veşkьdvьvlən da sujgavьvlən koləņь vazьs. Sız-kə, ravenstvo (1) oz torkşь. Taз-zə poƶə petkədlьnь, mьj ravenstvo (1) oz torkşь, kor i mukəd lьdjas loəņь otricaţeļnəjəş.

Tajə stavьs, mьj mi əni çastnəj primer jьlьş şorņitim, poƶə povtoritnь kəţ kueəm məd primerьn; sız-kə, ravenstvo (1) oz torkşь, kor a, b, c da d вьpasjaslь şetəma kəţ kueəm znaçeņņəjas.

75. Droвjaslən кvadrat da кuв. Droвjasəs əktan pravilo primeņajtam kvadratə da kuвə leptigən. Pravilo şerţi:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=\frac{a^2}{b^2};\ \left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=\frac{a^3}{b^3}$$

Tatьş petə:

Medьm algeвraiçeskəj droв leptьnь kvadratə ļiвə kuвə, kolə leptьnь sijə şţepeņə çişļiţeļsə da znamenaţeļsə torjən.

76. **Droвjasəs jukəm. Medьm juknь droвəs droв vьlə, kolə вoştnь pervoj droвlьş çişļiţeļ məd droвsa znamenaţeļ vьlə, pervoj droвlьş znamenaţeļ məd droвsa çişļiţeļ vьlə da pervoj proizvedeņņəsə vəçnь çişļiţelən, a mədsə—znamenaţeļən:**

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}.$$

Mьj tajə ravenstvo ləşalə вьd lьdlь a b, c da d, poƶə ubeditçьnь jukəm proveritəmən: çastnəjəs jukьşlьd vьlə əktəm вərьn loə jukanlьd:

$$\frac{ad}{bc}\cdot\frac{c}{d}=\frac{adc}{bcd}=\frac{a}{b}$$

77. Sodtədjas. 1) Sь vəsna, mьj $\frac{ad}{bc}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$, sek jukan pravilo poƶə viştavnь mədnog: **medьm juknь droвəs droв vьlə, kolə pervoj droвsə əktьnь oвratnəj məd droв vьlas.**

2) Вьd şikas вьdsa algeвraiçeskəj vьraƶeņņə vьlə poƶə vizədnь, kьз droв vьlə, kodlən çişļiţeļьs sijə вьdsa vьraƶeņņə, a znamenaţeļьs 1; sız: $a=\frac{a}{1}$; $3x^2=\frac{3x^2}{1}$ da s. v. Sız-kə, **droвjas vьlьn dejstvijəjas jьlьş şetəm pravilojasəs poƶə primeņajtnь seeəm sluçajjasə, kor indəm vьraƶeņņəjas pilьn em вьdsa lьd,** səmьn kolə sijə вьdsa vьraƶeņņəsə вergədnь droвə. Suam:

$$a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}.$$

UPRAŽNENNƏJAS.

144. $-\frac{3x}{5a} \cdot \frac{10ab}{7x^3}$ $\qquad$ $\frac{1-a}{5x^3} \cdot \frac{x^2}{1-a^2}$

145. $\frac{4x^2y^2}{15n^4a^3} \cdot 45p^2q^2$ $\qquad$ $\frac{x^2-1}{3} \cdot \frac{6a}{x+1}$.

146. $\left(a+\frac{ab}{a+b}\right)\left(b-\frac{ab}{a+b}\right)$ $\qquad$ $\frac{3a^2b^5c^4}{4x^2y^2z^4} : \frac{4a^4b^3c^2}{3x^4y^3z^2}$

147. $\frac{12a^4b^2}{5mp} : 4ab^2$ $\qquad$ $81a^3b^2 : \frac{27ab^2}{5x^2y}$

148. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} : \frac{5a^2+5b^2}{a+b}$ $\qquad$ $\left(x+\frac{xy}{x-y}\right) : \left(x-\frac{xy}{x+y}\right)$.

NOĻƏD JUKƏD.

PERVOJ ŞŢEPEŅA URAVŅEŅŅƏJAS.

I. URAVŅEŅŅƏJASLƏN OBSЄƏJ SVOJSTVOJAS.

78. **Ravenstvojas da nalən svojstvojas.** Kor kьk ətьзda lьd ļiвə kьk ətьзda algeвraiçeskəj vьrazeņņə ətlaaləma məda-mədkəd = **pasən**, loə **ravenstvo.** Sijə lьdjas ļiвə vьrazeņņəjas, kodjasьş artməma ravenstvo, suşənь **ravenstvo jukənjasən**; sijə, mьj sulalə = passaņ sujgavьlьn, loə **sujgavьv jukən**, a sijə, mьj sulalə = passaņ veşkьdvьlьn, loə **veşkьdvьv jukən.** Naprimer ravenstvoьn:

$$a+a+a=a\cdot 3$$

sujgavьv jukən summa $a+a+a$, a veşkьdvьv—proizvedeņņə $a\cdot 3$.

Ravenstvolьş вьd jukən əţi sьpasən pasjəmən, mi **vermam** sьlьş petkədlьnь glavnəj svojstvojassə:

a) Kor $a=b$, sek $b=c$; **ravenstvolьş pajjas poʐə vezlavnь mestajasən.**

б) Kor $a=b$ da $b=a$, sek $a=c$; **kьk lьd-kə torjən ravnəjəş kojməd lьdlь, sek najə məda-mədkəd ravnəjəş.**

в) Kor $a=b$ da $m=n$, sek $a+m=b+n$ da $a-m=b-n$; **ətьзda lьdjas dinə-kə ətmьndaən sodtam ļiвə ətmьndaən çintam, sek ravenstvo oz torkşь.**

г) Kor $a=b$ da $m=n$, sek $am=bm$ da $\frac{a}{m}=\frac{b}{m}$; **ətьзda lьdjas-kə əktam ļiвə jukam ətьзda lьdjas vьlə, sek ravenstvo oz torkşь.**

Kolə tədnь, mьj ravenstvolьş kьknan jukən —1 vьlə əktəm ļiвə jukəm ətvьna ravenstvo jukənjas **voзьş pasjas mədaraləmlь.** Siз, $-x=-5$ ravenstvolьş-kə kьknan jukən əktam—1 vьlə, loə: $x=5$.

79. **Tozdestvo.** Kьk algeвraiçeskəj vьrazeņņəjas suşənь **tozdestvennəjən**, kor naə pьrьş sьpasjas pьdđi kəţ kuєəm lьd puktaligən najə loənь ətьзda lьda veļiçinajas. Taeəmjasnas, naprimer, loənь so kuєəm vьrazeņņəjas:

$$ab \text{ da } ba;\ a+(b+c) \text{ da } a+b+c$$

Kor kuєəmkə ravenstvoьn kьknan jukən tozdestvennəj algeвraiçeskəj vьrazeņņəjas, sek seєəm ravenstvoьs suşə **tozdestvoən.** Taєəmnas, naprimer, loə so kueəm ravenstvo:

$$a+b+c=a+(b+c).$$

Tozdestvoən siз-zə suşə i seeəm ravenstvo, kьtçə pьrənь lьdpasjasən gizəm lьdjas da nalən kьknan jukənьs stav indəm dejstvijəjas vəçəm вərьn loənь ətkod lьdjas. Primer:

$$(40 \cdot 5) : 8 = 5^2 .$$

80. Uravnennə. Suam, mijan kolə resitnь taeəm zadaça: вatlь 40 ar, pilь 17. Kьmьn vo mьşti вat loə kьk pəv pərьşзьk piьş?

Arifmetiçeskəj nogən tajə zadaça resitnь şəkьd. Resitam sijəs sьpasjasən pasjaləmən. Korşan vojas lьd pasjam x-ən. X vo mьşti вatlь loə $40+x$ vo, a pilь $17+x$ vo. Zadaça uslovijə şerti вatlən arlьd loə pi arlьdьş kьkpəv unзьk. Tajə mi vermam giznь taeəm ravenstvoən:

$$40+x=2\ (17+x).$$

Siз-kə, x vermas lonь səmьn seeəm lьdən, kod dьrji gizəm ravenstvo oz torkşь. Proveritəmən tədmalam, mьj tazi loə səmьn seki, kor $x=6$:

$$40+6=2\ (17+6);\ 46=46.$$

x pьddi-kə puktam kueəmkə məd lьd, ravenstvo torkşə.

Tajə ravenstvo tozdestvoən sunь oz poz sь vəsna, mьj sijə x pьddi kueəmkə məd lьd puktəmən ravenstvoьs torkşə. Səmьn x pьddi 6 puktəmən tajə ravenstvo вergədçə tozdestvoə:

$$46 = 46.$$

Kor ravenstvolən kьknan jukənьs (kəni em əti libə nekьmьn sьpas) imeitənь ətьзda lьda veliçina, no tajə ətьзda veliçinajasьs dьrji sьpasjasьslь şetçə opredelonnəj lьda znaçennə, sek taeəm ravenstvoьs suşə **uravnennəən**, a uravnennəьn sьpasjasən pasjəm lьdjas suşənь uravnennəsa **tədtəmjasən**. Tədtəm lьdjas pasjьşşənь latin alfavitsa вərja sьpasjasən (x, y, z..).

Uravnennəjas ovlənь əti tədtəma, kьk tədtəma da s. v.

Resitnь uravnennə, sijə loə korşnь sьə pьrьş tədtəmjaslьş lьda znaçennəjas, kodjas **udovletvorajtənь** uravnennəsə, libə kьз suənь, kodjas pərtənь sijəs tozdestvoə. Tədtəmjaslən seeəm znaçennəjas suşənь uravnennəsa **korenjasən**.

Əti tədtəma uravnennələn vermas lonь əti, kьk da unзьk koren. Siз, $3x-2=13$ uravnennələn səmьn əti koren (5); $x^2+2=3x$ uravnennəьn kьk koren (1 da 2), $(x-1)\ (x-2)\ (x+1)=0$ uravnennəьn kujim koren (1, 2 da—1)[1]. Vermas veşig lonь i siз, mьj uravnennələn koren зikəз aвu. Seeəmən loə uravnennə $x^2=-4$; kət kueəm polozitelnəj libə otricatelnəj lьd puktam x pьddi, sek sijə lьdlən kvadrat nekor oz vermь lonь otricatelnəj lьdən.

Mijanən vьlə vajədəm zadaça uslovijəьs petan uravnennələn koreņьs=6. Tajə loə zadaçalь ətvetən sь vəsna, mьj 6 vo mьşti вatlь loə 46 ar, a pilь 23—kьkьş eeaзьk.

---

[1]) Kueəmkə əti əktas-kə=0, sek stav proizvedennə=0.

Siз-kə, mukəd zadaçajas resitigən вurзьk ovlə vəçnь uravnennə, da sijəs kuźnь resajtnь. Ta vьlə kolə tədmavnь uravnennəjasləs nekьmьn oвseəj svojstvojas.

Primer pьddi resitam voзза uravnennə:

$$40 + x = 2\ (17 + x).$$

Uravnennə veşkьd jukənьş voştam skoвkajas:

$$40 + x = 34 + 2x.$$

Uravnennə kьknan jukənьş çintam əti x-ən; loə:

$$40 = 34 + x.$$

Uravnennə kьknan jukənьş вara çintam 34-ən; loə:

$$6 = x,\ \text{siз-kə:}\ x = 6.$$

Taзi, uravnennəəs nekьmьn pəv preoвrazujtəm вərьn x-lь adзam znaçennə 6.

Primernə tanogən-zə, kьз mi adзam voзьş, resajtçənь i mukəd uravnennəjas.

UPRAŹNENNƏJAS.

149. Indьnь, kuєəmjasəs tajə ravenstvojasьş pozə sunь tozdestvoən da kuєəmjasəs uravnennəən:

$$x+y=y+x \qquad (a-b+x)\ c=ac-bc+xc.$$

$$3a-4=2a+1 \qquad 8x+1=5x+7 \qquad a(bc)=abc.$$

$$2x=x+1 \qquad (xy) : y=x \qquad a : 2b=\frac{a}{2} : b.$$

81. Ətvьna uravnennəjas. Ətvьna uravnennəjasən suşənь seəm kьk uravnennə, kor nalən kьknanьslən korenjasьs ətьзdaəş, məd kьlən-kə, kor pervoj uravnennələn вьd koren ladmə məd uravnennəə da, mədarə, kor məd uravnennələn вьd koren ladmə pervoj uravnennəə. Primer vьlə вoştam kьk uravnennə:

$$x^2 + 2 = 3x \text{ da } 3x-2=x^2$$

Uravnennəjasьs ətvьnaəş sь vəsna, mьj korenjasьs kьknanьslən ətkodəş (1 da 2). Uravnennəjas.

$$7x = 14 \text{ da } x^2 + 2 = 3x.$$

aвu ətvьnaəş sь vəsna, mьj pervojьslən səmьn əti koren 2, a mədьslən 2-ьş ətdor nəsta em məd koren 1.

Kor resitam kuєəmkə uravnennə, sek najə vьlьn vəçam nekьmьn preoвrazovannəjas; tajə preoвrazovannəjasnas şetəm uravnennəsə poşledovatelnəja vezlalam mədjasən, prəstəjзьkjasən, setçəз, kьtçəз oz lo medşa prəstəj vida uravnennə: $x=a$; sek mi suam, mьj

a lьd loə uravꞑeꞑꞑələn koreꞑ. No tajə ꞩunь əꞩьвitçьtəg vermam səmьn sek, kor tədam, mьj preoвrazovaꞑꞑəjasən artməm stav uravꞑeꞑꞑəjas vəlinь şetəm uravꞑeꞑꞑəkəd ətvьnaəş.

Preoвrazovaꞑꞑəjas, kodjasəs mijan kovmas uravꞑeꞑꞑəjas vьlьn vəçavnь, pьkşənь uravꞑeꞑꞑə kьk svojstvo vьlə, kodjasəs mi əni vizədlam.

82. **Uravꞑeꞑꞑələn pervoj svojstvo.** Boştam kuɛəmkə uravꞑeꞑꞑə:

$$x^2 + 2 = 3x. \qquad (1)$$

Uravꞑeꞑꞑə kьknan jukən dinə sodtam kuɛəmkə ətьзda lьd m (poloƶiţeļnəj, otricaţeļnəj ļiвə nuļ); sek mijan loə vьļ uravꞑeꞑꞑə:

$$x^2 + 2 + m = 3x + m. \qquad (2)$$

Dokaƶitam, mьj tajə uravꞑeꞑꞑə şetəm uravꞑeꞑꞑəkəd ətvьna. Ta vьlə kolə səmьn petkədlьnь, mьj (1) uravꞑeꞑꞑəsa вьd koreꞑ ladmə (2) uravꞑeꞑꞑəə da mədarə, (2) uravꞑeꞑꞑəsa вьd koreꞑ ladmə (1) uravꞑeꞑꞑəə.

a) Ꞩuam (1) uravꞑeꞑꞑələn em kuɛəmkə koreꞑ, naprimer, $x = 1$. Tajə loə, mьj kor tajə uravꞑeꞑꞑəə x pьddi puktam 1, sek vьraƶeꞑꞑə $x^2 + 2$ loə $3x$ ьзda. No sek, $x=1$ dьrji, summajas $x^2 + 2 + m$ da $3x + m$ loənь ətьзdaəş-ƶə sь vəsna, mьj ətьзda lьdjas dinə-kə (3 da 3) sodtam ətьзda lьd (m), artmasnь ətьзda-ƶə lьdjas ($3+m$ da $3+m$). Siз-kə, $x=1$ koreꞑ kolə lonь siз-ƶə koreꞑən i (2) uravꞑeꞑꞑəlь.

Uravꞑeꞑꞑələn-kə (1) nəsta em kuɛəmkə koreꞑ, sek sь jьlьş poƶas ꞩunь sijə-ƶə, mьj əni ꞩujim $x=1$ koreꞑ jьlьş, mədnog-kə ꞩunь, məd koreꞑ ladmas siз-ƶə i (2) uravꞑeꞑꞑəə. Siз-kə, (1) uravꞑeꞑꞑəsa вьd koreꞑ ladmə (2) uravꞑeꞑꞑəə.

в) Ꞩuam, mьj (2) uravꞑeꞑꞑələn em kuɛəmkə koreꞑ, naprimer, $x=2$. Siз-kə, kor tajə uravꞑeꞑꞑəə x pьddi puktam sьlьş ьзda 2, sek vьraƶeꞑꞑə $x^2 + 2 + m$ loə $3x+m$ vьraƶeꞑꞑə ьзda (tajə kьknan vьraƶeꞑꞑə pərənь lьdə $6+m$). Kor $x=2$, sek vьraƶeꞑꞑəjas $x^2 + 2$ da $3x$ loənь siз-ƶə ətьзdaəş, sь vəsna, mьj ətьзda lьdjasьş-kə ($6 + m$ da $6 + m$) çintam ətьзda-ƶə lьd (m), artmasnь ətьзda lьdjas. Siз-kə, $x=2$ siз-ƶə loə koreꞑ (1) uravꞑeꞑꞑələn. Uravꞑeꞑꞑələn-kə vəli nəsta kuɛəmkə koreꞑ, sek sь jьlьş eşkə kovmis ꞩunь sijə-ƶə, mьj ꞩujim $x=2$ koreꞑ jьlьş; mədnog-kə, tajə koreꞑьs siз-ƶə ladmə (1) uravꞑeꞑꞑəə.

Siз-kə, (2) uravꞑeꞑꞑəsa вьd koreꞑ ladmə (1) uravꞑeꞑꞑəə.

(1) da (2) uravꞑeꞑꞑəjaslən-kə koreꞑjasьs ətьзdaəş, sek tajə uravꞑeꞑꞑəjas ətvьnaəş. Tajə svojstvo siз-ƶə tujə uravꞑeꞑꞑəə jukənjasьş ətьзda lьd çintəm vьlə; kuɛəmkə lьd çintьnь loə sijə-ƶə, mьj sijə lьd mədara pasən sodtьль.

Ta nogən, kor uravꞑeꞑꞑəsa kьknan jukənə sodtam ļiвə naьş çintam ətьзda lьd, sek artmas pervojkəd ətvьna vьļ uravꞑeꞑꞑə.

83. **Şļedstvijəjas.** Tajə svojstvoьş poƶə petkədnь so kuɛəm şļedstvijəjas, kodjas zev eəkьda kovlənь uravꞑeꞑꞑəjas resajtigən:

1. **Uravneņņəlь̦ çļenjassə pasjassə mədaraləmən ətar jukənь̦ pozə vuзədnь** mədarə. Primer vьlə,

$$8+x^2=7x-2$$

uravneņņəsa kьknan jukənə-kə sodtam 2, loə:

$$8+x^2+2=7x.$$

Çļen—2 veşkьdvьlь̦ vuзis sujgavьlə mədara pasən, $+$-ən. Bərja uravneņņəь̦-kə çintam (kьknan jukənь̦) x^2 -ən, loə:

$$8+2=7x-x^2.$$

Çļen$+x^2$ sujgavьlь̦ mədara pasən vuзis veşkьdvьlə.

2. **Uravneņņəsa kьknan jukənьn**-kə **emə̦ ətьзda** da **ətkod pasa çļenjas, najəs pozə вьrədnь**. Primer:

$$6x+3=x^2+3.$$

Kьknan jukənь̦ çintam 3-ən da loə:

$$6x=x^2.$$

84. **Uravneņņələn məd svojstvo.** Boştam sijə-zə uravneņņəsə

$$x^2+2=3x \qquad (1).$$

da kьknan jukənsə sьlь̦ əktam kueəmkə m poloziţeļnəj ļibə otricaţeļnəj (səmьn med aвu nuļ) lьd vьlə. Sek artmas vьļ uravneņņə:

$$(x^2+2)\,m=3xm. \qquad (2)$$

Medьm adзьnь, mьj (1) da (2) uravneņņəjas ətvьnaə̦, kutam məvpavnь siз-zə, kьз vəçim voззa svojstvo jьlь̦: petkədlam, mьj (1) uravneņņələn вьd koreņ ladmə (2) uravneņņəə da, mədarə, (2) uravneņņələn вьd koreņ ladmə (1) uravneņņəə.

a) Medьm (1) uravneņņələn em kueəmkə koreņ, suam, $x=1$. Tajə loə, mьj seki, kor uravneņņəas x pьddi puktam sьlь̦ lьda ьзda, vьrazeņņəjas x^2+2 da $3x$ loənь ətьзdaə̦, (kьknanьs najə pərənь 3 lьdə). No sek $x=1$ dьrji proizvedeņņəjas $(x^2+2)\,m$ da $3xm$ loənь siз-zə ətьзdaə̦ sь vəsna, mьj ətьзda lьdjasəs (3 da 3) ətkod (m) lьd vьlə əktigən artmənь ətgьrşa lьdjas ($3m$ da $3m$). Sь vəsna, mьj tajə stavsə pozə povtoritnь (1) uravneņņəsa kəţ kueəm koreņlь, to pozə sunь, mьj **kəţ kueəm** koreņ (1) uravneņņələn ladmə i (2) uravneņņəlь.

б) Mədarə, med (2) uravneņņələn em kueəmkə koreņ, suam, $x=2$. Tajə loə, mьj uravneņņəas-kə **x** pьddi puktam sьlь̦ lьda ьзda 2, sek proizvedeņņəjas $(x^2+2)\,m$ da $3xm$ loənь ətьзdaə̦, (kьknanьs najə pərənь $6m$ lьdə). No kor $x=2$, sek vьrazeņņəjas x^2+ $+2$ da $3x$ loənь siз-zə, ətьзdaə̦, sь vəsna, mьj ətьзda lьdjasəs-kə ($6m$ da $6m$) jukam əti (m) lьd vьlə, kodi aвu nuļ, seki loənь ətьз-

da-ƶə lьdjas. Siз kə, koreņ x=2 da вьdşama məd koreņ (2) uravņeņņələn ladmənь (1) uravņeņņəə; ta şerţi tajə uravņeņņəjas ətvьnaəş.

Ƨuam, medьm *m* lьd, kod vьlə uravņeņņəlьş əktim kьknan jukənsə, **nuļ ьзda**. Naprimer, $x^2+2=3x$ uravņeņņəlьş, kodlən em kьk koreņ: 1 da 2, kьknan jukənsə əktam nuļ vьlə; sek mijan loə vьļ uravņeņņə:

$$(x^2+2)\cdot 0=3x\cdot 0.$$

Tajə uravņeņņəə koreņən ladmə oz səmьn 1 da 2, a kuɛəm kolə proizvoļnəj lьd. Siз, x pьďďi 5, 6, 7 da s. v. puktaləmən, loənь:

$$(5^2+2)\cdot 0=3\cdot 5\cdot 0; \qquad (6^2+2)\cdot 0=3\cdot 6\cdot 0;$$

mədnog-kə:

$$27\cdot 0=15\cdot 0; \qquad 38\cdot 0—18\cdot 0;$$

ļiвə:

$$0=0 \qquad 0=0,$$

(sь vəsna, mьj вьd lьdlən nuļ vьlə əktəmьş proizveďeņņə loə nuļ). Siз-kə, nuļ vьlə əktəmьş uravņeņņəjaslən ətvьnalunьs voвə.

Tatьş **petə, uravņeņņəlьş-kə kьknan jukənsə əktam ļiвə jukam kuɛəmkə ətьзda lьd vьlə, kodi** med **səmьn aвu nuļ, sek loə vьļ uravņeņņə, kodi şetəm uravņeņņəkəd ətvьna.**

85. Şļedstvijəjas. Uravņeņņə məd svojstvoьş poƶə petkədnь so kuɛəm kujim şļedstvijə:

1. Uravņeņņəsa вьd çļenlən-kə em ətuvja əktas, kodi aвu nuļ ьзda da kəni aвuəş tədtəm lьdjas, sijə ətuvja əktas vьlə uravņeņņəlьş stav çļensə poƶə juknь. Primer:

$$60x-160=340—40x$$

20 vьlə stav çļensə jukəm вəгьn loə prəstəjзьk uravņeņņə:

$$3x—8=17—2x$$

2. Uravņeņņəəs poƶə mьntədnь (освободить) droвa çļeņjasьş. Primer:

$$\frac{7x-3}{6}-\frac{x-5}{4}=\frac{43}{6}.$$

Uravņeņņəlьş stav çļen vajədam ətuvja znamenaţelə:

$$\frac{14x-6}{12}-\frac{3x-15}{12}=\frac{86}{12}, \text{ ļiвə: } \frac{14x-6-(3x-15)}{12}=\frac{86}{12}$$

Oвɛəj znamenaţeļ sьвitəmən mi uravņeņņəlьş kьknan pajsə əktam 12 vьlə (kodi aвu nuļ); loə vьļ uravņeņņə, ətvьna şetəm uravņeņņəkəd:

$$14x—6—(3x—15)=86 \text{ ļiвə } 14x—6—3x+15=86$$

3. Uravņeņņəsa stav çļeņjas voзьş pasjassə poƶə veƶlavnь proţivopoloƶnəj pasjas vьlə, tajə зik-ƶə seeəm, mьj uravņeņņəlьş

kьknan jukənsə əktьnь—1 vьlə. Naprimer, əktam-kə—1 vьlə—8—$-x^2=-7+5$ uravnennəlьş jukənjassə, sek loə: $8+x^2=7-2$.

86. Uravnennəlьş jukənjassə ətkod algebraiçeskəj vьrazennəjas vьlə əktəm da jukəm. Mukəd dьrji uravnennəsə preobrazujtəm mogьş sьlьş kьknan jukənsə kovmьvlə əktьnь libə juknь ətьsda algebraiçeskəj vьrazennə vьlə (vozə loan paragrafьn ta vьlə em primer). Artməm uravnennə loə vazkəd ətvьna səmьn sek, kor algebraiçeskəj vьrazennə, kod vьlə əktam libə jukam uravnennəlьş kьknan jukənsə, abu nul ьzda; nul ьzda-kə, uravnennəjaslən ətvьnalunьs (ravnoşilnoşt) vosə.

87. Bokəvəj (postoronnəj) korenjas. Uravnennəlьş kьknan jukənsə kovmьvlə əktьnь algebraiçeskəj vьrazennə vьlə, seki, kor mi resajtam uravnennə, kodlən eməş droba çlenjas, da znamenatelas pьrənь tədtəm çlenjas. Suam, mijanlь kolə resajtnь uravnennə:

$$\frac{x^2}{(x-2)^2}+\frac{2}{(x-2)^2}=\frac{1}{x-2}+\frac{2x+2}{(x-2)^2} \qquad (1)$$

Stav drobjaslь ətuvja znamenatelən loə $(x-2)^2$. Stav çlenjassə vajədam tajə znamenatelas:

$$\frac{x^2}{(x-2)^2}+\frac{2}{(x-2)^2}=\frac{x-2}{(x-2)^2}+\frac{2x+2}{(x-2)^2}$$

sьвьtam ətuvja znamenatel, mədnog-kə—stav çlensə əktam $(x-2)^2$ vьlə:

$$x^2+2=x-2+2x+2,$$

libə:

$$x^2+2=3x. \qquad (2)$$

Tajə uravnennələn kьk koren: 1 da 2. No mi ogə vermə sikəsunь, mьj tajə kьknan korenьs ladmənь (1) uravnennəə sь vəsna, mьj mi kьknan jukənsə sьlьş əktim $(x-2)^2$ vьrazennə vьlə, kodi $x=2$ dьrji pərə nulə, a nul vьlə boştigən uravnennəjaslən ətvьn (ravnoşilnoşt torkşə.

Ladmənь-ə (2) uravnennəьş şurəm korenjas 1 da 2 (1) uravnennəə, kovmas (1) uravnennəə x pьddi najəs puktaləmən vidlavnь: Koren $x=1$ (1) uravnennəə ladmə:

$$\frac{1^2}{(1-2)^2}+\frac{2}{(1-2)^2}=\frac{1}{1-2}+\frac{2\cdot1+2}{(1-2)^2},$$

$$\frac{1}{(-1)^2}+\frac{2}{(-1)^2}=\frac{1}{-1}+\frac{2+2}{(-1)^2},$$

$$1+2=-1+4, \text{ mədnog-kə } 3=3.$$

Məd koren $x=2$ (1) uravnennəə oz tuj sь vəsna, mьj $x=2$ dьrji uravnennə loə poztəm vida:

$$\frac{4}{0}+\frac{2}{0}=\frac{1}{0}+\frac{6}{0}$$

(nul vьlə juknь oz poz).

Siз-kə, kor şetəm uravnequəьn enıəş droвjas, kodjaslən znamenateljasas em tədtəm lьd, da kor najə znamenateljasьş mi mьntədçim, uravnequəlьş kьknan jukənsə əluvja znamenatel vьlə aktəmən,—sek artməm uravnequəьş şurəm korenjassə uravnequəas puktavləmən kolə ispьtajtnь, medьm tədmavnь aвu-ə korenjas pijьn вokəvəj korenjas.

Mədarə, uravnequəlьş kьknan jukənsə tədtəm lьda algeвraiçeskəj vьrazəqqə vьlə jukəmən vermam qekьmьn koreq voвtьnь.

Primer:

$$(2x+3)(x-3)=(3x-1)(x-3)$$

uravnequəlьş kьknan jukənsə $(x-3)$ vьlə jukam da loə vьl uravnequə:

$$2x+3=4x-1.$$

Tajə uravnequələn koreqьs $x=4$, a şetəm uravnequələn kьk koreq $x=4$ da $x=3$. Ta şerti loə, mьj şetəm da artməm uravnequəjas aвu ətvьnaəş.

II. ƏTI TƏDTƏMA URAVNEQQƏ.

88. Əti tədtəma pervoj ştepeqa uravnequəjas resitəm. Primerjas vьlьn petkədlam əti tədtəma pervoj ştepeqa uravnequəjas resitəm:

1. Resitnь uravnequə:

$$3x+2(4x-3)=5(x+2)-4.$$

Skoвkajas voştaləm вərьn loə:

$$3x+8x-6=5x+10-4$$

Vuзədam tədtəma çlenjasəs sujgavьlə, a tədana çlenjasəs veşkьdvьlə (viзəd uravnequə pervoj svojstvolьş şledstvijə):

$$3x+8x-5x=10-4+6$$

Vəçam podoвnəj çlenjasə vajədəm:

$$6x=12.$$

Uravnequəlьş kьknan jukənsə 6 vьlə jukam (uravnequə məd svojstvo şerti):

$$x=2.$$

Medьm tədmavnь, uravnequə resitigən egə-ə vəçəj kueəmkə əвьвka, kolə ***proveritnь***. Ta vьlə, şurəm koreqsə kolə puktьnь şetəm uravnequəə x pьddi da vəçnь uravnequəьn indəm stav dejst-

vijəjas. Uravnennə-kə sь вərьn pərə tozdestvoə, sek pozə вunь, mьj koren şurəma kolana. Mijan primerьn:

$$3 \cdot 2+2\,(4 \cdot 2-3)=5\,(2+2)-4,$$

mədnog-kə

$$16=16.$$

Uravnennə resitəma luçki.

2. Resitnь uravnennə:

$$\frac{3x-4}{2}+\frac{3x+2}{5}-x=\frac{7x-6}{6}-1.$$

Stav çlensə vajədam ətuvja znamenatelə, kodi=30:

$$\frac{15\,(3x-4)}{30}+\frac{6\,(3x+2)}{30}-\frac{30x}{30}=\frac{5(7x-6)}{30}-\frac{30}{30}.$$

Stav çlenjassə əktam 30 vьlə (mьntədçam znamenatelьş):

$$15\,(3x-4)+6\,(3x+2)-30x=5\,(7x-6)-30.$$

Voştam skoвkajas:

$$45x-60+18x+12-30x=35x-30-30.$$

Vuзədam tədtəm çlenjassə sujgavьlə, a tədanajassə veşkьdvьlə:

$$45x+18x-30x-35x=60-12-30-30.$$

Vəçam podoвnəj çlenjasə vajədəm:

$$-2x=-12.$$

Kьknan jukənsə jukam tədtəm вerdsa koeficient vьlə (pozə vəli voзvьv kьknan jukənsə voştnь—1 vьlə, med najə loinь polozitelnəjjas):

$$x=\frac{-12}{-2}=\frac{12}{2}=6.$$

Vəçam proveritəm:

$$\frac{3 \cdot 6-4}{2}+\frac{3 \cdot 6+2}{5}-6=\frac{7 \cdot 6-6}{6}-1;\; 7+4-6=6-1;\; 5=5.$$

Uravnennə resitəma luçki.

Vajədəm primerjasьş pozə petkədnь əti tədtəma pervoj ştepena uravnennəjasəs resitəm vьlə so kueəm pəradok:

1. Mьntədnь uravnennəəs droba çlenjasьş (vajədnь вьdsa vidə).
2. Voştьnь skoвkajas.
3. Tədtəma çlenjasəs vuзədnь əti jukənə, a tədanajassə—mədə.
4. Vəçnь podoвnəj çlenjassə vajədəm.
5. Uravnennəlьş kьknan jukənsə juknь tədtəm вerdsa koeficient vьlə.

Seşşa şurəm korenjassə pervonaçalnəj uravnennəjasə puktaləmən kolə resitəmsə proveritnь.

Gəgərvoanə, mьj uravɳeɳɳə şerţi mukəd dьrji oz kovmьvlь vəçnь tajə stav indəm vit operacijasə.

Indəd. Uravɳeɳɳə vьlьn ɳoļ pervoj operacijasə vəçəm вərьn вьd jukənьn koļə səmьn əţi çļenən: вujgavьlьn çļen, kьtçə pьrə tədtəma, a veşkьdvьlьn tədana çļen. Medвərja uravɳeɳɳə poʐə gizьnь taeəm formaən:

$$ax=ь,$$

kəni *a* da *ь* vermasnь lonь poloʐiţeļnəj da otricaţeļnəj lьdjasən, ļiвə veşig nuļ ьзdaən. Uravɳeɳɳələn taeəm vidьs вuşə əţi tədtəma pervoj şţepeɳa uravɳeɳɳə normaļnəj vidən.

UPRAƵƝEƝƝƏJAS.

Reвitnь so kueəm uravɳeɳɳəjas:

150. $2x+1=35$ $\quad 19=4+3y;$ $\quad 7y-11=24;$

151. $3x+23=104;$ $\quad 89=11y-10;$ $\quad 38=2+3x;$

152. $3x=15-2x;$ $\quad 4x-3=9-2x;$ $\quad 5x+\frac{1}{4}=3\frac{1}{2};$

153. $2{,}5x-0{,}86=4+0{,}7x;$ $\quad 29+2x=(x-7)\cdot 3;$

154. $x-7=\frac{3x+13}{20};$ $\quad -x=3;$ $\quad -2x=8;$

155. $\frac{2x+1}{2}=\frac{7x+5}{8};$ $\quad x+\frac{11-x}{3}=\frac{20-x}{2};$

156. $x+\frac{3x-9}{5}=11-\frac{15x-12}{3}.$

157. $3x-4-\frac{4(7x-9)}{15}=\frac{4}{5}\left(6+\frac{x-1}{3}\right).$

158. $2x-\frac{19-2x}{2}=\frac{2x-11}{2}.$

159. $\frac{x-1}{7}+\frac{23-x}{5}=2-\frac{4-x}{4}.$

89. Uravɳeɳɳə sostavitəm jьlьş gəgərvoəm. Uravɳeɳɳəjas otsəgən kokɳia poʐə reвajtnь seeəm zadaçajas, kodjasəs arifmeţiçeskəj nogən şəkьd, a mukəd dьrji зikəз on vermь. Medşa şəkьd tani sijə, kьз sostavitnь sijə uravɳeɳɳəsə, kodəs reвajtəmən medьm şuri zadaça şerţi kolana ətvet. Indьnь зik əţi sposoв uravɳeɳɳəjasəs sostavļajtəm vьlə ogə verməj, sь vəsna, mьj zadaçalən uslovijəjasьs ovlənь zev una şikas. Poʐə səmьn indьnь ɳekьmьn oввeəj prijomjas, kodjas kolənь şetəm zadaça şerţi uravɳeɳɳəjas sostavļajtnь.

Navьkjassə ʐə şetə səmьn prakţika.

Primer vьlьn petkədlam uravɳeɳɳə sostavļajtan oввeəj prijomjas.

Zadaça. 8kola ɳəвis kьz da vəsɳi ţetrad, stavsə 80 ţetrad. Kьz ţetrad sulalə 35 ur, a vəsɳi 4 ur. Unaə vəli ɳəвəma kьknan şikassə torjən, stavьs vьlə-kə vəli mьntəma 9 в. 40 ur.

1. T ə d m a l a m, k u e ə m ə ş t ə d t ə m v e l i ç i n a j a s p i ь ş p a s j ь n ь *x* - ə n.

Mijan zadaçaьn kьk tədtəm: kьz ţetradjaslən da vəsɳijaslən lьd. *x*-ən pasjam kьz ţetradjaslьş lьd. Stav ţetrad vəli ɳəвəma 80, sizkə vəsɳi ţetrad lьd vəli 80—*x*.

Kъz ţetradjaslən lьdьs x

Vəsņi „ „ $80-x$.

2. *x-ən da zadaçaьn şetəm lьdjas otsəgən maţemaţiçeski vьrazitam zadaçalьş stav uslovijəjassə.*

Mijan zadaçaьn viştaləma, mьj kъz ţetrad sulalə 35 ur, a vəsņi 4 ur. Ta şerţi, mi vermam juavnь, una-ə kovmis mьntьnь kъz da vəsņi ţetradjas vьlə (taз mi jualam sь vəsna, mьj zadaçaьn şetəma stav ţetradjaslьş don).

Stav kъz ţetradjas sulalənь $35x$

Stav vəsņi „ „ $4(80-x)$

Stav ţetradjasьs sulalənь 940 ur.

3. *Sostavitam uravņeņņə.*

Sь vəsna, mьj zadaçaьn stav ţetradjaslьş sulalan donsə indəma 9 s. 40 ur, to kъz ţetradjaslən donьs $35x$ da vəsņijaslən donьs $4(80-x)$ summaьn dolzenəş şetnь siз-zə 9 s. 40 ur.

$$35x+4(80-x)=940.$$

Tajə uravņeņņə resitəm bərţi loə $x=20$.

Uravņeņņəsə resitəm bərьn kolə vermьnь şetnь ətvet zadaçasa вьd vopros vьlə. Siз, mijan zadaçaьn juaşşə torjən, kьmьn vəli kъz ţetrad da kьmьn vəsņi. x-ən mi pasjim kъz ţetradjaslьş lьd. Siз-kə, kъz ţetrad vəli ņəвəma 20, a vəsņiьs $80-20=60$.

Indam, mьj zadaçaьn ovlə sьmьnda dannəj, mьjmьnda kolə uravņeņņə sostavļajtəm vьlə. Ta vəsna uravņeņņə vəçəm bərţi vek kolə visədlьnь, stav şetəm lьdjasьs-ə pьrisnь vəçəm uravņeņņəə.

UPRAŻŅEŅŅƏJAS.

160. Kьk lьdlən summa 2548. Əţi lьd mədьş 148-ən ьзьdзьk. Korşnь lьdjas.

161. Kujim sodtanlьdlən summa 100; məd sodtanlьd pervojjaşьs 10-ən ьзьdзьk, a kojmədьs mədşьs 20-ən ьзьdзьk. Korşnь tajə sodtanlьdjassə.

162. Vələn munьş vətçə poda bərşa. Podaьs 15 *km* sajьn voзьn. Вьd çasən vəla munə 10 *km*, a poda 4 *km*. Kьmьn ças mьşţi vəla vətədas podaəs?

163. Ətsoraləma kьk sort çaj da loəma 32 *kg*. Pervoj sortlən kilogramm vəli sulalə 8 s., a mədlən 6 s. 50 ur. Ətsoraləm çajlən kilogramm sulalə 7 s. 10 ur. Kьmьn kilogrammən вoştəma əţi da məd sortsə?

164. Velosipedist kueəmkə rasstojaņņə munis вьd çasьn 8 kilometrən. Sijəlь bər lokпьsə koli məd tujəd, kodi vəli 3 kilometrən kuzзьk pervojşьs, da kəţ sijə bər kosigas loktis вьd çasьn 9 km-ən, no loktəm vьlas kadьs muni $7^1/_2$ minutən unзьk. Kuzəş-ə vəlinь tajə tujjasьs?

90. **Sьpasa uravņeņņəjas.** Aвu kolana, medьm tədtəmьs vek pasjьşşis x sьpasən,—tədtəm vermas pasjьşşьnь kueəm kolə sьpasən. Primer vьlə вoştam formula:

$$s=\frac{1}{2}bh,$$

tajə petkədlə (s) plosead kujimpeļəsalьş, kodlən osnovaņņəьs b ļiņejnəj jediņica kuzta da вuзtaьs h sijə-zə jediņicajasən. Tajə for-

ÇITALNA №
Centr. Biвliotekalə

mulaьs em uravnennə, kəni s, b, h lьdjas pijьş вьdən vermas lonь tədtəm pьddi. Suam, şetəma taeəm zadaça: korşnь kujimpelәsalьş osnovannə, kor sьlən зuзta h linejnəj jedinicajas, a ploseaḍ s seeəm-zə kvadrata jedinicajas. Sek mijan formulaьn b loə tədtəm, a lьdjas s da h tədana. Dert, tədtəm osnovannə mi vermam pasjьnь x sьpasən da uravnennə giznь taз:

$$s=\frac{1}{2}hx,$$

kьtьş:

$$x=s:\frac{1}{2}h=2s:h=\frac{2s}{h}.$$

No pozə b-əs x vьlə veztəg $s=\frac{1}{2}bh$ uravnennəьş s da h şerti korşnь b:

$$s=\frac{1}{2}bh;\quad 2s=bh;\quad b=\frac{2s}{h}.$$

Kolə kuznь resajtnь ne səmьn seeəm lьda uravnennəjas, kəni şetəm lьdjasьs pasjəma lьdpasjasən, a tədtəmьs x-ən, no i kolə velavnь resajtnь sьpasjasa uravnennəjas, kəni şetəm lьdjasьs da tədtəmьs pasjəma kueəm kolə sьpasjasən.

Primerjas.

1) $a+bx=c;$
$bx=c-a$
$x=\frac{c-a}{b}$

2) $a(x-c)=b(x+d);$
$ax-ac=bx+bd;$
$ax-bx=bd+ac;$
$x(a-b)=bd+ac$
$x=\frac{bd+ac}{a-b}$

3) $\frac{y}{a}-y=b;$
$y-ay=ab;$
$y(1-a)=ab$
$y=\frac{ab}{1-a}$

4) $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}=1;$
$bx+ax=ab;$
$x(b+a)=ab;$
$x=\frac{ab}{b+a}.$

UPRAZNENNƏJAS.

165. $(a+x)(b+x)=(a-x)(b-x)$
166. $(x-a)(x+b)+c=(x+a)(x-b)$
167. $a+bx=4-3(a-x)$ uravnennəьş kolə korşnь x, kьз a-şan da b-şan zavişitəmən.
168: Trapecijalən q ploseaḍ, kodlən poduvtasьs b_1 da b_2, a зuзtaьs h, tədmaşşə $q=\frac{1}{2}(b_1+b_2)h$ formula şerti. Tatьş korşnь h.

III. PERVOJ ŞTEPENA URAVNENNƏJASLƏN ŞIŞTEMAJAS.

Kьk tədtəma kьk uravnennələn şiştema.

91. **Zadaça.** Opьt şerti tədənь, mьj ezьşьş da ьrgənьş 148 *kg* şlitok vaьn vostə $14\frac{2}{3}$ *kg* asşьs vessə. Siз-zə tədənь, mьj 21 *kg* ezьş

vaьn vostə 2 kg, a 9 кg ьrgən 1 кg. Tədmavnь, una-ə şlitokьn ezьş da una-ə ьrgən.

Suam, mьj şlitokьn ezьş x kg, a ьrgən y кg. Sek əti uravnennə loə:

$$x+y=148.$$

Məd uravnennə vəçşas so kьзi: 21 кg ezьş vaьn vostə asşьs vessə 2 кg, əti kg ezьş vostas $\frac{2}{21}$ kg; sek x кg vostasnь $\frac{2}{21}$ x кg. Ta nogən-zə, 9 kg ьrgən vaьn vostə asşьs vessə 1 кg, siз-kə 1 kg ьrgən vostas $\frac{1}{9}$ kg, a y кg vostasnь $\frac{1}{9}$ y kg. Ta şerti məd uravnennə loə: $\frac{2}{21}x+\frac{1}{9}y=14\frac{2}{3}$. Ta nogən mijan artmisnь kьk tədtəma kьk uravnennə:

$$x+y=148 \text{ da } \frac{2}{21}x+\frac{1}{9}y=14\frac{2}{3}=\frac{44}{3}.$$

Məd uravnennəsə drobjasьş mьntədçəmən pozə uproştitnь, ta vьlə stav drobjassə vajədam ətuvja znamenatelə:

$$\frac{6}{63}x+\frac{7}{63}y=\frac{924}{63}.$$

Əni kьknan jukənsə uravnennəlьş əktam 63 vьlə, mьj bərti artmas ətvьna uravnennə:

$$6x+7y=924.$$

Əni mijan loinь kьk uravnennə:

$$x+y=148 \text{ da } 6x+7y=924.$$

Mi vermam tajə kьk uravnennəsə resitnь nekьmьn sposobən. Pozə pervoj uravnennəьş x tədmavnь y şerti:

$$x=148-y.$$

Sь vəsna, mьj məd uravnennəьn x da y-ən pasjəma sijə-zə lьdjas, mьj i pervojьn, mi məd uravnennəə x pьddi vermam puktьnь raznoşt $148-y$:

$$6\,(148-y)+7y=924.$$

Loi əti tədtəma uravnennə. Resitam sijəs:

$$888-6y+7y=924; \quad y=924-888; \quad y=36.$$

Seki:

$$x=148-36=112.$$

Loi, mьj şlitokьn 112 кg ezьş da 36 кg ьrgən.

92. **Pervoj şţepeŋa kьk tədtəma uravŋeŋŋələn normaļnəj vid.** Boştam taɛəm kьk tədtəma uravŋeŋŋə:

$$2(2x+3y-5)=\frac{5}{8}(x+3)+\frac{3}{4}(y-4).$$

Medьm tajə uravŋeŋŋəsə uproştitnь, vəçam sьbn ŋekьmьn preoвrazovaŋŋəjas, kuɛəməs vəli indəma əţi tədtəma uravŋeŋŋə resitəm vьlə:

1) Voştam skoвkajas:

$$4x+6y-10=\frac{5}{8}x+\frac{15}{8}+\frac{3}{4}y-3.$$

2) Stav çļen **8** vьlə əktəmən mьntədçam znamenaţeļjasьş:

$$32x+48y-80=5x+15+6y-24.$$

3) Tədtəm çļenjasəs vuʒədam ətar jukənə, a tədsajasəs mədarə:

$$32x+48y-5x-6y=15-24+80.$$

4) Vəçam podoвnəj çļenjasə vajədəm.

$$27x+42y=71.$$

Siʒ-kə, şetəm uravŋeŋŋə indəm preoвrazovaŋŋəjas vəçəm вərьn loə seɛəm vida, koddьrji uravŋeŋŋə sujga jukənьn loə səmьn kьk çļen: əţiьs x tədtəma (pervoj şţepeŋьn); a mədьs y tədtəma (pervoj şţepeŋьn); uravŋeŋŋələn veşkьdvьv jukənьs səmьn əţi çļenьş, kəni tədtəmjas авuəş. x da y вerdsa koeficientjas vermasnь lonь ļiвə kьknanьs položiţeļnəj lьdjasən (kьʒ воştəma primerьn), ļiвə kьknanьs otricaţeļnəj lьdjasən (tajə pozə —**1** vьlə əktəmən вergədnь položiţeļnəj lьdjasə), ļiвə əţiьs položiţeļnəj, a mədьs otricaţeļnəj lьdən; veşkьdvьlьn sulalьş çļen vermas lonь položiţeļnəj lьdən (kьʒi tajə primerьn) ļiвə otricaţeļnəj lьdən, veşig i nuļən. x da y вerdsa koeficientjas a da b-ən, a tədsa çļen c-ən pasjəmən mi vermam kьk tədtəma pervoj şţepeŋa uravŋeŋŋə stavnas giznь taʒi:

$$ax+by=c.$$

Uravŋeŋŋələn taɛəm vidьs suşə pervoj şţepeŋa kьk tədtəma uravŋeŋŋə **normaļnəj vidən.**

93. **Kьk tədtəma əţi uravŋeŋŋələn ŋeopredeļonnoşţ.** Kьk tədtəma əţi uravŋeŋŋələn em pomtəm una koreŋ. Kor əţi tədtəmlь mi şetam kuɛəmkə proizvoļnəj lьd da sijəs puktam uravŋeŋŋəə, sek loə əţi tədtəma uravŋeŋŋə, kьtьş pozə korşnь sijə tədtəmsə. Pervoj tədtəmlь-kə naznaçitam kuɛəmkə məd lьd, sek mi voʒʒa moz-žə məd tədtəmlь korşam vьļ lьd da s. v. Ta nogən, mijan vermas lonь kəţ kьmьn goz reseŋŋə.

Suam, mijan şetəma zadaça: korşnь ətkuʒa вokjasa kujimpeļəsalьş вokjas, kor sьlən perimetr 40 *m*. Tajə kujimpeļəsalьş osnovaŋ-

ꞑəsə pasjam x-ən, a ʙoksə y ən; sek vermam giƶnь taєəm uravꞑeꞑꞑə:

$$x+2y=40.$$

Şetam x-lь kuєəmkə proizvoļnəj lьd, suam 10. Sek artmas: $10+2y=40$; $2y=40-10$; $2y=30$; $y=15$. Osnovaꞑꞑə-kə kujiinpeļəsalən loə 10 m kuƫa, sek ʙьd ʙok loə 15 m kuƫta. Əni x-lь şetam kuєəmkə məd lьd, suam 8. Sek: $2y=32$; $y=16$. Tatьş tьdalə, mьj vermas lonь kəţ kьmьn resitəm; siз-kə, uravꞑeꞑꞑə da zadaça ꞑeopredeļonnəjəş.

94. Uravꞑeꞑꞑəjasłən şişţema. Ləşədçəmaəş sunь, mьj ꞑekьmьn uravꞑeꞑꞑə oʙrazujtənь şişţema, kor tajə ʙьd uravꞑeꞑꞑəьn x, y.... sьpasjasən pasjəma ətьзda lьdjas.

Suam, kьk uravꞑeꞑꞑə vьlə-kə

$$\begin{cases} 2x-5=3y-2 \\ 8x-y=2y+21 \end{cases}$$

viзədnь siз, mьj x-ən pasjəma ətьзda lьd kьknan uravꞑeꞑꞑəьn, y-ən siз-ƶə kьknan uravꞑeꞑꞑəьn pasjəma ətьзda lьd,—sek tajə kьk uravꞑeꞑꞑəьs oʙrazujtənь şişţema.

Tajə ovlə vek seki, kor uravꞑeꞑꞑəjas vəçəma əţi zadaça uslovijəjasьş.

Pervoj şţepeꞑa kьk tədtəma kьk uravꞑeꞑꞑə şişţema resitəm petkədlam kьk sposoʙən.

95. Puktalan sposoʙ (способ подстановки). Tajə sposoʙən mi resitlim ezьş da ьrgən şļitok jьlьş zadaça.

Əni ʙoştam şəkьdзьk primer:

$$8x-5y=-16; \quad 10x+3y=17.$$

(kьknan uravꞑeꞑꞑəsə mi vajədim normaļnəj vidə).

Əţi uravꞑeꞑꞑəьş, suam pervoj uravꞑeꞑꞑəьş, tədmalam kuєəmkə tədtəməs, suam y, məd tədtəmьş zavişitəmən:

$$y=\frac{8x+16}{5}\text{[1]}$$

Sь vəsna, mьj məd uravꞑeꞑꞑəə kolə ləşavnь pervoj uravꞑeꞑꞑəsa ʙьd znaçeꞑꞑə, mi məd uravꞑeꞑꞑə y pьḑḑi puktam şurəm vьraƶeꞑꞑəsə, kod ʙərţi loə əţi tədtəma uravꞑeꞑꞑə:

$$10x+3\cdot\frac{8x+16}{5}=17.$$

Resitam tajə uravꞑeꞑꞑəsə:

---

[1]) Tajə formula vьvoḑitəm mogьş—$5y$ çļen mi vuзədim veşkьdvьlə, a—16 çļen sujgavьlə, kьknan jukənзə seşşa jukim 5 vьlə da uravꞑeꞑꞑə jukənjas veƶim mestajasən. Tajə preoʙrazovaꞑꞑəjassə vəçnь kolə giƶtəg prlvьkꞑitnь.

$$10x+\frac{24x+48}{5}=17;\quad 50x+24x+48=85;\quad x=\frac{1}{2}.$$

Sek:

$$y=\frac{8x+16}{5}=\frac{4+16}{5}=4.$$

Siз-zə kət kod uravnennəşьs mi vosvьv vermim tədmavnь x-əs y pьr da artməm vьrazennəsə puktьnь məd uravnennəə; sek eşkə loi y tədtəma uravnennə.

Tajə sposobьs torja-nin ləşьd seki, кor kueəmkə tədtəmlən koeficientьs 1 ьзda. Seki medşa-nin ləşьd məd tədtəm pьr tədmavnь sijə tədtəmsə (oz kovmь koeficient vьlə juknь).

***Primer*:**

$$\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 4x+y=22 \end{cases}$$

Məd uravnennəьş korşam: $y=22-4x$.
Seki pervoj uravnennəьs şetə:

$$3x-2(22-4x)=11;\quad 3x-44+8x=11;\quad 11x=44+11=55;$$

$$x=\frac{55}{11}=5;\quad y=22-4\cdot 5=2.$$

Pravilo. **Medьm kьk tədtəma kьk uravnennəjaslьş şiştema resitnь puktəm sposobən, seki koləkodkə uravnennəşьs tədmavnь əti tədtəmьslьş məd tədtəm pьrьs ьзdasə, artməm vьrazennəsə kolə puktьnь məd vьrazennəə; kod bərti loə əti tədtəma uravnennə. Sijəs resitəmən şurə sijə tədtəmьs. Şurəm ьзda puktьnь pervoj tədtəmlь vьveditəm vosзьk** vьrazennəə, **kodəs resitəmən şurə məd tədtəmlən ьзda.**

96. **Algebraiçeskəj sodtəm sposob.** Mijan-kə şetəma seeəm uravnennəjasьş şiştema (normalnəj vidə vajədəmən), kəni kьknanas kueəmkə tədtəm berdsa (naprimer y berdsa) koeficientjas ətьзdaəş. Suam, mijan şetəma şiştema:

$$\begin{cases} 7x-2y=27 \\ 5x+2y=33. \end{cases}$$

Tani y berdsa koeficientjas, kьз tьdalə, ətьзdaəş, a nalən pasjas mədaraəş. Mi tədam, nьj ətьзda lьdjas dinə-kə sodtam (libə naьş çintam) ətьзda lьdjas, artmasnь ətьзda lьdjas-zə. Tajə şerti, uravnennəjaslьş-kə mi sujgavьv jukənjassə məda-mədkəd sodtam (libə çintam), veşkьdvьv jukənjassə siз-zə, sek ravenstvo oz torkşь (tajə zenьda suənь tasi: uravnennəjasəs çlenjasən (почленно) pozə sodtavnь da çintavnь).

Tajə indəm bərьn, şetəm uravnennəjas sodtam; sek çlenjas $-2y$ da $+2y$ məda-mədsə вьrədasnь da mijan artmas əti x tədtəma uravnennə:

$$
\begin{array}{r}
7x-2y=27\\
5x+2y=33\\
\hline
12x\qquad=60,
\end{array}
\quad \text{kьtьş } x=5.
$$

Kodkə uravɳeɳɳəas-kə puktam x pьđđi sьlьş lьda ьзda 5, loə uravɳeɳɳə, kьtьş korşam y :

$$7\cdot5-2y=27;\quad 35-2y=27;\quad 35-27=2y;\quad 8=2y;\quad y=4.$$

Uravɳeɳɳəjasьn-kə вьrədan tədtəm voзьn vəlinь ətkođ koeficientjas da ətkođ pasjas, sek eşkə kovmis kodkə uravɳeɳɳəşьs вьđ çļen voзьş pasjas mədaravnь, sek eşkə sijə sluçajsə vajədim səmьn-na vidlaləm sluçajə.

Siз, kor şetəma şişţema:

$$\begin{cases}3x-5y=5\\3x+7y=32,\end{cases}$$

kəni tədtəm x voзьn kьknan uravɳeɳɳəas ətьзda koeficientjaslən pasjasьs ətkođəş, sek kodkə uravɳeɳɳəşьs, kəţ вuam pervojşьs, stav çļen voзьş pasjassə mədaralam (məd kьvjən-kə, uravɳeɳɳəlьş kьknan jukənsə əktam—1 vьlə) da seşşa uravɳeɳɳəjassə sodtam:[1])

$$
\begin{array}{r}
\left|\begin{array}{r}-3x+5y=-\ 8\\ 3x+7y=\ 32\end{array}\right.\\
\hline
\text{„}\quad 12y=\ 24,
\end{array}
\quad \text{kьtьş } y=2;
$$

$$3x+7\cdot2=32;\quad 3x=32-14;\quad 3x=18;\quad x=6.$$

Əni boştam şeєəm şişţema, kəni koeficientjasьs aвu ətьзdaəş:

$$\begin{cases}7x+6y=29\\-5x+8y=10\end{cases}$$

Mi vermam voзvьv kuєəmkə tədtəmlьş, вuam x-lьş, **koeficientjas uravɳajtnь**. Ta vьlə korşam 7 da 5-lьş kratnəj (вurзьk korşnь međiçət kratnəj) 35, вьđ uravɳeɳɳəlьş kьknan jukən əktam sodtəd əktas vьlə (kьз vəçənь droвjasəs ətuvja znamenaţeļə vajədigən):

$$\begin{cases}7x+6y=29 & (5\ \text{vьlə})\\-5x+8y=10 & (7\ \text{vьlə})\end{cases}\qquad\begin{cases}35x+30y=145\\-35x+56y=\ 70,\end{cases}$$

sek tajə sluçajьs vajədçə vozza sluçajə.

Pravilo. Medьm **kьk tədtəma kьk uravɳeɳɳəjaslьş şişţema resitnь algeвraiçeskəj sodtəm sposoвən, pervoj kolə uravɳajtnь şetəm uravɳeɳɳəjasьn kьk tədtəmjas pəvsьş əţi tədtəm вerdsa koe-**

---

[1]) Uravɳeɳɳəsa вьđ çļen voзьş mədaravnь pasjas da seşşa sijəs sodtьnь məd uravɳeɳɳə dinə loə sijə-žə, mьj çintьnь sijəs məd uravɳeɳɳəьş.

ficientjassə da, uravņeņņəjasьn-kə tajə tədtəmjas vozьn pasjasьs ətkoďəş, sek kodkə əţi uravņeņņəşьs вьd çjen vozьş pâsjassə mədaralənь, seşşa uravņeņņəjas sodtənь, mьj vəsna loə əţi tədtəma əţi uravņeņņə, kьtьş tədmalənь sijə tədtəmsə. Şurəm lьdsə kodkə əţi uravņeņņəas puktəm вərьn, seşşa korşənьi məd tədtəmsə.

97. Sьpasjasa koeficienta uravņeņņəjaslən şiştema. Mukəd dьrji kovlə resitnь seeəm uravņeņņə şiştema, kəni uravņeņņəjaslən koeficientjasьs sьpasjas. Suam, kolə resitnь şiştema:

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c'. \end{cases}$$

Tajə şiştema vermam mi resitnь vьlə indəm kəţ kod sposoвnas. Tajə sluçajьn loə kokņizьk primeņitnь algeвraiçeskəj sodtəm sposoв, mədnog-kə, vəçnь tazi: kodkə uravņeņņəşьs veznь pasjassə protivopoloznəj pasjas vьlə, əţi tədtəm vozşьs koeficientjassə uravņajtnь, kəţ suam y vozьş, da sodtьnь kьknan uravņeņņəsə:

$$\begin{array}{rl|l|l} ax+by=c & & b' & ab'x+bb'y=b'c \\ -a'x-b'y=-c' & & b & -a'bx-bb'y=-cb \\ \hline & & & (ab'-a'b)x \;=\; b'c-c'b, \end{array}$$

kьtьş adzam:

$$x=\frac{b'c-c'b}{ab'-a'b}.$$

Ta nogən-zə korşam y:

$$\begin{array}{rl|l|l} ax+by=c & & a' & aa'x+a'by=a'c \\ -a'x-b'y=-c' & & a & -aa'x-ab'y=-ac' \\ \hline & & & (a'b\;\;ab')y=a'c-ac', \end{array}$$

kьtьş:

$$y=\frac{a'c-ac'}{a'b-ab'}.$$

UPRAZŅEŅŅƏJAS.

Puktalan sposoвən resitnь so kueəm uravņeņņə şiştemajas:

169. $\begin{cases} y=2x-3 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x+y=3 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-5y=6 \\ x+4y=-15. \end{cases}$

Algeвraiçeskəj sodtəm sposoвən resitnь so kueəm şiştemajas:

170. $\begin{cases} 4x+7y=5 \\ -2x+5y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x+5y=20 \\ 2x-10y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x-8y=9 \\ 2x-2y=10. \end{cases}$

Resitnь tajə uravηeηηəjassə kuɛəmkə sposoвən:

171. $\begin{cases}(2x-1)(y+2)=(x-2)(2y+5)\\ 5x-2=2y+15.\end{cases}$

172. $\begin{cases}ax+ьy=c\\ y=mx\end{cases}$ $\begin{cases}x+a=my\\ y+ь=nx.\end{cases}$

173. Kьkaçļenlьş $y=ax+ь$ tədmavnь a da $ь$, kor 1) $y=-11$; $x=-2$
2) $y=1$; $x=2$

174. Ŋəвəma təvar 8 кg əţi şikas da 19 кg məd şikas. Stavьs vьlə mьntəma 16 s. 40 ur. Mədьş sijə-zə donən ŋəвəma pervoj şikas təvarsə 20 кg, a mədsə 16 кg. Mьntəma stavsə 28 s. 40 ur. Tədmavnь, una-ə sulalə вьd sortlən kilogramm təvar torjən?

175. Trest vuzalis 65 prəstəj da motora veloşipedjas. Stav vuzaləmьş sьlь vois 2980 s, priвьļ. Bьd əţi prəstəj veloşiped şetis 12% priвьļ, a motora 25%. Aslьs trestlь əţi prəstəj veloşiped sulalə 100 s., a motora 400 s. Kьmьn veloşiped vəli prəstəjьs da kьmьn motoraьs?

176. Kьk mesta kolastə kolə suvtədnь ţeļegraf şurjajas. Inzeŋer artalis, mьj stolвjas-kə kutasnь suvtədlьnь 50 m sajə məda-mədşaŋьs, da zavoditaninas da pomas ɛəɛ suvtədasnь, sek oz tьrmь 21 şurja; a pondasnь-kə suvtədlьnь 55 m kostən, sek oz tьrmь səmьn 1 şurja. Kьmьn şurja da ьlə-ə məda-mədşьs najəs kolə suvtədlьnь.

177. Kьk veşkьdpeļəsa kujimpeļəsalən gipoţenuzajasьs ətkodəş. Pervoj kujimpeļəsaьslən əţi kaţetьs 4 m zeŋьdzьk, a mədьs 8 m kuzьk məd kujimpeļəsaьn sootvetstvujtьş kaţetjasьş. Artavnь tajə kaţetjassə, kor tədam, mьj pervojьslən plosɛadьs 34 кv. m ьzьdzьk mədьs plosɛad şerti.

Kujim tədtəma kujim uravηeηηələn şişţema.

98. Pervoj şţepeŋa kujim tədtəma uravηeηηələn normaļnəj vid. Pervoj şţepeŋa kujim tədtəma uravηeηηəьn-kə x, y da z tədtəmjas vьlьn vəçam seɛəm-zə preoвrazovaŋŋəjas, kuɛəməs vəli indəma əţi da kьk tədtəma uravηeηηəjasьn, sek uravηeηηə voas **normaļnəj vidə**, kod dьrji sujgavьlьn loə səmьn 3 çļen: əţi x-sa, məd y-ka, kojməd z ta, a veşkьdvьlьn əţi çļen, kodi tədsı.

Seɛəmən loə so kuɛəm uravηeηηə:

$$5x-3y-4z=-12,$$

kodlən oвseəj (normaļnəj) vidьs:

$$ax+ьy+cz=d,$$

kəni a, $ь$, c, d kuɛəmkə şetəm otnoşiţeļnəj lьdjas.

99. Kujim tədtəma kьk da əţi uravηeηηələn ŋeopreɖeļonnoşţ. Suam, mijan şetəma kujim tədtəma kьk uravηeηηəjasьs şişţema:

$$5x-3y+z=2; \quad 2x+y-z=6.$$

Əţi kuɛəmkə tədtəmlь, suam, z-lь, naznaçitam proizvoļnəj lьd, suam 1, da sijəs puktam kьknan uravηeηηəə z pьɖɖi:

$$\begin{cases}5x-3y+1=2\\ 2x+y-1=6\end{cases} \quad \text{mədnog-kə:} \quad \begin{cases}5x-3y=1\\ 2x+y=7\end{cases}$$

Ta nogən mijan loi kьk tədtəma kьk uravneññəjaslən şiştema. Sijəs resitəm вərьn loə:

$$x=2,\ y=3;$$

siз-kə, tajə şiştemaə ladmənь korenjas: $x=2$, $y=3$, $z=1$. Tədtəm z-lь şetam kuєəmkə məd znaçeññə, suam $z=0$, da tajə znaçeññəsə puktalam uravneññəjasə:

$$5x-3y=2; \qquad 2x+y=6.$$

Mijan вara loi kьk tədtəma kьk uravneññəjaslən şiştema. Kuєəmkə sposoвən resitəm вərьn adзam:

$$x=\frac{20}{11}=1\frac{9}{11}, \quad y=2\frac{4}{11}.$$

Siз-kə, tajə şiştema udovletvoritçə seki, kor $x=1\frac{9}{11}, y=2\frac{4}{11}$, $z=0$. z-lь kə puktam kuєəmkə kojməd znaçeññə, mijan вara artmas kьk tədtəma kьk uravneññəjaslən şiştema, kьtьş şurənь x da y-lь vьl znaçeññəjas. Sь vəsna, mьj z-lь vermam puktavnь kьmьn kolə da kuєəm kolə znaçeññəjas, x da y-lən sь şerti vermas lonь siз-zə mьnda kolə da kuєəm kolə znaçeññəjas (kodjas sootvetstvujtənь z znaçeññəjaslь). Tatьş tьdalə, mьj kьk tədtəma kujim uravneññəjaslən şiştema şetə lьdtəm reseññə, məd kьlən-kə, taєəm şiştemaьs loə ñeopredelonnəj.

Nəsta-nin взьd ñeopredelonnoşt loə seki, kor mi boştam səmьn kujim tədtəma əti uravneññə. Sek kovmas kьk tədtəmlь puktavnь proizvolnəj lьdjas. Kojməd tədtəmsə adзam sijə uravneññəşьs, kor setçə kьk tədtəm pьddiьs puktalam proizvolnəja boştəm kьk tədtəmlь lьdjassə.

100. Kujim tədtəma kujim uravneññəjaslən şiştema. Medьm verman kujim tədtəmlь korşnь lьda znaçeññəjas, sь vьlə kolə kujim uravneññəlen şiştema. Seeəm şiştema pozə resitnь puktalan sposoвən, a siз-zə algeвraiçeskəj sodtəm sposoвən.

Petkədlam primer vьlьn, kьзi resitnь kьknan sposoвnas (вьd uravneññə voзvьv vajəđəma normalnəj vidə):

$$\begin{cases} 3x-2y+5z=7 \\ 7x+4y-8z=3 \\ 5x-3y-4z=-12 \end{cases}$$

101. Puktalan sposoв. Kuєəmkə uravneññəьş, suam pervojьş, korşam əti tədtəm, suam x, mukəd kьk tədtəm pьr pasjəmən:

$$x=\frac{7+2y-5z}{3}.$$

Sь vəsna, mьj вьd uravneññəьn x-ən pasjəma ətьsda lьd, mi vermam x-lьş şurəm vьrazeññəsə puktьnь x pьddi mukəd kьk uravneññəə:

$$7 \cdot \frac{7+2y-5z}{3} + 4y - 8z = 3.$$

$$5 \cdot \frac{7+2y-5z}{3} - 3y - 4z = 12.$$

Ta nogən mi voim kьk tədtəma (y da z) kьk uravņeņņəjas şişţemaə. Tajə şişţema kueəmkə sposoвən-kə resitam, loə $y=3$, $z=2$. Əni koļə səmьn x vajədan vьraƶeņņəə y da z pьddi puktavnь nalьş lьda ьзdajassə da artavnь:

$$x = \frac{7+2 \cdot 3-5 \cdot 2}{3} = 1.$$

Loi, mьj şetəm şişţemalən: $x=1$, $y=3$, $z=2$. (Poʒə prəveritnь).

102. Algeвraiçeskəj sodtəm sposoв. Kujim şetəm uravņeņņəьş voştam kueəməs-kə kьkəs, ʒuam pervojsə da mədsə. Naьn kueəmkə tədtəm, ʒuam, z şerţi ətmьndaalam koeficientjassə. Algeвraiçeskəj sodtəmən mьntədçam sijə tədtəmşьs. Loə kьk tədtəma (x da y) əţi uravņeņņə. Seşşa вara voştam kueəmkə kьk uravņeņņə kujim şetəm uravņeņņəjas pijьş, ʒuam pervojsə da kojmədsə (ļiвə mədsə da kojmədsə). Sijə-ʒə sposoвən mьntədçam sijə tədtəmьş, z ьş. Вara loə x da y tədtəma əţi uravņeņņə:

$$\begin{array}{ll|l} 1) & 3x-2y+5z=7 \quad (8 \text{ vьlə}) & 24x-16y+40z=56 \\ 2) & 7x+4y-8z=3 \quad (5 \text{ vьlə}) & 35x+20y-40z=15 \\ \hline & & 59x+4y \qquad =71. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll|l} 1) & 3x-2y+5z=7 \quad (4 \text{ vьlə}) & 12x-8y+20z=28 \\ 3) & 5x-3y-4z=-12 \quad (5 \text{ vьlə}) & 25x-15y-20z=-60 \\ \hline & & 37x-23y \qquad =-32 \end{array}$$

Artməm kьk uravņeņņəəs resitəm вərьn loə: $x=1$, $y=3$. Puktalam tajə lьdjas kueəmkə əţi uravņeņņəə, kəţ pervojas:

$$3 \cdot 1-2 \cdot 3+5z=7; \qquad 5z=7-3+6=10; \; z=2.$$

Indəd. Tajə-ʒə kьk sposoвnas mi vermam ņoļ tədtəma ņoļ uravņeņņəjaslьş şişţema vajədnь kujim tədtəma kujim uravņeņņəjas şişţemaə (a tajə şişţema kьk tədtəma kьk uravņeņņəjas şişţemaə da s. v.). Mədnog-kə ʒunь, m tədtəma m uravņeņņəjaslьş şişţema vermam vajədnь $m-1$ tədtəma $m-1$ uravņeņņəjas şişţemaə, a tajə şişţema $m-2$ tədtəma $m-2$ uravņeņņəjas şişţemaə da s. v.

UPRAƷŅEŅŅƏJAS.

178. $\begin{cases} 4x-3y+2z=9 \\ 2x+5y-3z=4 \\ 5x+6y-2z=18 \end{cases}$

179. $\begin{cases} 2x+5y-3z-6\frac{1}{4}=0 \\ 5x-6y+2z=12 \\ 5z=42\frac{1}{4}-7x+y \end{cases}$

180. $\begin{cases} 3x-y+z=17 \\ 5x+3y-2z=10 \\ 7x+4y-5z=3 \end{cases}$

181. $\begin{cases} \frac{x+3y}{5x+6z}=\frac{7}{9} \\ \frac{3y+4z}{x+2y}=\frac{8}{7} \\ x+y+z=128 \end{cases}$

Uravņeņņə şişţemajaslən ņekьmьn torja sluçajjas.

103. **Sluçaj, kor oz stav tədtəmьs pьrnь вьd şetəm uravņeņņəə.** Primer:

$$\begin{cases} 10x-y+3z=5 \\ 4v-5x=6 \\ 2y+3z=6 \\ 3y+2v=4 \end{cases}$$

Taɛəm sluçajьn şişţema resajtçə ədjəзьk oвьknovennəj dorьş, sь vəsna, mьj ņekьmьn uravņeņņəьn kuɛəmşurə tədtəmjas aвuəş, kьз зьdţə nььş mьntəlçəmь-ņin. Kolə səmьn gəgərvonь, kuɛəm tədtəmjasьş da kuɛəm uravņeņņəjasьş mьntədçьnь, med ədjəзьk vonь əţi tədtəma əţi uravņeņņəə. Mijan primerьn вurзьk pervoj da kojməd uravņeņņəьn mьntədçьnь z-ьş, mədьn da ņoļədьn v-ьş. Sek loə x da y-ka kьk uravņeņņə:

$$\begin{array}{r} 10x-y+3z=5 \\ -2y-3z=-6 \\ \hline 10x-3y=-1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4v-5x=6 \\ -4v-6y=-8 \\ \hline -5x-6y=-2. \end{array}$$

Tajə uravņeņņəjas resitam da şurə: $x=0$; $y=\frac{1}{3}$.

Əni tajə ьdjas puktam məd da kojməd uravņeņņəjasə; sek loə:

$$v=\frac{3}{2};\quad z=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$$

104. **Sluçaj, kor tədtəmjas pьrənь səmьn droвjas moz:** $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ ....

Suam, şetəma so kuɛəm şişţema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=\frac{7}{6} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=-\frac{5}{6} \\ \frac{1}{y}-\frac{1}{x}-\frac{1}{z}=\frac{1}{6} \end{cases}$$

Tajə şişţemasə medşa kokņi resitnь otsaşьş tədtəmjas pьrtəmən. Suam, mьj $\frac{1}{x}=x'$; $\frac{1}{y}=y'$; $\frac{1}{z}=z'$. Seki mijan loə x', y', z', tədtəmjasa şişţema:

$$\left\{\begin{array}{l} x'+y'-z'=\frac{7}{6} \\ x'-y'-z'=-\frac{5}{6} \\ y'-x'-z'=\frac{1}{6}. \end{array}\right.$$

Tajə şiştema resitəmən şurə:

$$x'=\frac{1}{2},\ y'=1,\ z'=\frac{1}{3},$$

mədnog-kə:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2},\ \frac{1}{y}=1,\ \frac{1}{z}=\frac{1}{3}.$$

Tatьş adзam:

$$x=2,\ y=1,\ z=3.$$

Boştam nəsta məd primer:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{x}+\frac{2}{y}-\frac{4}{z}=-13 \\ \frac{6}{x}-\frac{3}{y}-\frac{1}{z}=5\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{x}+\frac{7}{y}+\frac{2}{z}=3\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Droвjasəs $\frac{3}{x}$, $\frac{2}{y}$ da s. v. pozə vidlavnь, kьз proizvedeŋŋəjasəs: $3\cdot\frac{1}{x}$, $2\cdot\frac{1}{y}$ da s. v. Ta vəsna, вoştam-kə $\frac{1}{x}=x'$, $\frac{1}{y}=y'$, $\frac{1}{z}=z'$, şiştema loə taeəm:

$$\left\{\begin{array}{l} 3x'+2y'-4z'=-13. \\ 6x'-3y'-z'=5\frac{1}{2} \\ -5x'+7y'+2z'=3\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Tajə uravŋeŋŋəjasьş adзam:

$$x'=2,\ y'=\frac{1}{2},\ z'=5,$$

siз kə:

$$\frac{1}{x}=2,\ \frac{1}{y}=\frac{1}{2},\ \frac{1}{z}=5,$$

kьtьş:

$$x=\frac{1}{2},\ y=2,\ z=\frac{1}{5}.$$

105. Sluçaj, kor вurзьk stav şetəm uravŋeŋŋəjassə sodtьпь. Suam, em şiştema:

$$\begin{cases} x+y=a \\ y+z=b \\ x+z=c \end{cases}$$

Stav k⸱jim uravꞑeꞑꞑəsə sodtam da adзam.

$$2(x+y+z)=a+b+c;$$

$$x+y+z=\frac{a+b+c}{2}$$

Bərja uravꞑeꞑꞑəьş stav şetəmsə çintəmən loə:

$$z=\frac{a+b+c}{2}-a;\quad x=\frac{a+b+c}{2}-b;\quad y=\frac{a+b+c}{2}-c.$$

UPRAŽꞐEꞐꞐƏJAS.

182. $\begin{cases} 3x+5y=74 \\ 7x+22=66 \\ 2y+z=25 \end{cases}$

183. $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{5}{y}=1 \\ \frac{30}{x}+\frac{31}{y}=6 \end{cases}$

184. $\begin{cases} 4x-3z+u=10 \\ 5y+z-4u=1 \\ 3y+u=17 \\ x+2y+3u=25 \end{cases}$

185. $\begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{3}{y}-\frac{4}{z}=\frac{1}{12} \\ \frac{3}{x}-\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=\frac{19}{24} \\ \frac{4}{x}-\frac{5}{y}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2} \end{cases}$

186. Ꞡьзiзьk medşa kokꞑi resajtnь taɛəm şiştɛmasə:

$$\begin{cases} x+y+z=29\frac{1}{4} \\ x+y-z=18\frac{1}{4} \\ x-y+z=13\frac{3}{4} \end{cases}$$

187. Kujim ꞑəʙaşьş ꞑəʙisnь kofe, saxar, çaj. Əţi ꞑəʙis 8 kg kofe, 10 kg saxar, 9 kg çaj da mьntis 35 sajt; məd ꞑəʙis 4 kg kofe, 15 kg saxar, 5 kg çaj da mьntis 40 sajt, kojməd 12 kg kofe, 20 kg saxar, 10 kg çaj da mьntis 82 s. 50 ur. Unaə sulalis kg kofe, saxar da çaj?

188. Em 3 kusək splav, najə sostoitənь zarꞑiьş, ezьşьş da ьrgənьş. Tajə kusəkjasьn:

1) 5 paj zarni, 6 paj ezьş, 8 paj ьrgən;
2) 3 „ „ 5 „ „ 7 „ „
3) 7 „ „ 13 „ „ 18 „ „

Ꞡьmьn kilogrammən kolə ʙoştnь ʙьd kusəkьş, med loə seɛəm splav, kəni medьm vəli 79 kg zarꞑ', 118 kg ezьş da 162 kg ьrgən?

Istorijaьş tədmədjas.

Uravnennəjas vəlinь-nin zev vazən, jegiptanalən. 2000 vo sajьn mijan eraəз A x m e s ə n gizəm papirusьn eməş pervoj ştepena əti tədtəma uravnennəjas, tədtəmsə sek vəli pasjənь кьlən „xau", mьj loə „kuça" (çukər).

Greçeskəj matematik Ḓ i o f a n t l ь ş (mijan erasa IV nemьn) mi adзam вьdşama noga uravnennəjas; na kostьn nекьmьn tədtəma uravnennəjas. Ḓiofant oz-na indь овsеəj sposовjas uravnennəjas resitəm vьlə.

N j u t o n şetə nекьmьn sposов uravnennəjas resitəm vьlə, na pəvsьn i puktalan sposов.

Uravnennəjasən jona zanimajtçьlisnь araвskəj uçonəjjas. Uravnennəjas resitigən najə pəlzujtçьlisnь uravnennəsa кьknan jukən dinə ətkod çlenjas sodtaləmən da naьş ətkod çlenjasəs çintaləmən. Pervoj dejstvijə najə vəli sиənь „vosstanovlenijə", araвskəj кьlən „a l g e в r e"; məd dejstvijə—„protivopolozenije", araвskəj кьlən „almukaвalan". Tajə pervoj araвskəj кьvşьs i çuzis „algeвra" nimьs.

VITƏD JUKƏD.

KVADRATNƏJ KOREŅ PERJƏM.

I. KOREŅJASLƏN OSNOVNƏJ SVOJSTVOJAS.

106. Koreņ **opredeļitəm.** Məd ştepeņa (ļibə kvadratnəj) koreņən *a* lьdьş loə seeəm lьd, kodlən kvadratьs *a* ьэda. Siз, 49-ьş kvadratnəj koreņən loə 7, a siз-ƶə-i —7 sь vəsna, mьj $7^2=49$ da $(-7)^2=49$. Kojməd ştepeņa (kuвiçeskəj) koreņən *a* lьdьş loə seeəm lьd, kodlən kuвьs *a* ьэda. —125-ьş kuвiçeskəj koreņən loə—5 sь vəsna, mьj $(-5)^3=(-5)(-5)(-5)=-125$.

Mədnogən-kə: *a* **lьdьş** *n*-**əd ştepeņa koreņən loə seeəm lьd, kodlən** *n* **əd ştepeņьs** *a* **ьэda.**

n lьd, kodi petkədlə koreņlьş ştepeņsə, suşə **koreņ petkədlьşən.**

Koreņ pasjьşşə $\sqrt{}$ pasən (radikal pas, mədnog-kə, koreņ pas). Sijə gorizontaļa viƶ ulə giƶənь lьd, kьtьş korşənь koreņ (koreņ uvsa lьd), a vьlə, vom kod veştas, puktənь koreņ petkədlьşsə. Siз:

27-ьş kuвiçnəj koreņ pasjьşşə . . . . $\sqrt[3]{27}$;

32-ьş 4-əd ştepeņa koreņ pasjьşşə . . . . $\sqrt[4]{32}$

Kvadratnəj koreņlьş petkədlьşsə oz ģiƶnь; $\sqrt[2]{16}$ pьddi giƶənь $\sqrt{16}$.

Ɖejstvijə, kod otsəgən **korşənь koreņ, suşə koreņ perjəmən;** sijə ştepeņə leptəmlь mədara (обратное) ɖejstvijə, taзisə sь vəsna, mьj tajə ɖejstvijəən korşşə sijə, kodəs setəma ştepeņə leptigən (ştepeņ osnovaņņə), a şetəma sijə, kodi ştepeņə leptigən korşşə (açьs ştepeņьs). Ta şerţi koreņ perjəm vermam prəveritnь ştepeņə leptəmən.

Suam, prəveritnь ravenstvo $\sqrt[3]{125}=5$, səmьn kolə 5 leptьnь kuвə: loə-kə koreņ uvsa lьd, sek koreņ perjəm vəçəma ļuçki.

107. **Arifmeţiçeskəj koreņ.** Koreņ suşə arifmeţiçeskəjən seki, kor sijə perjьşşə poloƶiţeļnəj lьdьş da açьs poloƶiţeļnəj lьd. 49-ьş koreņ 7 loə arifmeţiçeskəj koreņən, a seki kor lьd—7, kodi siз-ƶə 49-ьş koreņ, arifmeţiçeskəj koreņən sunь oz poz.

Petkədlam arifmeţiçeskəj koreņlьş kьk svojstvo:

a) Suam, kolə korşnь arifmeţiçeskəj koreņ $\sqrt{49}$. Sijə loə 7 sь vəsna, mьj $7^2 = 49$. A oz-ə poz korşnь kuɛəmkə məd poloziţeļnəj lьd x, kodi medьm vəli siʒ-zə $\sqrt{49}$? Suam, taɛəm lьdьs em, sek sьlь kolə lonь 7-ьs içətʒьkən libə 7-ьş ьʒьdʒьkən. Dopuşţitam-kə, mьj $x < 7$, sek $x^2 < 49$ (əktanlьdəs da əktьşlьdəs içətmədəmьş proizvedeņņə içətmə); dopuşţitam-kə, mьj $x > 7$, sek $x^2 > 49$. Tatьş petə, mьj ņekuɛəm 7-ьş içətʒьk ņi 7-ьş ьʒьdʒьk poloziţeļnəj lьd oz vermь lonь $\sqrt{49}$. Siʒ-kə, **şetəm lьdьş şetəm şţepeņa arifmeţiçeskəj koreņ vermə lonь səmьn əţik.**

Məd zakļuçeņņəə eşkə voim, şorņitim-kə eg poloziţeļnəj znaçeņņəa koreņ jьlьs, a kuɛəmkə jьlьs; suam, $\sqrt{49}$ ravņajtçə 7 da —7 (sь vəsna i $7^2 = 49$ da $(-7)^2 = 49$).

ʙ) Boştam məda-mədьskəd ņeətkod kьk poloziţeļnəj lьd, suam, 49 da 64. Tatьş petə, mьj $49 < 64$; siʒ-kə, mi vermam sunь, mьj $\sqrt{49} < \sqrt{64}$ (səmьn-kə $\sqrt{\ }$ pasən kutam pasjьnь arifmeţiçeskəj kvadratnəj koreņ). Zʙьļьş: $7 < 8$. Ta nogən-zə, $64 < 125$ şerti, vermam sunь, mьj $\sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{125}$. Zʙьļьş: $\sqrt[3]{64} = 4$, a $\sqrt[3]{125} = 5$; $4 < 5$. Siʒ-kə:

Içətʒьk poloziţeļnəj lьdlь sootvetstvujtə içətʒьk arifmeţiçeskəj koreņ (sijə-zə şţepeņa).

108. Algeʙraiçeskəj koreņ. Koreņ loə **algeʙraiçeskəjən** seki, kor sijə perjьşşə oz poloziţeļnəj lьdьş da i kəţ açьs aʙu poloziţeļnəj lьd. Siʒ-kə, kor $\sqrt[n]{a}$ vьrazeņņəən indьşşə n əd şţepeņa algeʙraiçeskəj koreņ, sijə loə, mьj a vermas lonь poloziţeļnəj da otricaţeļnəj lьdən daj açьs koreņьs siʒ-zə vermas lonь poloziţeļnəjən da otricaţeļnəjən.

Petkədlam algeʙraiçeskəj koreņlьş ņoļ svojstvo:

a) **Poloziţeļnəj lьdьş ņeçotnəj şţepeņa koreņ loə poloziţeļnəj lьd.**

Siʒ, $\sqrt[3]{8}$ kolə lonь poloziţeļnəj lьdən (loə 2) sь vəsna, mьj otricaţeļnəj lьd, kor sijə leptьşşə ņeçotnəj şţepeņə, şetə otricaţeļnəj lьd.

ʙ) **Otricaţeļnəj lьdьş ņeçotnəj şţepeņa koreņ loə otricaţeļnəj lьd.**

Siʒ, $\sqrt[3]{-8}$ kolə lonь otricaţeļnəj lьdən (loə —2) sь vəsna, mьj poloziţeļnəj lьd, kəţ med kuɛəm şţepeņə oz leptьşşь, vek şetə poloziţeļnəj lьd, a oz otricaţeļnəjəs.

v) **Poloziţeļnəj lьdьş çotnəj şţepeņa koreņlən kьk znaçeņņə, kodjəs aʙsoļutnəj ьʒdaən ətьʒdaəş, a pasjasən mədaraəş.**

Siʒ, $\sqrt{+4} = +2$ da $\sqrt{+4} = -2$ sь vəsna, mьj $(+2)^2 = +4$ da $(-2)^2 = +4$; siʒ-zə $\sqrt[4]{+81} = +3$ da $\sqrt[4]{+81} = -3$ sь vəsna, mьj şţepeņjas $(+3)^4$ da $(-3)^4$ ravnəjəş əţi +81 lьdlь.

Koreņlь$ kьka znaçeņņəsə pasjənь koreņ absolutnəj ьзda vozə kьk pas puktəmən; gizənь tasi:

$$\sqrt{4}=\pm 2; \qquad \sqrt{a^2}=\pm a; \qquad \sqrt{9x^4}=\pm 3x^2.$$

g) **Otricaţeļnəj lьdь$ çotnəj ştepeņa koreņ oz vermь lonь ņekueəm lьdən—ņi poloziţeļnəjən, ņi otricaţeļnəjən** sь vəsna, mьj poloziţeļnəj **da** otricaţeļnəj lьdjas çotnəj ştepeņə leptigən vek şetənь poloziţeļnəj lьd, a ņekor oz otricaţeļnəjəs. Naprimer, $\sqrt{-9}$ oz ravņajtçь ņi $+3$, ņi -3, voobşeе oz lo ņekueəm lьd.

Otricaţeļnəj lьdь$ çotnəj ştepeņa koreņ suənь **mņiməj lьdən**; otnoşiţeļnəj lьdjasьs suşənь **veşeestvennəj** ļibə **dejstviţeļnəj** lьdjasən.

UPRAŽŅEŅŅƏJAS.

Mьjə ravņajtçənь tajə vьrazeņņəjasьs.

161. $\sqrt{100}$ $\sqrt{0{,}01}$ $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\sqrt{\frac{9}{16}}$ $\sqrt{a^2}$ $\sqrt{x^2}$

162. $(\sqrt{5})^2$ $(\sqrt[3]{27})^3$ $(\sqrt[5]{a})^5$ $(\sqrt{1+x})^2$

163. $\sqrt[3]{+27}$ $\sqrt[3]{-27}$ $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ $\sqrt[3]{-0{,}001}$

164. $\sqrt[4]{16}$ $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ $\sqrt[4]{81}$ $\sqrt{-4}$ $\sqrt{-a^2}$ $\sqrt[4]{-16}$

109. Proizvedeņņəь$, ştepeņь$ da drobь$ koreņ perjəm. a) Suəm, kolə perjьnь kvadratnəj koreņ abc proizvedeņņəь$. Kvadratə-kə kolə leptьnь proizvedeņņə, kьз mi adзьlim (46 §), poząə kvadratə leptьnь bьd əktas torjən. Sь vəsna, mьj koreņ perjəm mədara dejstvijə ştepeņə leptəmlь, kolə tədnь, mьj proizvedeņņəь$ koreņ perjigən sijəs kolə perjьnь bьd əktasь$ torjən; gizəmən-kə:

$$\sqrt{abc}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}.$$

Medьm petkədlьnь, mьj tajə ravenstvo ļuçki, sek kvadratə leptam sьlь$ veşkьdvьv jukənsə (proizvedeņņə ştepeņə leptan pravilo şerti):

$$(\sqrt{a}\ \sqrt{b}\ \sqrt{c})^2=(\sqrt{a})^2\ (\sqrt{b})^2\ (\sqrt{c})^2.$$

No koreņ korşəm şerti:

$$(\sqrt{a})^2=a;\ (\sqrt{b})^2=b;\ (\sqrt{c})^2=c.$$

Sis-kə,

$$(\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ \sqrt{c})^2=abc.$$

$\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$ proizvedeŋŋələn-kə kvadrat$=abc$, sek loə, mьj tajə proizvedeŋŋə abc-ьş kvadrata koreŋ. Ta nogən:

$$\sqrt[3]{abc}=\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c},$$

Sь vəsna, mьj: $(\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c})^3=(\sqrt[3]{a})^3(\sqrt[3]{b})^3(\sqrt[3]{c})^3=abc.$

Siз-kə, **medьm proizvedeŋŋəьş perjьnь koreŋ, sek sijəs kolə perjьnь вьd əktasьş torjən.**

в) Proveritəmən pozə kokŋia adзьnь, mьj tajə ravenstvojasьs vernəjəş:

$\sqrt{a^4}=a^2$, sь vəsna mьj $(a^2)^2=a^4$

$\sqrt[3]{x^{12}}=x^4$, „ „ „ $(x^4)^3=x^{12}$ da s. v.

Siз-kə, **medьm ştepeŋьş perjьnь koreŋ, kor ştepeŋ petkədlьşьs jukşə koreŋ petkədlьş vьlə, sek ştepeŋ petkədlьşsə kolə juknь koreŋ petkədlьş vьlə:**

v) Vernəjəş-zə loənь i tajə ravenstvojasьs:

$$\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}, \quad \text{sь vəsna mьj} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3^2}{4^2}=\frac{9}{16},$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{2}{3}, \quad „ \quad „ \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27};$$

Mədnogən-kə gizнь:

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

Siз-kə, **medьm drobьş perjьnь koreŋ, sek sijəs kolə perjьnь çişliţeļьş da znamenaţeļьş torjən.**

Indam, mьj tajə iştinajasas şorŋi munə səmьn arifmeţiçeskəj korenjas jьlьş.

Primerjas.

1. $\sqrt{9a^4b^6}=\sqrt{9}\sqrt{a^4}\sqrt{b^6}=3a^2b^3;$

2. $\sqrt[3]{125a^6x^9}=\sqrt[3]{125}\sqrt[3]{a^6}\sqrt[3]{x^9}=5a^2x^3.$

Indəd. Kor korşan koreŋ em ç o t n ə j ştepeŋa da tədçə **algeвraiçeskəj**, sek artməm rezuļtat vozə kolə puktьnь kьk pəvsa pas $\pm$. Siз,

$$\sqrt{9x^4}=\pm 3x^2.$$

165. $\sqrt{4\cdot 9}$ $\sqrt{\frac{1}{4}\cdot 0{,}01\cdot 25}$ $\sqrt{4a^2b^2}$ $\sqrt{9a^2x^2y^4}$

166. $\sqrt[3]{-27a^3b^3}$ $\sqrt[4]{\frac{1}{16}a^8x^4}$ $\sqrt[5]{abc}$

167. $\sqrt{a^4}$ $\sqrt{2^4}$ $\sqrt{x^6}$ $\sqrt{(a+b)^6}$

168. $\sqrt[3]{2^6}$ $\sqrt[3]{-a^6}$ $\sqrt[3]{x^9}$ $\sqrt[3]{(m+n)^6}$

169. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ $\sqrt[3]{-\frac{27}{1\,000}}$ $\sqrt[3]{\frac{a^6}{b^3}}$ $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}$ $\sqrt{\frac{x}{y}}$

170. $\sqrt{25a^6b^2c^4}$ $\sqrt{0{,}36x^4y^2}$ $\sqrt{\frac{1}{4}(b+c)^6x^4}$

II. LЬDJASЬŞ KVADRATNƏJ KOREŅ PERJƏM.

110. Predvariţeļnəj indədjas. a) Tajə glavaʙn şorņi ʒeņdədəm mogьş „kvadratnəj koreņ“ pьđđi kutam sunь prəsta „koreņ“.

ʙ) Naturaļnəj rada lьdjasəs-kə 1, 2, 3, 4...... leptam kvadratə, sek artmas so kueəm taʙļica kvadratjaslən:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144.....

Tьđalə, mьj em zev una ʙьdsa lьd, kodjas tajə taʙļicaə oz pьrnь; seeəm lьdjasьş đert ʙьdsa koreņ perjьnь oz poʒ. Ta vəsna, kor kolə ʙьdsa lьdьş perjьnь koreņ, suam kolə korşnь $\sqrt{4082}$, sek ləşədçam tajə gəgərvonь taʒ: 4082-ьş perjьnь, poʒə-kə, ʙьdsa koreņ; ʙьdsa-kə oz poʒ, sek kolə korşnь **medьʒьd** ʙьdsa lьd, kodlən medьm kvadratьs təris 4082-ə (seeəm lьdən loə 63 sь vəsna, mьj $63^2 = 3969$, a $64^2 = 4096$).

v) Şetəm lьd-kə 100-ьş içətsьk, sek koreņsə korşənь əktan taʙļica şerţi.

111. 100-ьş ьʒьdʒьk, a 10000-ьş içətsьk ʙьdsa lьdьş koreņ perjəm. Suam, kolə korşnь $\sqrt{4082}$. Sь vəsna, mьj tajə lьdьs 10000-ьş içətsьk, sь vəsna koreņ loə 100-ьş içətsьk.

Mədarşaņ, tajə lьdьs 100-ьş ьʒьdʒьk; siʒ-kə koreņ loə 10-ьş ьʒьdʒьk (ļiʙə=10). No ʙьd lьdьn, kodi 10-ьş ьʒьdʒьk (ļiʙə=10), a 100-ьş içətsьk, sek sьlən kьk lьdpas; siʒ-kə, korşan koreņ loə summa

dasjas+jediņicajas,

a vəsna sьlən kvadratьs kolə ravņajtçьnь summaļь:

(dasjas)^2 + 2 (dasjas) · (jediņicajas)+(jediņicajas)^2.

Tajə summa kolə lonь medьзьd kvədratən, kodi vermə pьrnь 4082-ə. Sь vəsna, mьj (dasjas)^2 şetənь şojas, dasjaslьş kvadrat kolə korşnь indəm lьd şo asьş. Indəm lьdьn şojas 40 (şojaslьş lьd korşam veşkьdvьvşaņ kьk lьdpas zapjatajaən torjədəmən). No 40-ьn nekьmьn вьdsa kvadratjas: 36, 25, 16... da mukəd. Boştam na kostьş medьзьdəs, 36, da suam, mьj koreņsa dasjaslən kvadrat stəç tajə medьзьd kvadrat ьзda. Sek koreņьn loə 6 das. Əni prəveritam, mьj tajə vek kolə lonь tɪзi, mьj **koreņsa dasjaslən lьd loə koreņ uvsa lьd şojasьş perjəm medьзьd вьdsa koreņ ьзda.** Zвьļьş-əd, mijan primerьn koreņlən dasjas lьd oz vermь lonь 6-ьş ьзьdзьk sь vəsna, mьj (7 das)^2 = 49 şo, tajə 4082-ьş ьзьdзьk-ņin. No, mədarə, sijə oz vermь lonь 6-ьş içətзьk sь vəsna, mьj 5 das (jediņicajasən) 6 dasьş ecaзьk, kor-ņin (6 das)^2 = 36 şo, mьj 4082-ьş içətзьk. A sь vəsna, mьj mi korşam medьзьd вьdsa koreņ, mi og verməj boştnь koreņ pьdḑi **5** das, kor 6 das-ņin aвu uвa. Mijan şuri koreņlən dasjas lьd **6.** Gizam tajə lьdpassə veşkьdvьlə=passaņ da og vunədəj, mьj sijə petkədlə koreņsa dasjaslьş lьd. Sijə leptam kvadratə, loə 36 şo. Tajə 36 şo çintam koreņ uvsa lьdsa 40 şoьş da koļas dinə gizam lьdpasjas 82:

$$\begin{array}{r} \sqrt{40'82}=6 \\ 36 \\ \hline 48'2 \end{array}$$

482-ьn kolə lonь summa:

$$2\,(6\ \text{das})\,(\text{jediņ.})+(\text{jediņ})^2.$$

(6 das) · (jediņ.) proizvedeņņə loə dasjas; ta vəsna dasjasəs jediņica vьlə kьk pəv вoştəmьş artməm proizvedeņņə kolə korşnь koļas dasjasьş, 48-ьş (dasjaslьş lьd pəluçitam koļasьn 48'2 veşkьdvьvşaņ əţi lьdpas torjədəmən). Ķoreņlьş dasjassə kьk pəv вoştəmьş loə 12. Siз-kə, 12-əs əktam koreņsa jediņicajas vьlə (kodjasəs ogna tədəj), kolə artmьnь secəm lьd, kodi tərə 48 ə. Tajə vəsna 48 **jukam** 12 vьlə. Ta vьlə koļassaņ sujgalaņ nuədam vertikaļnəj viz da sь sajə (əţi lьdpas vьlə mesta koļəmən; mьjla kolə koļnьsə pьr tьdovtçəs) gizam koreņsa dasəs kьk pəv вoştəmьş artməm lьdpas, 12, da tajə vьlə jukam 48.

Çastnəjьn loə 4. No voзvьv oz-na poz sunь, mьj lьdpas 4 loə koreņlən jediņicajas lьd, sь vəsna, mьj mi 12 vьlə jukim koļaslьş stav dasjas, a vermas lonь, mьj kucəmkə paj setьş oz prinadļezit dasjasəs jediņica vьlə kьk pəv вoştəmьş artman proizvedeņņəə, a pьrə jediņicajas kvadratə. Tajə vəsna vermas lonь, mьj 4 loə vьvţi ьзьd. Ķolə sijəs ispьtajtnь. Tajə tujas dert səmьn sek, kor summa $2\,(6\ \text{das})\cdot 4+4^2$ oz lo 482-ьş ьзьdзьk. Tajə summasə zev kokņi prijoməн vermam artavnь pьrьş-pьr: vertikaļnəj viz sajə kьk pəv вoştəm koreņsa lьdpas (12) berdə veşkьdvьvşaņ gizam lьdpas 4 (vot mьjla i viz sajə koļlim əţi lьdpaslь təran mestasə) da sijə vьlə-zə əktam artməm lьdsə (124.4)

```
V‾40'82‾=6
  36
 ____
124 | 48'2
  4 | 49 6
```

Tajə əktəm vəçigən mi 4 əktam 4 vьlə, tajən korşam koreņsa jediņicajaslьş kvadrat; seşşa mi 12 dasəs вoştam 4 vьlə, tajən korşam koreņsa dasjaslьş jediņicajas vьlə udvojennəj proizvedeņņə. Rezuļtatьn loə eəe kьknəņьslən summa. Artməm proizvedeņņə loi 496, mьj koļasьş ьʒьdʒьk, siʒ-kə, lьdpas 4 vьvti ьʒьd. Sek voʒʒa moz-ʒə ispьtajtam 4-ьş içətʒьk lьdpas 3. Ta vəsna lьdpas 4 da proizvedeņņə 496 çьskam; 4 pьddi puktam 3 da 123-əs əktam 3 vьlə.

```
V‾40'82‾=63
   36
 ____
123 | 48'2
  3 | 36 9
      ____
      113
```

Proizvedeņņə 369 loi içətʒьk 492 koļasьş; siʒ-kə, lьdpas 3 tujə (loi-kə siʒ, mьj lьdpas 3 вara vьvti ьʒьd, sek eşkə kovmis vidlьnь içətʒьk lьdpas 2). Koreņə, dasjas lьdpassaņ veşkьdvьlə gizam 3. Medвərja koļas 113 petkədlə, mьj şetəm lьd medьʒьd вьdsa kvadratьş, kodi setçə pьrə, ьʒьdʒьk 113. Prəveritəm vьlə leptam kvadratə 63 da rezuļtat dinə sodtam 113:

$$
\begin{array}{r}
63^2 = 3969 \\
+\ 113 \\
\hline
4082
\end{array}
$$

Summaьn loi şetəm lьd: ԁejstvijə vəçşəma ļuçki.

Primerjas:

```
1) V‾12'25‾=35      2) V‾86'55‾=93      3) V‾16'05‾=40
     9                   81                  16
                                           ____
65 | 32'5           183 | 55'5           8 | 05
 5 | 32 5             3 | 54 9
     ____                 ____
     0                    6
```

4) $\sqrt{8'72}=29$

```
    4
49 | 47'2
 9 | 44 1
   |  31
```

5) $\sqrt{64'00}=80$

```
64
 00
```

Ņoļəd primerьn, koļassa 47 das 4 vьlə jukigən loə çastnəjьn 11. No sь vəsna, mьj koreņьn jeđiņicajaslən lьđpas oz vermь lonь kьkpasa lьđpas 11 ļivə 10, siз-kə veşkьda kolə ispьtajtnь 9.

Vitəd primerьn pervoj graņьş 8-lьş kvadrat çintəm вərьn koļas loə 0 da voзə graņьs siз-зə nuļjas. Tajə petkədlə, mьj korşan koreņьn səmьn 8 das, ta vəsna jeđiņicajas mestaə kolə puktьnь nuļ.

112. 10000-ьş ьзьdзьk вьdsa lьdьş koreņ **perjəm.** Suam, kolə korşnь $\sqrt{35782}$. Sь vəsna, mьj koreņuvsa lьd 10000-ьş ьзьdзьk, setьş koreņ loə $\sqrt{10000}=100$-ьş ьзьđзьk. Siз-kə, koreņьn loə 3 ļivə unзьk lьđpas. Kəţ med kьmьn lьđpasьs ez vəv koreņas, a mi sь vьlə vek kutam viзədnь kьз dasjas da jeđiņicajas summa vьlə. Su am-kə, mьj koreņ loi 482, sijəş mi vermam artavnь kьз summa 48 das+2 jeđiņica. Sek koreņlən kvadratьs вara loə kujim sodtanlьđlən summa.

$$(\text{dasjas})^2 + 2\cdot(\text{das.})\cdot(\text{jedin.})+(\text{jedin.})^2$$

Əni mi vermam məvpavnь зik-зə siз, kьзi məvpalim voзза § ьn-$\sqrt{4082}$ korşigən. Torjaləm loə səmьn sььn, mьj 4082-ьş koreņ korşigən mijan kovmis koreņsə perjьnь 40-ьş, da sijə mi vermim vəçnь əktan taвļica şerţi, a əni $\sqrt{357'82}$-ьş dasjas korşəm vьlə mijan kovmas perjьnь koreņ 357-ьş, kodəs əktan taвļica şerţi vəçnь on vermь. No mi vermam $\sqrt{357}$ korşnь sijə prijomən, kod jьlьş muni şorņi voзза §-ьn sь vəsna, mьj 357<10000. 357-ьş medьзьd вьdsa koreņ 18. Siз-kə, $\sqrt{3'57'82}$-ьn kolə lonь 18 das.

$\sqrt{3'57'82}=189$

```
     1
28 | 25'7
 8 | 22 4
       |
369    | 338'2
  9    | 332 1
       |    61
```

Medьm korşnь jeđiņicajas, kolə 3'57'82-ьş çintьnь 18 dasьş kvadrat, mьj vьlə səmьn kolə 18-lьş kvadrat, çintьnь 357'ьş da

koļas dinə letçədnь koreņuvsa lьdlьş kьk ʙərja lьđpassə. 357-ьş 18-lьş kvadrat çintəm ʙərşa koļas mijan em-ņin: tajə 33. Siʒ-kə, medьm şuras koļas 3'57'82-ьş 18-lьş kvadrat çintəm ʙərьn, səmьn kolə 33 dorə veşkьdvьvşaņ giƶnь lьdpas 82.

Voʒə vəçam siʒ-ƶə, kьʒ-ņin mi vəçim $\sqrt{4082}$ korşigən: 3382 koļas sujgavьlə nuədam verţikaļa viţ da sь sajə giƶam (viţ dinə lьdpas tərəm mьnda mesta koļəmən) kьkpəv ʙoştəm koreņsa dasjas lьd, 36 (=18.2). Koļasьn veşkьdvьvşaņ torjədam əţi lьdpas da koļassa dasjas lьd 338 jukam 36 vьlə. Çastnəjьn loə 9. Tajə lьdpas ispьtajtam, mьj vьlə sijəs giƶam veşkьdvьvşaņ 36 dinə da sijə lьd vьlə-ƶə əktam artməm lьdsə (369 . 9). Proizveđeņņə loi 3321; koļasьş içətsьk. Siʒ-kə, lьdpas 9 tujə. Giƶam sijəs koreņə.

Poƶə sunь taʒi: medьm kueəm kolə ʙьdsa lьdьş perjьnь kvadratnəj koreņ, sek koreņsə pervoj kolə perjьnь sijə şojas lьđьş; sijə lьđьs-kə 100 ьş ъʒьdʒьk, sek kovmas korşnь koreņ tajə şojassa şojas lьdьş, mədnog-kə, şetəm lьd das şursjasьş; tajə lьd-kə ʙara 100-ьş ъʒьdʒьk, sek kovmas koreņ perjьnь das şo şursjasьş, mədnog-kə, şetəm lьd miļļonjasьş da s. v.

Primerjas.

1) $\sqrt{8'72'00'00} = 2952$

```
         4
     ---------
  49 | 47'2
   9 | 44 1
     ---------
 585 | 310'0
   5 | 292 5
     ---------
5902 | 1750'0
   2 | 1180 4
     ---------
        569 6
```

2) $\sqrt{3'50'32'60'89} = 18717$

```
          1
      ----------
   28 | 25'0
    8 | 22 4
      ----------
  367 | 263'2
    7 | 256 9
      ----------
 3741 | 636'0
    1 | 374 1
      ----------
37427 | 26198'9
    7 | 26198 9
      ----------
          0
```

3) $\sqrt{9'51'10'56} = 3084$

```
        9
     ---------
 608 | 511'0
   8 | 486 4
     ---------
6164 | 2465'6
   4 | 2465 6
     ---------
        0.
```

Bərja primerьn, pervoj lьdpas şurəm вərьn da sьlьş kvadrat çintəm вərьn koļasas loə 0. Lezam voзvьvsa kьk lьdpas 51, kəni 5 das, a koreņьn şurəm lьdpas kьk pəv вoştəm вərьn şetə 6. 5-əs 6 vьlə jukəmьş loə 0. Ķoreņə məd mestəə puktam 0 da koļas dinə lezam voзə munьş kьk lьdpassə. Loə 5110. Voзə nuəđam siз-żə, kьзi i vəçim voззьk.

$$4)\ \sqrt{81'00'00}=900$$
$$\frac{81}{0}$$

Tajə primerьn korşan koreņьs sostavļajtə səmьn 9 şo, mьj vəsna dasjas da jeđiņicajas mestəə kolə puktavnь nuļjas.

Pravilo. **Medьm şetəm вьdsa lьdьş perjьnь kvadratnəj koreņ, kolə şetəm lьd veşkьdvьvşaņ sujgavьvlaņ torjədlьnь kьk lьdpasa graņjasə; sujgavьvşaņ medpervoj graņьs vermas lonь əţi lьdpasa.**

Medьm korşnь koreņlьş pervoj lьdpassə, sek kvadratnəj koreņ perjənь pervoj graņьş.

Medьm korşnь məd lьdpassə, sek pervoj graņьş çintənь koreņsa pervoj lьdpaslьş kvadrat, koļas dinə lezənь məd graņ da artməm lьdьş dasjas lьd jukənь koreņsa pervoj lьdəs kьk pəv вoştəmьş artman lьd vьlə; artməm вьdsa lьd kolə ispьtajtnь.

Ispьtajtəm vəçsə so kьз: verţikaļa viz sajə (koļassaņ sujgavьlə) gizənь kьk pəv вoştəm voзьn şurəm koreņsa lьd da sьdinə veşkьdvьvşaņ gizənь ispьtajtan lьdpas; tajə вərьn artməm lьd əktənь ispьtajtan lьdpas vьlə. Əktəm вərьnkə loə koļasьş ьзьdзьk lьd, sek ispьtajtan lьdpas oz tuj; kolə ispьtajtnь sььş içətзьk lьdpassə.

Koreņlən mukəd lьdpasjasьs korşşənь tajə-żə prijomən.

Graņ lezən вərьn-kə artməm lьdlən dasjas lьd loə içətзьk koreņsa pervoj lьdəs kьk pəv вoştəmьş loan lьdьş, sek koreņə puktənь 0, lezənь voзə munьş graņ da đejstvijə nuədənь voзə.

113. Ķoreņьn pas lьd. Ķoreņ korşan nog vidlaləmьş petə, mьj **koreņьn sьmьnda lьdpas, kьmьn kьk lьdpasa graņ koreņuvsa lьdьn (sujgavьv graņьn vermas lonь əţi lьdpas); mədnog-kə: koreņuvsa lьdьn kor lьdpasьs çotnəj, sek koreņьn loə sijə lьdsa lьdpasjas şerţi kьkpəv eeaзьk lьdpas; koreņuvsa lьdьn-kə lьdpas lьdьs ņeçotnəj, sek koreņьn loə tajə ņeçotnəj lьdpassə jeđiņica vьlə ьзdədəm вərьn loan lьdpasjasьş kьk pəv eeaзьk lьdpas.**

UPRAŻŅENŅƏJAS.

Perjьnь kvadratnəj koreņjas so kueəm lьdjasьş:

199. $\sqrt{289}$ $\sqrt{4225}$ $\sqrt{61009}$ $\sqrt{582169}$
200. $\sqrt{135424}$ $\sqrt{956484}$ $\sqrt{57198969}$.
201. $\sqrt{68492176}$ $\sqrt{422\,220\,304}$.
202. $\sqrt{285\,970\,396\,644}$.

203. Objaşņitnь, mьjla вьdşikas вьdsa lьd, kodi ponaşə kueəmkə-ņibuđ tajə ņoļ lьdpasjas pьlьş 2, 3, 7 da 8, oz vermь lonь staç kvadratən.

III. MATЬSTƏM KVADRATNƏJ KOREŅJAS PERJƏM.

114. Stəç кvadratnəj кoreņlən priznakjas. Şetəm вьdsa ļiвə droвa lьdьş stəç kvadratnəj koreņən ȣuşə seɛəm lьd, kodlən kvadratьs stəç şetəm lьd ьзda. Indam priznakjas, mьj şerţi mukəd dьrji poʐə voзvьv ȣunь, mьj şetəm lьdьş stəç kvadratnəj koreņ oz perjьşşь.

a) Şetəm вьdsa lьdьş-kə oz perjьşşь вьdsa lьda stəç koreņ (perjigən koļə кoļas), seɛəm lьdьş siз-ʐə oz şur i droвnəj stəç koreņ, sь vəsna, mьj вьd droв, kodi aвu вьdsa lьd ьзda as vьlas əktəmən proizvedeņņəьn şetas siз-ʐə droвa lьd, a oz вьdsaəs.

в) Кьз tədam, mьj droвьş koreņ ravņajtçə çişļiteļ koreņlь, kodəs jukəma znamenaţeļьş koreņ vьlə, siз-kə, sokraţitçьtəm droвьs stəç koreņ oz vermь şurnь, kor sijə oz poʐ perjьnь çişļiţeļьş da znamenaţeļьş. Naprimer: $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$ da $\frac{11}{15}$ droвjasьş oz poʐ perjьnь stəç koreņ sь vəsna, mьj pervoj droвьn koreņ oz perjьşşь znamenaţeļьş, məd droвьn—çişļiţeļьş, kojməd droвьn—kьknanşьs.

Seɛəm lьdjasьş, kьtьş oz poʐ perjьnь stəç koreņ, səmьn poʐə perjьnь matьstəm koreņjas, mьj jьlьş əni i kutam şorņitnь.

115. Jeđiņicaəз matьstəm koreņ. Jeđiņicaəз matьstəm kvadratnəj koreņən şetəm lьdьş (kəţ вьdsa kəţ droв) ȣuşə seɛəm lьd, kodi udovļetvorajtə so kuɛəm kьk treвovaņņəjas: 1) tajə lьdlən kvadratьs içətзьk şetəm lьdьş, (ļiвə sьзda); no 2) kvadratьs tajə lьdlən, kodəs ьзdədəma 1 vьlə, ьзьdзьk şetəm lьdьş. Mədnogən-kə, 1-əз matьstəm kvadratnəj koreņən ȣuşə şetəm lьdьş medьзьd вьdsa kvadratnəj koreņ,—sijə koreņ, kodəs mi tədmalim-ņin voззa jukədьş. Tajə koreņьs ȣuşə 1-əз **matьstəm** koreņən, sь vəsna, mьj medьm loi stəç koreņ, sek sijə matьstəm koreņ dinə koļə sodtьnь 1-ьş içətзьk kuɛəmkə droв; tədtəm stəç koreņ pьđđi-kə вoştam tajə matьstəm koreņsə, sek vəçam əзьвka, kodi 1-ьş içətзьk.

Ȣuam, kolə korşnь 1-əз matьstəm kvadratnəj koreņ 395,74-ьş. Sek droв vьlə vņimaņņə puktьtəg koreņ perjam kьз вьdsa lьdьş;

$\sqrt{3'95}=19$

1

29 | 29'5

9 | 26 1

34.

Artməm koreņ 19 loə korşan koreņ sь vəsna, mьj

$$19^2<395,74, \text{ a } 20^2>395,74.$$

Pravilo. **Medьm perjьnь 1-əз matьstəm kvadratnəj koreņ, kolə perjьnь şetəm lьd вьdsa jukənşьs medьзьd вьdsa koreņ.**

Tajə pravilo şerţi şurəm koreņ loə **suзşьtəma** (с недостатком) matьstəm koreņən, sь vəsna, mьj sььn stəç koreņəз oz tьrmь kuєəmkə (1-ьş içətзьk) drов. Tajə koreņ-kə 1-ən ьзdədam, loə məd lьd, kodi stəç koreņьş kuєəmkə jukənən (1-ьş içətзьkən) ьзьdзьk. Jeđiņicaən ьзdədəm tajə koreņ siз-ʐə poʐə sunь 1-əз matьstəm koreņən, no səmьn **unзьka** (с избытком).

116. $\frac{1}{10}$**-əз matьstəm koreņ**. Suam, kolə korşnь $\frac{1}{10}$-əз toçnoşţən $\sqrt{2{,}35104}$. Tajə loə, mьj kolə korşnь seєəm đeşaţiçnəj drов, kəni medьm vəli вьdsa jeđiņicajas da dasəd pajjas, da kodi med udovļetvorajiis so kuєəm kьk treвovaņņəlь: 1) tajə drовlən kvadrat med ez vəv 2,35104-ьş ьзьdзьk, no 2) kor sijə $\frac{1}{10}$-ən ьзdədam, sek tajə ьзdədəm drовlən kvadrat loə ьзьdзьk 2,35104-ьş.

$$\sqrt{2'35'104} = 1{,}5$$

	1	
25	13'5	
5	12 5	
	10	

Medьm korşnь taєəm drов, sek medvoз korşam 1-əз matьstəm koreņ, mədnog-kə, mi perjam koreņ səmьn вьdsa lьdьş 2-ьş. Loə 1 (da koļasьn 1). Koreņə giʐam 1 da sь sajə puktam zapjataja. Əni pondam korşnь dasəd pajjaslьş lьdpas. Ta vьlə koļas dinə (1 dinə) giʐam lьdpas 35, kodjas sulalisnь zapjatajaşaņ veşkьdvьlьn, da kutam koreņ perjьnь siзi, kьзi perjənь вьdsa lьdьş (235). Artməm lьdpas 5 koreņə giʐam dasəd pajjas mestaə. Koreņuvsa mukəd lьdpasjas (104) mijan oz kovnь. Artməm lьd 1,5 loə звьļьş $\frac{1}{10}$ toçnoş-təз matьstəm koreņ, tajə tьđalə so mьjьş: mi-kə eşkə korşim 235-ьş 1-əз matьstəm medьзьd koreņ, sek eşkə mijan şuri 15. Siз-kə:

$$15^2 \leqslant 235, \text{ а } 16^2 > 235.$$

Tajə stav lьdjas 100 vьlə jukəmən loə:

$$\frac{15^2}{100} \leqslant 2{,}35; \ \frac{16^2}{100} > 2{,}35,$$

mədnog-kə,

$$\left(\frac{15}{10}\right)^2 \leqslant 2{,}35; \ \left(\frac{16}{10}\right)^2 > 2{,}35,$$

ļiвə:

$$1{,}5^2 \leqslant 2{,}35; \ 1{,}6^2 > 2{,}35,$$

kьtьş [1])

$$1{,}5^2 < 2{,}35104; \quad 1{,}6^2 > 2{,}35104.$$

Siз-kə, lьd 1,5 deşatiçnəj drob, kodəs mi suim $\frac{1}{10}$-əз matьstəm koreņən.

Tajə prijomən korşam nəsta 0,1-əз matьstəm so kueəm koreņjas:

```
√57,40 = 7,5        √0,30 = 0,5       √0,03 8 = 0,1
 49                   25                 1
145 | 84'0            ---                ---
  5 | 72 5             5                  2
    -----
     1 15
```

1!7. $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$-əз da s. v. matьstəm korenjas. Suam, kolə korşnь $\frac{1}{100}$-əз matьstəm $\sqrt{248}$. Tajə loə: kolə korşnь seeəm deşatiçnəj drob, kəni medьm vəli bьdsa jediņicajas, dasəd da şoəd pajjas, kodlən kvadrat med ez vəv 248-ьş ьзьdзьk da kodi $\frac{1}{100}$-ən ьзdədəm bərьn kvadratə leptəmən şetas lьd 248-ьş ьзьdзьkəs. Seeəm drob mi korşam taeəm nogən: pervoj. korşam bьdsa lьd, seşşa dasəd pajjaslьş lьdpas da medbərьn şoəd pajjaslьş lьdpas.

Bьdsa lьdьş koreņ loə 15 bьdsa. Med artmas dasəd pajjaslən lьdpas, kolə, kьз mi adзьlim-ņin, koļas dinə (23 dinə) nəsta gizнь 2 lьdpas, kodjas sulalənь zapjataja bərьn veşkьdvьlьn. Mijan primerьn seeəm lьdpasjasьs зikəз abu, mьj vəsna najə mestaə puktam nuļjas. Koļas dinə najəs gizam da dejstvijə vəçam siз-zə, kьзi korşənь bьdsa lьdьş (24800) koreņ. Mijan şurə dasəd pajjaslən lьdpas 7. Kolə nəsta korşnь şoəd pajjaslьş lьdpas. Ta vьlə koļas dinə (151) gizam nəsta 2 nuļ da dejstvijə vəçam siз-zə, kьзi korşənь bьdsa lьdьş (2480000) koreņ. Artmas 15,74.

```
√2'48,00'00 = 15,74
 1
25 | 14'8
 5 | 12 5
     ----
307 | 230'0
  7 | 214 9
      -----
3144 | 15 10'0
   4 | 12 57 6
       -------
         2524
```

[1]) 0,00104 sodtəmьş kьkapas ⩽ vezşə < pasən, a pas > koļə (sьvəsna, mьj 0,00104 < 0,01).

Mъj tajə lъdъs em zвъl vъlə $\frac{1}{100}$-əз matъstəm 248-ъş koren, tъdalə so mъjъş: mi-kə eşkə korşim въdsa lъdъş (2480000-ъş) medъзъd kvadratnəj koren, loi eşkə 1574.

Kъtъş:

$$1574^2 \leqslant 2480000, \text{ a } 1575^2 > 2480000.$$

Tajə stav lъdjas 10000 ($=100^2$) vъlə jukəmən loə:

$$\frac{1574^2}{100^2} \leqslant 248{,}0000; \ \frac{1575^2}{100^2} > 248{,}0000.$$

mədnog kə:

$$\left(\frac{1574}{100}\right)^2 \leqslant 248{,}0000; \ \left(\frac{1575}{100}\right)^2 > 2480000.$$

Lівə $15{,}74^2 \leqslant 248$; $15{,}75^2 > 248$.

Siз-kə, 15,74 em sijə deşatiçnəj drов, kodəs mi suim 248-ъş $\frac{1}{100}$-əз matъstəm korenən.

$\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$ əз da s. v. matъstəm korenjas korşigən tajə prijom primenajtəmən voam so mъjəз:

Pravilo. Medъm **въdsa lъdъş lівə deşatiçnəj** drовъş **perjъnъ** $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$-əз **da s. v.** matъstəm **koren, pervoj korşənъ** въdsa **lъdъş** (sijə-kə вu, korenə giʒənъ 0 въdsa) **1**-əз matъstəm **koren**.

Seşşa korşənъ **dasəd** pajjaslъş **lъdpas**. Medъm **tajə** **adзъnъ, kolas dinə giʒənъ** korenuvsa **lъdlъş** zapjataja **veşkъdvъvsa** kъk **lъdpas** (najə-kə авuəş, **kolas** dinə **giʒənъ** kъk **nul**) **da** **dejstvijə vəçənъ** **siз**-zə, kъз **sijə** **vəçşъşşə** въdsa **lъdъş** koren **perjəm** dъrji. **Artməm lъdpas korenə giʒənъ dasəd pajjas mestaə.**

Seşşa korşənъ **şoəd** pajjaslъs **lъdpas**. **Ta vъlə**, **kolas** dinə вara **giʒənъ kъk lъdpas, kodjas sulalənъ veşkъd vъlъn** najəjasъş, **kodjasəs loi ta vозъn** **lezəma kolas dinə da s. v.**

Ta nogən, deşatiçnəj drова въdsa lъdъş koren perjigən **kolə şetəm lъd** **torjədlъnъ** **zapjatajaşan** **kъз veşkъdvъv** (въdsa lъdjas jukənъn), **siз-zə i sujgavъv** (drова jukənъn), **kъk lъdpasa** **granjasə**.

Primerjas.

1. Korşnъ $\frac{1}{100}$-əз korenjas: a) $\sqrt{2}$; в) $\sqrt{0{,}3}$;

а) $\sqrt{2}=1,41$;

```
    1
24 | 10'0
 4 |  9 6
   ------
281 | 40'0
  1 | 28 1
    ------
      11 9
```

в) $\sqrt{0,30}=0,54$.

```
    25
104 | 50'0
  4 | 41 6
    ------
      84
```

2. Perjьnь $\frac{1}{10000}$-əз: а) $\sqrt{0,38472}$; в) $\sqrt{\frac{3}{7}}$

а) $\sqrt{0,38'47'20}=0,6202$;

```
     36
122 | 24'7
  2 | 24 4
    -------
12402 | 32'00'0
    2 | 24 80 4
      ---------
          7196
```

в) $\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{0,42'85'71'42}$

$\sqrt{0,42'85'71'42}=0,6546$

```
      36
125  | 68'5
  5  | 62 5
     -------
1304 | 607'1
   4 | 521 6
     --------
13086 | 8554'2
    6 | 7851 6
      --------
        7026
```

Medвərja primerьn drов $\frac{3}{7}$ —вergədim 8 lьdpasa deşatiçnəj droвə. Taзsə vəçim sь vəsna, medьm artmisnь 4 graņ, kodjas koləпь 4 deşatiçnəj pas koreņə korşəm vьlə.

Indəd. Eməş zev una lьdьş artaləm kvadratnəj koreņjasa (artaləma kuєəmkə toçnoştən) una şikas taвļicajas. Kьз naən poļzujtçьnь—indəma taвļica vozvьlas.

118. Oвьknovennəj droвjasьş koreņ perjəm. Stəç kvadratnəj koreņ sokraţitçьtəm droвьş poʐə perjьnь səmьn seki, kor droвlən kьknan çļenьs stəç kvadratjas (114 §). Ta dьrji səmьn kolə perjьnь koreņ çişļiţeļьş da znamenaţeļьş torjən. Primer:

$$\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}.$$

Oвьknovennəj droвьş kuєəmkə deşatiçnəj toçnoştən matьstəm koreņ medkokņi korşnь seki, kor oвьknovennəj droвsə vozvьv pərtam deşatiçnəj droвə, da tajə droвьn zapjataja sajьn medьm deşatiçnəj pasьs vəli kьk pəv unзьk korşan koreņsa deşatiçnəj pas lьd

dorьş. Ʒuam, kolə korşnь $\sqrt{2\frac{3}{7}}$ toçnoşţən 0,01-əʒ, mədnog kə, kor zapjataja sajьn kьk ḑeşaţiçnəj pas. Ta vьlə $2\frac{3}{7}$ pərtam ḑeşaţiçnəj droвə, kəni zapjataja sajьn 4 lьdpas: $2\frac{3}{7}=2,4285....$ da perjam 0,01-əʒ matьstəm koreņ 2,4285-ьş:

$$\sqrt{2,4285}=1,55.$$

```
      1
     ________
 25 | 14'2
  5 | 125
     ________
305 | 178'5
  5 | 152 5
     ________
       260
```

Poʒə vəçnь mədnogən. Tajə petkədlam so kueəm primer vьlьn: Korşnь matьstəm $\sqrt{\frac{5}{24}}$.

Znamenaţeļ vəçam stəç kvadratən. Ta vьlə poʒə vəli droвlьş kьknan çļensə əktьnь znamenaţeļ vьlə (24 vьlə); no tajə primerьn poʒə vəçnь mədnog. 24 torjədlam prəstəj əktasjasə: $24=2\cdot2\cdot2\cdot3$. Tajə torjədləmьş tьdalə, mьj 24-kə boştam 2 vьlə da nəsta 3 vьlə, sek proizveḑeņņəьn вьd əktas povtorajtças çotnəj lьd pəv, kьtьş petə, mьj znamenaţeļ pərə stəç kvadratə:

$$\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{\frac{5}{2\cdot2\cdot2\cdot3}}=\sqrt{\frac{5\cdot2\cdot3}{2^4\cdot3^2}}=\frac{\sqrt{30}}{2^2\cdot3}=\frac{\sqrt{30}}{12}.$$

Kolə artavnь kueəmkə toçnoşţən $\sqrt{30}$ da rezuļtatsə juknь 12 vьlə. Ta dьrji oz kov vunədnь, mьj 12 vьlə jukəmьş eəe içətmas droв, kodi petkədlə toçnoşţ. Siʒ, $\sqrt{30}$-kə korşam $\frac{1}{10}$-əʒ toçnoşţən da rezuļtat jukam 12 peļə, artmas $\frac{5}{24}$ jukənьş $\frac{1}{120}$-əʒ toçnoşţən matьstəm koreņ $\left(\frac{54}{120}\text{ da }\frac{55}{120}\right)$.

UPRAƵNEŅŅƏJAS.

204. $\sqrt{13}$ 1-əʒ $\sqrt{13}$ 0,1-əʒ $\sqrt{13}$ 0,01-əʒ.

205. $\sqrt{101}$ $\frac{1}{100}$-əʒ $\sqrt{0,8}$ 0,01-əʒ.

206. $\sqrt{0,0081}$ $\frac{1}{100}$-əʒ $\sqrt{19,0969}$ $\frac{1}{100}$-əʒ.

207. $\sqrt{356}$ 1-əʒ, seşşa 0,1-əʒ, voʒə 0,01-əʒ.

208. Artavnь 0,01-əз kvadratnəj koreņ taeəm droвjasьş, najə piьş вьdənəs deşaţiçnəj droвə pərtəmən:

$$\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{11}, \frac{5}{12}, \frac{7}{250}.$$

209. Najəəs-zə, deşaţiçnəj droвə pərttəg, a znamenaţelsə vəçnь stəç kvadratə; tədmavnь pogresnoşţ şţepeņsə.

210. Artavnь koreņjas:

$$\sqrt{0,3}, \quad \sqrt{5,7} \quad \left(\text{кькnanьs } \frac{1}{10}\text{-əз}\right);$$

$$\sqrt{2,313}, \quad \sqrt{0,00264} \left(\text{кькnanьs } \frac{1}{100}\right).$$

ISTORIJAЬŞ TƏDMƏDJAS.

Koreņ perjan dejstvijə pasjьnь $\sqrt{\ }$ pas maţematikaə pьrtis 1525 voə Rudolf-Sьəз gizisnь вьdsa kьv „koreņ" (laţin кыlən r a d i x), kodi вэгьnзьк vəli зeņdədəma pervojja sьpasəз, a tajə sьpasьs ņəzjəņikən вoşţis so kueəm $\sqrt{\ }$ vid.

KVADRATNƏJ URAVŅEŅŅƏ.

119. **Zadaça.** Motora pьƶ munis ju kьvtьd 28 km. sajə da pьrьş pьr-ƶə ʙergədçis ʙər vaƶ mestaas. Ta vьlə kad kovmis 7 ças. Julən vizьlьs çasnas 3 km. Tədmavnь pьƶlьş suļalan vaьn munan ədsə.

Suam, pьƶlən suļalan vaьn munan ədьs x km çasən; sek ju kьvtьd ʙьd çasən pьƶ munas $(x+3)$ km, a ju panьd $(x-3)$ km çasən. Siʒ-kə, ju kьvtьd munnь pьƶlь kovmis $\frac{28}{x+3}$ ças, a katnь $\frac{28}{x-3}$ ças.

Zadaça uslovijə şerţi mijan loə uravņeņņə:

$$\frac{28}{x+3}+\frac{28}{x-3}=7.$$

Znamenaţeļьş mьntədçəm ʙərţi loə:

$$28\,(x-3)+28\,(x+3)=7\,(x+3)\,(x-3),$$ voştam skoʙkajas:

$$28x-84+28x+84=7\,(x^2-9)=7x^2-63,$$

ļiʙ :

$$56\,x=7x^2-63.$$

Mijan artmis uravņeņņə, kəni em çļen, kodlən tədtəmьs məd ştepeņьn, no vьlьsʒьk ştepeņjasa tədtəma çļenjas aʙuəş. Taeəm uravņeņņəьs suşə **məd ştepeņa uravņeņņəən** ļiʙə **kvadratnəj uravņeņņəən**.

Puktalan sposoʙən vəçam da uʙeditçam, mьj tajə uravņeņņəьslən eməş korenjas 9 da 1, kodjas pijьş zadaçalь otvetən vermas lonь səmьn əţiьs—pervojjaьs.

Petkədam oʙseəj pravilo, kod şerţi medьm poƶis resajtnь kvadratnəj uravņeņņəjas.

120. **Kvadratnəj uravņeņņələn normaļnəj vid.** Kvadratnəj uravņeņņəьn (siʒ-ʒə i vьlьsʒьk ştepeņa uravņeņņəjasьn) uproseajtəm ʙərьn sьlьş stav çļensə vuʒədənь sujgavьlə, mьj vəsna veşkьdvьlьn loə nuļ. Siʒ, uravņeņņə, kodəs mi ləşədim voʒʒə zadaça resitəm vьlə, çļenjasəs vuʒədəm ʙərţi loə:

$$56x-7x^2+63=0.$$

x ʒьpassa ştepeņ petkədlьşjas letçəm şerţi çļenjas puktaləm ʙərţi loə:

$$-7x^2 + 56x + 63 = 0.$$

Lьdjas—7,+56,+63 suşənь kvadratnəj uravn̡en̡n̡əsa **koeficientjasən**; na kosťьş+63 suşə **svoвodnəj** çļenən, a—7 da+56 **pervoj** da **məd** koeficientjasən. Tajə lьdjas vermasnь lonь položiţeļnəjən, otricaţeļnəjən i veşig nuļən (pervojja koeficientьş ətdor, kodi nuļən lonь oz vermь sь vəsna, mьj sijə-kə nuļ, sek oz lo kvadratnəj uravn̡en̡n̡ə, a loə pervoj ştepen̡a uravn̡en̡n̡ə). Kujimnan koeficient pijьş-kə n̡iəţi aвu nuļ, sek uravn̡en̡n̡ə suşə polnəjən. Seeəm uravn̡en̡n̡ələn oвseəj (**normaļnəj**) vid loə taeəm:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Indam, mьj pervoj koeficient a vek pozə vəçnь položiţeļnəj lьdən, вьd çļen vozьş pas mədaraləmən (mədnogən-kə, uravn̡en̡n̡ə kьknan jukənşьs stav çļensə—1 vьlə əktəmən). Siз, vьlə vajədəm uravn̡en̡n̡ə pozə gižnь so kьз:

$$7x^2 - 56x - 63 = 0.$$

121. **N̡epolnəj kvadratnəj uravn̡enn̡ə resitəm.** Kor kvadratnəj uravn̡en̡n̡əьn aвu pervoj ştepen̡a x çļen ļiвə aвu svoвodnəj çļen (mədkьvjən-kə, kor məd b koeficient ravnəj 0, ļiвə svoвodnəj c çļen ravnəj 0), sek seeəm kvadratnəj uravn̡en̡n̡əьs suşə n̡epolnəjən. Pervoj sluçajьn uravn̡en̡n̡ə loə taeəm: $ax^2 + c = 0$, a mədьn: $ax^2 + bx = 0$. Vermas lonь, kor əţi kadə $b = 0$ daj $c = 0$ sek uravn̡en̡n̡ə pərə taeəmə: $ax^2 = 0$. Visədlam, kьз kolə resitnь tajə stav n̡epolnəj uravn̡en̡n̡əjassə.

1. $ax^2 + c = 0$ **noga n̡epolnəj kvadratnəj uravn̡en̡n̡ə.**

Boştam so kueəm kujim primer:

a) $3x^2 - 27 = 0$. Veşkьdvьlə svoвodnəj çļen vuзədəm вərţi loə $3x^2 = 27$, siз-kə i $x^2 = 9$. Tatьş petə, mьj x loə 9 ьş kvadratnəj koren̡, mədnog-kə $+3$, ļiвə -3. Ləşədçam $\sqrt{}$ pasən pasjьnь koren̡lьş arifmeţiçeskəj znaçen̡n̡ə; sek mi vermam gižnь: $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$. Ta nogən, şetəm uravn̡en̡n̡ələn kьk koren̡. Pasjam əţisə x_1, a mədsə x_2. Sek resitəm mi gižam taз:

$$x_1 = +\sqrt{9} = +3; \; x^2 = -\sqrt{9} = -3.$$

в) $2x^2 - 0{,}15 = 0$. Svoвodnəj çļen vuзədəm вərţi loə:

$$2x^2 = 0{,}15; \; x^2 = 0{,}075.$$

Kьtьş:

$$x = \pm\sqrt{0{,}075}.$$

Korşanı $\sqrt{0{,}075}$ maţьstəmən, suam, $\frac{1}{100}$-əз (117 §):

$$\sqrt{0{,}07'50}=0{,}27$$

```
     4
  47| 35'0
   7| 32 9
    |-----
       2 1
```

Siz-kə, $x_1=0{,}27...$, $x_2=-0{,}27...$

v) $2x^2+50=0$. 50 vuzədam veşkьdvьlə, loə:

$$2x^2=-50;\ x^2=-\frac{50}{2}=-25;\ x=\pm\sqrt{-25}$$

Sь vəsna, mьj otricatelnəj lьdьş kvadratnəj koren perjьnь oz poz, to tajə uravnennələn veseestvennəj resennə abu.

Tajə primerjasьş petə, mьj $ax^2+c=0$ noga nepolnəj kvadratnəj uravnennə resitəm munə tazi:

$$ax^2=-c;\quad x^2=-\frac{c}{a};\quad x=\pm\sqrt{\frac{c}{a}}.$$

$-\frac{c}{a}$ vьrazennə-kə polozitelnəj lьd (kodi loə seki, kor a da c raznəj znakaəş), sek pozə seş perjьnь kvadratnəj koren (stəça libə matьstəmən); seki x-lən loə kьk znaçennə, kodjas absolutnəj veliçinajasən ətьzdaəş, a pasjasən mədaraəş: ətiьs polozitelnəj, a mədьs otricatelnəj lьd. Kor $\frac{c}{a}$ vьrazennə otricatelnəj lьd (kodi loə sek, kor c da a ətkod pasaəş), sek uravnennələn veseestvennəj korenjas oz lonь.

2. $ax^2+bx=0$ **noga nepolnəj** kvadratnəj **uravnennə**. Boştam primer $2x^2-7x=0$. Sujgavьlьş petkədam əktas pьddi skobka sajə:

$$x\ (2x-7)=0.$$

Əni sujgavьv jukən pəri proizvedennəə, a veşkьdvьv=0. Proizvedennə nul ьzda loə səmьn seki, kor əti əktas mukəd pəvsьş nul ьzda. Ta şerti mijan uravnennə vermas lonь, kor pervoj əktas $x=0$ libə kor məd əktas $(2x-7)=0$. Bərja uravnennəьş şurə $x=\frac{7}{2}$. Siszə şetəm uravnennələn kьk koren:

$$x_1=0;\ x_2=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$$

Ta nogən $ax^2+bx=0$ noga nepolnəj kvadratnəj uravnennə resitənь tazi:

$$ax^2 + bx=0; \quad x(ax+b)=0;$$

$$x_1=0; ax_2+b=0; x^2=-\frac{b}{a}.$$

3. $ax^2 = 0$ **vida ņepolnəj kvadratnəj** uravņeņņə. Taeəm uravņeņņəьs imejtə səmьn əţi koreņ $x=0$.

UPRAŻNEŅŅƏJAS.

211. $3x^2-147=0$ $\quad \frac{1}{3}x^2-3=0$ $\quad x^2+25=0$:

212. $\frac{3(x^2-11)}{5}-\frac{2(x^2-60)}{7}=36$ $\quad \frac{4}{x-3}-\frac{4}{x+3}=\frac{1}{3}$

213. $2x^2-7x=0$ $\quad \frac{3}{7}x^2+x=0$ $\quad 0{,}2x^2-\frac{3}{4}x=0$

214. $x^2=x$ $\quad x^2-16x=0$ $\quad 7x^2=0$ $\quad 0{,}7x^2=0$

215. $(x-2)(x-5)=0$ $\quad x(x+4)=0$ $\quad 3(y-2)(y+3)=0$:

122. Polnəj kvadratnəj uravņeņņəjasəs resitəm. Primer vьlə boştam uravņeņņə, kodəs vəli sostavitəma 119 §-sa zadaça resitəm vьlə.

$$7x^2-56x-63=0.$$

Stav çļenjassə jukam 7 vьlə da svobodnəj çļen vuзədam veşkьdvьlə:

$$x^2-8x=9.$$

Oz-ə poz x^2-8x kьkaçļen dinə sodtьnь kojməd çļen, medьm sek loi kujimaçļen, kodi med predstavļajtis polnəj kvadrat. Kokņi loə tajə voprosьs vьlə ətveţitnь, kor mi kьkaçļensə petkədlam tasi:

$$x^2-2x\cdot 4.$$

Əni pozə adзьnь, mьj tajə kьkaçļen dinə-kə sodtam çļen 4^2, loə kujimaçļen $x^2-2x\cdot 4+4^2$, mьj loə $(x-4)$ raznoşţlən kvadrat. Medьm ravenstvo oz torkşь, mijan kovmas veşkьdvьlə sodtьnь sьmьnda-жə, mьjmьnda sodtim sujgavьlə,—kovmas setçə sodtьnь $4^2=16$. Tajə vəçəm bərьn loə:

$$x^2-8x+16=9+16;$$

$$(x-4)^2=25.$$

Tatьş tьdalə, mьj $(x-4)$ raznoşţ em seeəm lьd, kodlən kvadrat $=25$; kьtьş, tajə raznoşţ loə 25-ьş kvadratnəj koreņ ьзda, mьj loə ļibə **5**, ļibə -5:

$$x-4=+\sqrt{25}=+5; \quad x-4=-\sqrt{25}=-5.$$

Əni vuзədam -4 veşkьdvьlə da şurə kьk koreņ:

$$x_1=4+5=9;\quad x_2=4-5=-1.$$

Tajə kьknan koreņьs uravņeņņəə ladmə (pozə prəveritnь x pьddi najə puktavləmən), no zađaçaə, mьj şerţi vəçəma uravņeņņə, məd koreņ—1 oz tuj sь vasna, mьj zadaçaən korşьşşə ədlən absoļutnəj veļiçina, a oz sьlən napravļeņņə.

Boştam məd primer:

$$3x^2+15x-7=0.$$

Stav çļenjas jukam 3 vьlə da svobodnəj çļen vuзədam veşkьdvьlə:

$$x^2+5x=\frac{7}{3}.$$

x^2+5x kьkaçļenьş pozə vəçnь summalьş kvadrat, sь dinə-kə sodtam kojməd çļen $\left(\frac{5}{2}\right)^2$. Uravņeņņə kьknan jukən berdə tajə çļen sodtəm bərьn loə:

$$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{7}{3},$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{7}{3}=\frac{75+28}{12}=\frac{103}{12}.$$

Tatьş tьdalə, mьj $x+\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{103}{12}}$; siз-kə:

$$x_1=-\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{103}{12}};\quad x_2=-\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{103}{12}}.$$

Korşam $\frac{103}{12}$-ьş kvadratnəj koreņ $\frac{1}{10}$-əз matьştəm toçnoştən:

$$\sqrt{\frac{103}{12}}=\sqrt{8,58\ldots}=2,9\ldots$$

Siз-kə:

$$x_1=-2,5+2,9\ldots=0,4\ldots;\quad x_2=-2,5-2,9\ldots=-5,4\ldots$$

123. Vajədəm kvadratnəj uravņeņņə koreņjaslən formula. Kvadratnəj uravņeņņə, kodlən pervoj koeficient $=+1$, suşə **vajədəm** (priveđonnəj) uravņeņņəən. Taєəm vidə, kьз mi adзьlim əni primerjasьş, pozə vajədnь вьd uravņeņņə, kənі pervoj koeficient abu 1; kolə səmьn uravņeņņəşьs stav çļen juknь pervoj koeficient vьlə. Vajədəm kvadratnəj uravņeņņə gizşə taзi:

$$x^2+px+q=0.$$

Tajə sьpasa uravņeņņəsə resitam, sijə-zə preobrazovaņņəjasə, kodjasəs vəli indaləma voззa primerjas resitigən, vəçaləmən.

Vuzədam şvoвodnəj çlensə veşkьdvьlə:

$$x^2+px=-q.$$

Sь vəsna, mьj $px=2x\cdot\frac{p}{2}$, to medьm kьkaçlen pərtnь polnəj kvadratə, uravnennəsa kьknan jukən dinə sodtam $\left(\frac{p}{2}\right)^2$-ən:

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=-q+\left(\frac{p}{2}\right)^2.$$

Əni uravnennə pozə giznь tazi:

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q,$$

kьtьş korşam:

$$x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}\quad x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}.$$

Tajə formula pozə sunь tazi:

Vajədəm kvadratnəj uravnennələn tədtəmьs ravnajtçə mədara pasən воştəm məd koeficient зьnlь, plus-minus kvadratnəj koren svoвodnəj çlentəg tajə зьn kvadratьş.

Primerjas:

1. $x^2-x-6=0$. Med vəli tajə uravnennə vajədəm uravnennə $x^2+px+p=0$ noga, gizam sijəs taз: $x^2+(-1)x+(-6)=0$. Əni adзam, mьj tajə primerьn $p=-1$, $q=-6$; mьj şerti:

$$x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{1}{2}\pm\frac{5}{2};$$

$$x_1=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=3;\qquad x_2=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}=-2.$$

Proveritəm: $3^2-3-6=0$; $(-2)^2-(-2)-6=0$

2. $x^2-18x+81=0$; tani $p=-18$, $q=+81$;

ta şerti:

$$x=9\pm\sqrt{81-81}=9\pm0=9.$$

Uravnennələn səmьn əti koren.

3. $x^2-2x+5=0$; $x=1\pm\sqrt{1-5}=1\pm\sqrt{-4}$. Mnlməj korenjas.

UPRAŽNENNƏJAS.

216. $x^2+10x+5=2x^2-6x+53$.

217. $x^2+6x=27$

218. $x^2-5\frac{3}{4}x=18$.

219. $12x - \frac{6}{x} = 24$ 220. $\frac{x}{7} + \frac{21}{x+5} = 6\frac{5}{7}$

221. $x + 2 = \frac{9}{x+2}$ 222. $\frac{x-5}{4} - \frac{4}{5-x} = \frac{3x-1}{4}$

223. $x + \frac{1}{x-3} = 5$ 224. $\frac{2x}{x-d} = \frac{x-d}{d}$.

225. t-lƅ kuɛəm znaçeņņə dƅrji 2 t—5 raznoştəs t—4 vƅlə əktəmƅş loan proizvedeņņə ravņajtças t+8 summalƅ?

226. $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$

124. Kvadratnəj uravņeņņəsa koreņjaslən oʙseəj formula. $ax^2 + bx + c = 0$ noga uravņeņņəlƅş ʙƅd çļen a vƅlə júkəmən artmə uravņeņņə:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Tajə uravņeņņəsə vajədəm uravņeņņə formula şerţi resitəm ʙərƅn şurə:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

Tajə vƅrazeņņəsə poʐə uproşţitnƅ taʒi:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} =$$

$$-\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tajə formulasə kƅvjasən poʐə sunƅ taʒi:

Polnəj kvadratnəj uravņeņņələn tədtəmƅs ravņajtçə droʙlƅ, kodlən çişļiţeļƅs mədara pasən ʙoştəm məd koeficient pļus-minus **kvadratnəj koreņ ņoļpəv ʙoştəm** pervoj **koeficientəs svoʙodnəj çļen vƅlə əktəmƅş** artman **proizvedeņņətəg** kvadratə **leptəm məd koeficientƅş**, a znamenaţeļƅs—kƅk **pəv ʙoştəm pervoj koeficient.**

Tajə formula poʐə sunƅ oʙseəjən sƅ vəsna, mƅj sijə tujə vajədəm uravņeņņəlƅ (puktam-kə $a=1$) da-j ņepolnəj uravņeņņəjəslƅ (puktam-kə $b=0$, ļiʙə $c=0$).

125. Formula uproşţitəm, kor b **koeficient em çotnəj lƅd.** Oʙseəj formula uproşţitçə, kor b çotnəj lƅd. Siʒ, $b=2k$ puktəmən, korşam:

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} =$$

$$= \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Tajə formula ออsɛəj formulaьş torjalə sijən, mьj tani aвuəş əktasjas 4 da 2.

126. **Kvadratnəj uravɳeɳɳələn koreɳjas lьd.** Mi adзьlim, mьj kvadratnəj uravɳeɳɳələn mukəd dьrji kьk koreɳ, mukəd dьrji əʈi, mukəd dьrji ɳiəʈi aвu (kor koreɳьs mɳiməj). No ləşədçisnь kvadratnəj uravɳeɳɳəjaslьş вьd sluçajьn lьɖɖьnь kьk koreɳ, tajə sь şerʈi, mьj mukəd dьrji koreɳjasьs vermasnь lonь ravnəjəş, a mukəd dьrji mɳiməjəş. Taɛəm ləşədçəmas voisnь sь vəsna, mьj mɳiməj koreɳ petkədlan formulajaslən seɛəm-zə svojstvojasьs, kuɛəmjas prinadleƶitənь i veseestvennəj koreɳjaslь, səmьn kolə, mɳiməj lьdjas vьlьn ɖejstvijəjas vəçigən, rukovodstvujtçьnь pravilojasən, kodjasəs vajədəma veseestvennəj lьdjaslь, seşşa tədnь, mьj $(\sqrt{-a})^2 = -a$. Зik-zə siз, kor uravɳeɳɳələn əʈi koreɳ, mi vermam viзədnь, mьj uravɳeɳɳələn kьk ətьзda koreɳ, kodjaslən svojstvojas seɛəməş-zə, kuɛəməş raznəj koreɳjaslən.

UPRAƵƝEƝƝƏJAS:

227. $2x^2 - 3x - 5 = 0$ 228. $(2x-3)^2 = 8x$

229. $5x^2 - 8x + 0{,}24 = 0$ 230. $65x^2 + 118x - 55 = 0$

231. $(x-3)(x-4) = 12$ 232. $\frac{x}{x+60} = \frac{7}{3x-5}.$

233. $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$

234. Poşledovaʈeɭnəj kujim çotnəj lьdjas kvadratjaslən summa=776. Korşnь tajə lьdjassə.

235. Veşkьd ɳoɭpeɭəsalən ploseadьs=48 sm², a perimetrьs=28 sm. Korşnь вokjassə.

236. Korşnь veşkьd kujimpeɭəsalьş вokjassə, kor nalən kuʈajasьs viştavşənь poşledovaʈeɭnəj kujim вьdsa lьdjasən.

237. Kor una peɭəsalən n вok, sek sтav diagonaɭ lьdьs ravɳajtçə $\frac{1}{2} n (n-3)$. Tədmavnь, kьmьn вok unapeɭəsalən, kor tədam, mьj sьlən 54 diagonaɭ.

238. Aeroplan veşkьd viʐ kuʐa leвis 150 km, da pьrьş pьr-zə вergədçis вər vaz tujəd da petaninə вər vois 4 ças mьşʈi. Sьlaɳə sijə munis təvlь panьd, a вər loktigən vəli təvɳьlьd. Təvtəm dьrji aeroplan munə 80 km çasən. Tədmavnь, ьзьd-ə təvlən ədьs.

239. 60 sajtьş ɳəвəma ɳekьmьn çьsjan. Tajə summa vьlə-kə vəli ɳəвəma 3 çьsjanən unзьk, sek eşkə вьd çьsjan vəli 1 sajtən dontəmзьk. Kьmьn çьsjan ɳəвəma?

240. Ŝkolaьn pervoj gruppaьn şetaləma 180 ɭist вumaga, вьdənlь ətmьndaən. Məd gruppaьn şetaləma sьmьnda-zə da siз-zə ətmьndaən. Məd gruppaьn вьd velədçьşlь vois pervoj gruppaьn dorьş 6 ɭistən unзьk. Məd gruppaьn pervoj gruppaьn dorьş 40 velədçьşən ɛɛaзьk. Kьmьn ɭistən vois pervoj gruppasa velədçьşlь.

UPRAƵNEŅŅƏJASLЬ OTVETJAS.

1. $4a$; a. 2. $6m^2$; m^3. 3. $x(x-d)$. 4. $10x+y$. 5. $100a+10b+c$. 6. $\frac{ma+nb}{a+b}$. 7. x^3+y^3; $(x+y)^2$; x^2y^2; $(xy)^2$; $(x+y)(x-y)$; $\frac{m+n}{m-n}$ libə $(m+n):(m-n)$. 8. 84; 44; 552; 336; $9\frac{1}{3}$; $5\frac{3}{5}$. 9. $3(x+y)(x-y)$. 10. $3a+2b$; $13+12=25$. 11. $5+ab-5a+a$; $a+2x$. 12. n; $5a^3b^2x^3$. 13. $6xyz$. 14. $5x+15$; $7x+7y+7z$. 15. $\frac{a}{2}+2b-c$; $5a^3b$. 16. $8x-2y$; $4ax$. 17. $\frac{a}{b}$; $3x$. 18. $+10$; -10; $+3$. 19. -3; $+8$; -2. 20. 0; -3; $+1$. 21. -1; -2; $+2$. 22. $+2$. 23. 0. 24. $b-a$; -5 (ubьtok). 25. $m-n$; -10 (dolg). 26. 14; 10; 18; 2. 27. $a+b$; $m+n$; $5c$ 28. 12. 29. $-1\frac{3}{4}$. 30. $+5$. 31. $10+(-2)+(-3)+7$. 32. $10-(-8)$. 33. $+6$; -14; $+80$. 34. $-23\frac{3}{8}$; 0,054. 35. $+1$; -1; $+1$; -1. 36. 27. 37. -27. 38. 0; 0; 0; 0; 0. 39. $3\frac{1}{16}$. 40. $+5$; -5; -5; $+5$. 41. $-a$; -5; x^2. 42. 0; 0; 0; 0. 43, 44, 45 oz trebujt otvetsə. 46. $10a^3x^3$; $-10a^2bx^2$; $-\frac{3}{8}a^2bx^2$; $-20m^2x^2y^3$. 47. $a+a$; $ax+ax+ax$; $a^2b+a^2b+a^2b+a^2b+a^2b$; $(a+1)+(a+1)+(a+1)+(a+1)$. 48. 90; $\frac{13}{15}$; $2\frac{25}{48}$; -343; -936. 49. 0; 31; -4. 50. $+1$ da -1. 51. $a^3x^2+4\frac{1}{2}a^2x^3$. 52. $2x-16{,}3xy$. 53. $a+3\frac{1}{2}mxy^2$. 54. $a-3\frac{1}{2}mxy^2$. 55. $4a^3-3a^2b-13ab^2$. 56. $x^5-7a^2x^3$. 57. $2z$. 58. $4x^3+x^2+3x+1$. 59. $8a^3-11a^2b+14ab^2-3b^3$. 60. p^2+p+15. 61. $4x^2+3y^2-y-1$. 62. $\frac{1}{4}x^2-x+\frac{4}{5}$. 63. $4a^2+4b^2-c^2$. 64. $x+y$; $2m-2n$. 65. $b-2c$. 66. $4x^2+4xy$. 67. $a-(b+c-d)$; $a-b+(-c+d)$; $a-(b+c)+d$. 68. $15a^3b^7c$; $\frac{5}{8}a^3x^6$. 69. $0{,}81a^3b^2x^3$; $a^6b^8c^3$. 70. $\frac{9}{49}m^2x^4y^6$; $8a^9b^3x^6$. 71. $0{,}01x^2my^6$; $\frac{1}{8}m^6n^3y^9$. 72. $6a^3b-4ab^4+2abc$. 73. $25a^3b-20a^4b^2+15a^5b^3-35a^6b^4$. 74. $am+bm-cm-an-bn+cn$; $6a^2-3ab+2ab^2-b^3$. 75. $2a^2-\frac{1}{2}b^2$; x^3-y^3. 76. x^3+y^3. 77. $6x^2+5xy-6y^2$; y^4-1. 78. $x^6+1008x+720$. 79. $x^9-x^5-x^4+2x^3-x^2-x+1$. 80. x^6-a^6. 81. a^2+2a+1; $1+4a+4a^2$; $x^2+x+\frac{1}{4}$. 82. $9a^4+6a^2+1$; $0{,}01m^2x^2+mx^2+25x^4$. 83. $25a^2-20a+4$; $9x^2-12ax+4a^2$; $9a^4-3a^2+\frac{1}{4}$ 84. $101^2=(100+1)^2=100^2+2\cdot100\cdot1+1^2=10201$; $997^2=(1000-3)^2=\ldots=994009$ i siz vozə. 85. $4m^2-12mn+9n^2$; $9a^4x-24a^3xy+16a^2y^2$; $0{,}04x^6-0{,}15x^3+\frac{9}{64}$. 86. $\frac{1}{4}x^4-$

$-3\frac{1}{2}x^3+\frac{49}{4}x^2$; $0{,}0625p^2-0{,}1pq+0{,}04q^2$. 87. a^2-1; $4a^2-25$. 88. $4x^2-9$; $1-a^4$. 89. $(x^2+1)(x^2-1)=x^4-1$; $(4x^2+y^2)(4x^2-y^2)=16x^4-y^4$. 90. $[(m+n)-p][(m+n)+p]=(m+n)^2-p^2$; $a^2-(b+c)^2=a^2-b^2-2bc-c^2$. 91. a^3+3a^2+3a+1; a^3-3a^2+3a-1; $8x^3+36x^2+54x+27$; $125-225x+135x^2-27x^3$. 92. $\frac{1}{8}m^3-\frac{3}{2}m^2+6m-8$; $\frac{27}{64}p^3+\frac{9}{16}p^2q+\frac{1}{4}pq^2+\frac{1}{27}q^3$; $125-225x+135x^2-27x^3$. 93. $2a^2xy$; $-\frac{3}{5}x^2$. 94 $-\frac{6}{5}a^3$; $3a^{m-1}b^2$. 95. $\frac{16}{3}a+8b-16a^2b^4$. 96. $9x^3-6ax+a^2$.
97. $1-2y+y^2-y^3$. 98. $x-4$; $y+1$. 99. $3x^2-2$. 100. $3ax^3$. 101. $x-a$. 102. $2(a+x)$; $a(x+y)$; $2y(2y-3x)$ 103. $2a(2x-y)$; $3xy(2x+3y)$. 104. $3ab(4a-3ab+2b^2)$; $xy(y-7+4x)$ 105. $(m+n)(m-n)$; $(a+1)(a-1)$; $(1+a)(1-a)$.
106. $(x+2)(x-2)$; $(m+3)(m-3)$; $(2x+y)(2x-y)$ 107. $\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}y^3\right)\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}y^3\right)$; $(0{,}1a^3+3)(0{,}1a^3-3)$; $3a(a^2+4b^4)(a^2-4b^4)$. 108. $(x-y+a)(x-y-a)$; $[3(a+2b)+1][3(a+2b)-1]$; $(a-b+c)(a-b-c)$. 109. $(x+y+x-y)(x+y-x+y)=2x\cdot 2y=4xy$. 110. $(x-y)^2$; $(m+n)^2$. 111. $(a+b)^2$ $(a-2b)^2$. 112. $(x+4)^2$; $(x+1)^2$. 113. $5a(a-2b)^2$. 114. $(a+b)^2-c^2=(a+b+c)(a+b-c)$; $a^2-(b^2+2bc+c^2)=a^2-(b+c)^2=(a+b+c)(a-b-c)$.
115. $(a+b)x+(a+b)y=(a+b)(x+y)$; $a(c-d)+b(d-c)=a(c-d)-b(c-d)=(c-d)(a-b)$. 116 $a(a+b)-(a+b)=(a+b)(a-1)$; $xz+xy-3y-3z=x(y+z)-3(y+z)=(y+z)(x-3)$; $(2a-3)(2a-3)(2n+3)$.
117. $4mn-2nx+xy-2my=2n(2m-x)+y(x-2m)=2n(2m-x)-y(2m-x)=(2m-x)(2n-y)$. 118. $\frac{5x}{7y}$; $\frac{3ab}{10m}$; $\frac{8a^2}{11b}$; $\frac{100m}{236n}$ 119. $\frac{9ab}{10x^2}$; $\frac{14a^3}{15b}$; $\frac{12x-1}{4a-4b}$ 120. $\frac{17(a+b)}{34}-\frac{a+b}{2}$; $\frac{18a-14}{6-a}$. 121. $\frac{ax^2+bx+c}{ax^2+x}$; $\frac{x^2+ax-b}{x^2-x}$.
122. $\frac{x-1}{x}$; $\frac{3a^2}{b-a}$; $\frac{a-1}{b-2}$. 123. $\frac{a^2+b^2-2ab}{a-b}$; $\frac{m^2-1}{m-1}$. 124. $-\frac{3a}{6}$; $-\frac{5a^2}{3}$; $-\frac{a-1}{b}$; $-\frac{a}{x-2}$; $-\frac{m^2-n^2}{m-n}$. 125. $\frac{1}{x}$; $\frac{2}{3m}$; $\frac{2a}{3b}$; $\frac{3xy}{8}$. 126. $\frac{3b}{2x}$; $\frac{ac}{4b}$; $\frac{16axy^3}{15}$. 127. $\frac{b}{a+b}$; $\frac{3y}{x-y}$; $\frac{a+2}{a-2}$. 128. $\frac{a+1}{a-1}$; $\frac{1}{x+3}$; $\frac{a}{a-1}$. 129. $\frac{x-1}{2x(x+1)}$; $\frac{a+x}{3b-cx}$; $\frac{5a}{a-x}$. 130. $(a+b)(a-b)$; $\frac{1}{y^2-1}$. 131 $\frac{18{,}4a}{6a}$; $\frac{4x^2,\ 3y}{12xy}$; $\frac{x^2,\ 16}{4x}$.
132. $\frac{4bc,\ 6ac,\ ab}{2abc}$; $\frac{105b^2x^2,\ 40a^2x,\ 48a^2b^2}{60a^2b^2x}$. 133. $\frac{20mx^3y^2,\ 9a^3b^2c}{12a^2bcmx^2y}$; $\frac{2a^2bx,\ y}{8a^3b^2}$.
134. $\frac{15x^3,\ 120abx^4,\ 8a^2b}{40abx^3}$. 135. $\frac{3(x+y)^2,\ 2(x-y)^2}{6(x^2-y^2)}$; $\frac{m-1,\ 2,\ 3(m-1)}{m^2-1}$.
136. $\frac{2,\ 3a(x-1)}{(x-1)^2}$; $\frac{2x-1,\ 2(x-1),\ 1}{(x-1)(2x-1)}$. 137. $\frac{3x,\ 4aby}{84a^3b^2}$; $\frac{(a-b)(a^2-b^2),\ 2ab(a+b),\ b}{b(a^2-b^2)}$.
138. $\frac{6cb+3ac+2ab}{6abc}$; $\frac{6+5x}{3x^2}$; $\frac{2a-2x-5}{4}$. 139. $\frac{x^2-5x+2}{x^2}$. 140. $\frac{1+x}{2}$; $\frac{5x-6}{3}$; $\frac{5-2x}{3}$. 141. $\frac{1}{1-4x^3}$. 142. $\frac{2a^2b-ab-2b^2-a^2}{a(a+b)(a-b)}$. 143. $\frac{m^2}{(m+n)(n-1)}$.
144. $-\frac{6b}{7x^2}$; $\frac{1}{5(1+ax)}$. 145. $\frac{12b^2q^2x^2y^2}{n^4a^3}$; $2a(x-1)$. 146. $\frac{a+2b}{b}$; $\frac{9b^2c^2x^2y}{16a^2z}$.
147. $-\frac{3a^3}{5mp}$; $15a^2x^2y$ 148. $\frac{1}{5(a-b)}$; $\frac{x+y}{x-y}$. 149. Ravenstvo 3-əd, 4-əd da 6-əd uravŋeŋŋəьn, mukədьs—tozdestvo. 150. 17,5; 5. 151. 27; 9; 12. 152. 3; 2; $\frac{13}{20}$. 153. 2,7; 50. 154. 0; -3; -4. 155. 1; $5\frac{3}{7}$. 156. $5\frac{1}{7}$. 157. $7\frac{1}{13}$. 158. 2.

159. $-17\frac{25}{27}$. **160.** 1348 da 1200. **161.** 20, 30, 50. **162.** $2\frac{1}{2}$. **163.** 12,8 кg da 19,2 кg. **164.** 15 кm da 18 кm. **165.** 0. **166.** $\frac{c}{2(a-b)}$. **167.** $\frac{4-4a}{b-3}$.

168. $h=\frac{2}{b_1+b_2}$. 169. $x=2,\ y=1;\ x=1,\ y=-2;\ x=-3,\ y=-3$.

170. $x=-\frac{1}{2},\ y=1;\ x=5,\ y=1;\ x=7,\ y=2$. **171.** $x=\frac{35}{13},\ y=-\frac{23}{13}$.

172. $x=\frac{c}{a+bm},\ y=\frac{mc}{a+bm};\ x=\frac{a+bm}{mn-1},\ y=\frac{an+b}{mn-1}$. **173.** $a=3,\ b=-5$.

174. 1 s. 10 ur da 40 ur. **175.** 40 da 25. **176.** 200; 11 кm. **177.** $1\frac{2}{3}$ m, $13\frac{1}{3}$ m da $9\frac{2}{3}$ m, $9\frac{1}{3}$ m. **178.** $x=2,\ y=3,\ z=5$. 179. $x=3\frac{1}{2},\ y=2\frac{1}{4},\ z=4$.
180. $x=4,\ y=0,\ z=5$. **181.** $x=51,\ y=76\ z=1$. 182. $x=8,\ y=10,\ z=5$.
183. $x=36,\ y=6$. **184.** $x=2,\ y=4,\ z=1,\ u=5$. 185. $x=6,\ y=12,\ z=8$.
186. Məd uravnẹnnəsə 3-кəd sodtəmən, artmas $2x=32$, $x=16$. Pervoj uravnẹnnəşьs mədsə çintəm вərьn, artmas: $2z=11$, $z=5^1/_2$. Medвərьn pervoj uravnẹnnəşьs çintam кojmədsə, adзam: $2y=15^1/_2$, $y=7\ ^3/_4$. 187. $1\frac{7}{8}p$; $^1/_2\ p$; 5 p. 188. 133; 150; 76.

189. $\pm10;\ \pm0{,}1;\ \pm\frac{1}{2};\ \pm\frac{3}{4};\ \pm a;\ \pm x$. **190.** 5; 27; a; $1+x$. 191. $+3;\ -3;\ +\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2};\ -0{,}1$. 192. $\pm2;\ \pm\frac{1}{2}$; ±3 mniməj lьdjas. 193. $\pm2 \cdot 3$; $\pm\frac{1}{2}\cdot 0{,}1\cdot 5;\ \pm2ab;\ \pm3axy^2$. 194. $-3ab;\ \pm\frac{1}{2}ax;\ \sqrt[5]{a}\ \sqrt[5]{b}\ \sqrt[5]{c}$. 195. $\pm a^2$; $\pm2^2;\ \pm x^3\ \pm(a+b)^2$. 196. $2^2;\ -a^2;\ x^3;\ (m+n)^2$. 197. $\frac{a}{5};\ -\frac{3}{10};\ \frac{a^2}{b}$; $\frac{\sqrt[3]{x}}{y};\ \pm\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$. 198. $\pm5a^3bc^2;\ \pm0{,}6x^2y;\ \pm(b+c)^3x^2$. 199. 17; 65; 247; 763

200. 368, 978, 7563. 201. 8276!; 20548. **202.** 534762. **203.** Вьdsa lьd кvadratlən вərja lьdpasьs kolə lonь əṭiən sijə lьdpasjasьş, кod vьlə pomaşşənь pervoj 10 lьdjasьslən кvadratjasьs: 0, 1, 2, 3...9. No tajə кvadratjas pibş əṭi oz pomaş ni 2 vьlə, ni 3 vьlə, ni 7 vьlə, ni 8 vьlə. **204.** 9; 3, 6; 3, 606. **205.** 10,05; 0,89. 206 da **207** ətvet oz кov. **208.** 0,77; 0,65 0,79; 0,64; 0,16.

209. $\frac{1}{5}\sqrt{15}=0{,}7746$ ($\frac{1}{5}$-əd şursəd jukənəz); $\frac{1}{7}\sqrt{21}=0{,}6547$ ($\frac{1}{7}$-əd şursəd jukənəz) $\frac{1}{11}\sqrt{77}=0{,}7977$ ($\frac{1}{11}$-əd şursəd jukənəz); $\frac{1}{12}\sqrt{60}=0{,}6455$ ($\frac{1}{12}$-əd şursəd jukənəz); $\frac{1}{250}\sqrt{1750}=0{,}1673$ ($\frac{1}{250}$-əd şursəd jukənəz.). 210. 0,5; 2,4; 1,52; 0,05. 211. $\pm7;\ +3$. $\pm\sqrt{-25}$. 212. $\pm9;\ \pm9$. 213. 0 da $3\frac{1}{2}$; 0 da $-2\frac{1}{3}$; 0 da 3,75. 214. 0 da 1; 0 da 16; 0; 0. 215. 2 da 5; 0 da -4; 2 da -3. 216. 12 da 4. 217. 3 da -9.
218. 8 da $-2\frac{1}{4}$. 219. 2 da $-\frac{1}{4}$. 220. 44 da -2. 221. 1 da -5. 222. 6 da -3.
223. 4. 224. $d(2\pm\sqrt{3})$. 226. $\frac{a}{b}$ da $\frac{b}{a}$. **227.** $2\frac{1}{2}$ da -1. 228. $4\frac{1}{2}$ da $\frac{1}{2}$.
229. 1,5694 da 0,0306. 230. $\frac{5}{13}$ da $\frac{11}{5}$. 231. 7 da 0. 232. a da $\frac{1}{a}$. 233. 14 da -10.
234. 14, 16, 18. 235. 6 da 8. 236. 3, 4, 5. 237. 12. 238. 20 кm çasən. 239. 12.
240. 60 morta gruppaьş вьd uçenik poluçitis 3 listən.

JURINDALЬŞ.

I-oj jukəd. PREDVARIŢEĻNƏJ VEZƏRTASJAS.

I. Algeʙraiçeskəj pasjas teçəm 4

1. 8ьpasjasəs upotreʙļajtəm. 2. Algeʙraiçeskəj vьraƶeņņə. 3. Algeʙraiçeskəj ɖejstvijəjas. 4. Algeʙraьn upotreʙļajtçan pasjas 5 Ɖejstvijəjaslən pəradok.

II. Medvoзза ņoļ arifmeţiçeskəj ɖejstvijəjaslən svojstvojas 9

6. Sodtəm. 7. Çintəm. 8. Əktəm. 9. Jukəm. 10. Ɖejstvijəjaslьş svojstvojas primeņajtəm.

II-əd jukəd. OTNOŞIŢEĻNƏJ LЬDJAS DA NA VЬLЬN ƉEJSTVIJƏJAS.

I. Ьзdajas jьlьş, kodjasəs poƶə smьsl şerţi gəgərvonь proţivopoloƶnəja kьk nogən 15

11. Zadaça. 12. Mukəd ьзdajas (veļiçinajas), kodjasəs poƶə gəgərvonь proţivopoloƶnəja kьk nogən. 13. Otnoşiţeļnəj lьdjas. 14. Lьda (çislovəj) çərs vьlə lьdjasəs pasjəm.

II. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs sodtaləm 19

15. Zadaça. 16. Kьk lьd sodtəm. 17. Sodtan praviləjaslən məd vьraƶeņņə. 18. Kujim da unзьk lьd sodtəm.

III. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs çintəm 21

19. Zadaça. 20. Korşnь raznoşt, kьз əţiksə kьk sodtanlьd pьş. 21. Çintan pravilo. 22. Kьk pəvsa pasjaslən formulajas. 23. Algeʙraiçeskəj summa da raznoşt. 24. Ьзda şerţi otnoşiţeļnəj lьdjasəs əţlaşţitəm.

IV. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs sodtəmlən da çintəmlən medgьrьş svojstvojas 26

V. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs əktəm (ʙoştəm) 27

26. Zadaça. 27. Otricateļnəj lьd vьlə əktəm. 28. Əktan pravilo. 29. Kujim da unзьk lьdlən proizveɖeņņə. 30. Otricateļnəj lьdlən ştepeņ.

VI. Otnoşiţeļnəj lьdjasəs jukəm 33

31. Urçitəm. 32. Jukan pravilo. 33. Sluçaj, kor jukanlьd ļiʙə jukьşlьd nuļ ьзda.

VII. Əktəmlən da jukəmlən medgьrьş svojstvojas 34

III-d jukəd. ƏTKAÇĻENA DA UNAÇĻENA BЬDSA VЬRAƵEŅŅƏJAS. ALGEBRAIÇESKƏJ DROBJAS.

I. Predvariţeļnəj vezərtasjas 37

35. Ətkaçļen da unaçļen. 36. Koeficient. 37. Unaçļenlən svojstvojas. 38. Podoʙņəj çļenjasəs əţiə vajədəm.

II. Algeʙraiçeskəj sodtəm da çintəm 41

39. Ətkaçļenjasəs sodtəm. 40. Unaçļenjasəs sodtəm. 41. Ətkaçļenjasəs çintəm. 42. Unaçļenəs çintəm; 43. Skoʙkajas voştəm, kodjas vozьn sulalə + ļiʙə — pas. 44. Skoʙkajasə unaçļenjaslьş kueəmkə paj jərtəm.

III. Algeʙraiçeskəj əktəm 45

45. Ətkaçļenjasəs əktəm. 46. Ətkaçļenlən kvadrat da kuʙ. 47. Una-

çlenəs ətkaçlen vьlə əktəm. 48. Unaçlenəs unaçlen vьlə əktəm. 49. Raspolozitəm unaçlen. 50. Raspolozitəm unaçlenjasəs əktəm. 51. Proizvedeņņələn medulьs da medvьlьs çlenjas. 52. Proizvedeņņəsa çlenjaslən lьd. 53. Unaçlenjasəs əktan formulajas. 54. Tajə formulajassə primeņajtəm. 55. Kьk lьd summalən kuв da najə raznoştlən kuв.

IV. **Algeвraiçeskəj jukəm** 53
56. Ətkaçlenjasəs jukəm. 57. Nulevəj ştepeņ petkədlьş. 58. Ətkaçlenjaslən jukşьnь poztəm petkədlan priznakjas. 59. Unaçlenəs ətkaçlen vьlə jukəm. 60. Ətkaçlenəs unaçlen vьlə jukəm. 61. Unaçlenəs unaçlen vьlə jukəm. 62. Raspolozitəm unaçlenjasəs jukəm. 63. Unaçlenjaslən jukşьnь poztəm petkədlan priznakjas.

V. **Əktasjas vьlə razlozitəm** 59
64. Predvariteļnəj indədjas. 65. Bьdsa ətkaçlenjasəs razlozitəm. 66. Unaçlenjasəs razlozitəm.

VI. **Algeвraiçeskəj droвjas** 62
67. Algeвraiçeskəj droвjaslən arifmetiçeskəj droвjasьş torjaləm. 68. Droвlən osnovnəj svojstvo. 69. Droвlьş çlenjassə вьdsa vidə vajədəm. 70. Droвsa çlenjaslьş pasjas vezlaləm 71. Droвjasəs sokratitəm. 72. Ətuvja znamenateļə droвjasəs vajədəm. 73. Droвjasəs sodtəm da çintəm. 74. Droвjasəs əktəm. 75. Droвjaslən kvadrat da kuв. 76. Droвjasəs jukəm. 77. Sodtədjas.

IV-əd jukəd. PERVOJ ŞŢEPEŅA URAVŅEŅŅƏJAS.

I. **Uravņeņņəjaslən oвseəj svojstvojas** 71
78. Ravenstvojas da nalən svojstvojas. 79. Tozdestvo. 80. Uravņeņņə. 81. Ətvьna uravņeņņəjas. 82. Uravņeņņələn pervoj svojstvo. 83. Şledstvijəjas. 84. Uravņeņņələn məd svojstvo. 85. Şledstvijəjas. 86. Uravņeņņəlьş jukənjassə ətkod algeвraiçeskəj vьrazeņņəjas vьlə əktəm da jukəm. 87. Bokəvəj koreņjas.

II. **Əţi** tədtəma **uravņeņņə** 78
88. Əţi tədtəma pervoj ştepeņa uravņeņņəjas reşitəm. 89. Uravņeņņə sostavitəm jьlьş gəgərvoəm. 90. Ѕьpasa uravņeņņəjas.

III. **Pervoj ştepeņa uravņeņņəjaslən şiştemajas. Kьk tədtəma kьk uravņeņņələn şiştema** 82
91. Zadaça. 92. Pervoj ştepeņa kьk tədtəma uravņeņņələn normaļnəj vid. 93. Kьk tədtəma əţi uravņeņņələn ņeopredeļennoşţ. 94. Uravņeņņəjaslən şiştema. 95. Puktalan sposoв. 96. Algeвraiçeskəj sodtəm sposoв. 97. Ѕьpasjasa koeficienta uravņeņņəjaslən şiştema. Kujim tədtəma kujim uravņeņņələn şiştema. 98. Pervoj ştepeņa kujim tədtəma uravņeņņələn normaļnəj vid. 99. Kujim tədtəma kьk da əţi uravņeņņələn ņeopredeļennoşţ. 100. Kujim tədtəma kujim uravņeņņələn şiştema. 101. Puktalan sposoв. 102. Algeвraiçeskəj sodtəm sposoв.

Uravņeņņə şiştemajaslən ņekьmьn torja sluçajjas. 103. Sluçaj, kor oz stav tədtəmьs pьrnь вьd şetəm uravņeņņəə. 104. Sluçaj, kor tədtəmjas pьrənь səmьn droвjas moz. 105. Sluçaj, kor вurzьk stav şetəm uravņeņņəjassə sodtьnь.

V-əd jukəd. KVADRATNƏJ KOREŅ PERJƏM.

I. **Koreņjaslən osnovnəj svojstvojas** 96
106. Koreņ opredeļitəm. 107. Arifmeţiçeskəj koreņ. 108. Algeвraiçeskəj koreņ. 109. Proizvedeņņəьş, ştepeņьş da droвьş koreņ perjəm.

II. **Lьdjasьş kvadratnəj koreņ perjəm** 100
110. Predvariteļnəj indədjas. 111. 100-ьş ьzьdzьk, a 10000-ьş içətzьk вьdsa lьdьş koreņ perjəm. 112. 10000-ьş ьzьdzьk вьdsa lьdьş koreņ perjəm. 113. Koreņьn pas lьd.

III. **Matьstəm kvadratnəj koreņjas perjəm** 106
114. Stəç kvadratnəj koreņlən priznakjas. 115. Jeďiņicaəз matьstəm koreņ. 116. $\frac{1}{10}$-əз matьstəm koreņ. 117. $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$-əз da s. v. matьstəm koreņjas. 118. Oвьknovennəj droвjasьş koreņ perjəm.

VI-əd jukəd. ĶVADRATNƏJ URAVŅEŅŅƏ 113
119. Zadaça. 120. Ķvadratnəj koreņjaslən normaļnəj vid. 121. Ņepolnəj kvadratnəj uravņeņņə resitəm. 122. Polnəj kvadratnəj uravņeņņəjasəs resitəm. 123. Vajədəm kvadratnəj uravņeņņə koreņjaslən formula. 124. Ķvadratnəj uravņeņņəsa koreņjaslən oвsɛəj formula. 125. Formula uproşţitəm, kor *ь* koeficient em çotnəj lьd. 126. Ķvadratnəj uravņeņņələn koreņ lьd.

Donьs 1 sajt 75 ur.

Pereplot 30 ur.